

Emission d'ondes de gravité par les jets atmosphériques

HABILITATION À DIRIGER DES RECHERCHES

présentée et soutenue publiquement le 19 mars 2010

Université Pierre et Marie Curie – Paris 6
(spécialité Océan, Atmosphère, Climat et Observations Spatiales)

par

Riwal Plougonven

Composition du jury

Président : Pascale Bouruet-Aubertot

Rapporteurs : Patrice Klein
Evelyne Richard
Joël Sommeria

Examineur : Ulrich Achatz

Mis en page avec la classe thloria.

Remerciements

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance envers ceux qui m'ont guidé, épaulé, accompagné tout au long de ces travaux. Merci à Vladimir Zeitlin de m'avoir dirigé, lors de ma thèse, sur un sujet passionnant, et de m'avoir soutenu au long des années. Merci à Chris Snyder pour sa confiance, son ouverture, ses excellentes idées et sa simplicité. Merci à Chris et à David Muraki d'avoir partagé leur enthousiasme et leur plaisir dans le travail. Merci à Fuqing Zhang et à Todd Lane pour votre énergie, votre bonne humeur, vos suggestions et votre écoute. Merci à François Lott et à Jacques Vanneste de m'avoir tendu la main et pour les développements très intéressants qui en ont découlé. Merci à Jonathan Gula, pour sa bonne humeur sereine et infaillible, pour sa force tranquille qui a fait de sa thèse une expérience riche et très agréable. Merci à Hector Teitelbaum pour son opiniâtre et insolente jeunesse qui est une grande source d'inspiration. Grand merci à Albert Hertzog pour son enthousiasme, sa sagesse et sa tranquille confiance. Merci à Lionel Guez, François Vial, Antonin Arzac qui ont, chacun à sa façon, fait avancer considérablement les choses.

Que ce soit au Laboratoire de Météorologie Dynamique, puis au National Center of Atmospheric Research, à l'Université de Saint Andrews, ou de retour au LMD, je tiens à exprimer aussi toute ma reconnaissance aux collègues, pour la chaleur quotidienne et de précieuses discussions : dans un désordre vaguement chronologique et la crainte d'en oublier beaucoup, merci donc à Rich Rotunno, Bill Skamarock, Melvyn Shapiro, Bob Sharman, Josh Hacker, George Bryan, Jason Knievel, Dave Ahijevych, James Boyle, David Dritschel, Ali Moheballojeh, Jean Reinaud, Will McKiver, Fabio D'Andrea, Bernard Legras, Guillaume Lapeyre, Jean-Philippe Duvel, Ulrich Achatz, Erich Becker et Chantal Staquet.

Le passage de l'HDR est un moment particulier, il n'est rendu possible que si plusieurs chercheurs ou enseignant-chercheurs qui ont beaucoup de choses à faire acceptent de constituer le jury : je suis très reconnaissant à Patrice Klein, Evelyne Richard et Joël Sommeria d'avoir été rapporteurs. Grand merci également à Pascale Bouruet-Aubertot d'avoir présidé ce jury, et à Ulrich Achatz d'avoir été examinateur, malgré la langue.

Un grand merci à Marie-Christine, pour son aide constant et souriant et sa disponibilité. Merci aussi à Stéphane Sportouch, Mathieu Perrault, Frédéric Bongat, Françoise Larincq, Martine Roux et d'autres que j'oublie sans doute, grâce auxquels le(s) laboratoire(s) fonctionne(nt).

Enfin, j'exprime toute ma gratitude à Nadia, Nathan et Philémon, qui embellissent chacun de mes jours.

Table des matières

Partie I	Dossier Administratif	1
Partie II	Activités de recherche	13
	Chapitre 1 Introduction	15
1.1	Ondes et atmosphère moyenne	15
1.1.1	Circulations de la stratosphère et de la mésosphère	16
1.1.2	Rôles des ondes	18
1.1.3	Modélisation	21
1.2	Les ondes d’inertie-gravité	22
1.2.1	Dans le modèle de l’eau peu profonde	23
1.2.2	Dans un fluide continuellement stratifié	24
1.3	Les jets et les fronts comme sources d’ondes	26
1.3.1	Observations	26
1.3.2	Théorie	27
1.3.3	Modélisation	29
1.3.4	Expériences de laboratoire	29
1.4	Démarche scientifique et plan de la thèse	30
	Chapitre 2 Mécanismes fondamentaux	31
2.1	Séparation des échelles de temps et modèles équilibrés	31
2.1.1	Système d’équations différentielles ordinaires	32
2.1.2	Système d’équations aux dérivées partielles	33
2.2	Radiation de Lighthill	35
2.3	Instabilités agéostrophiques	38
2.3.1	Analyse linéaire de stabilité d’un tourbillon axisymétrique	38
2.3.2	Instabilité agéostrophique dans un cisaillement vertical	39
2.3.3	Pertinence des instabilités agéostrophiques	43

2.4	Perturbations cisailées	45
2.4.1	Cisaillement horizontal	45
2.4.2	Cisaillement vertical	46
2.5	Discussion	51
Chapitre 3 Simulations idéalisées		73
3.1	Etudes antérieures	74
3.1.1	Frontogénèse bidimensionnelle	74
3.1.2	Instabilité barocline	75
3.2	Simulations d'instabilité barocline avec WRF	77
3.2.1	Jets et fronts comme sources	77
3.2.2	Effets de propagation	78
3.3	Emission d'ondes dans un dipole	81
3.3.1	Préambule sur les dipôles et l'approximation quasi-géostrophique	81
3.3.2	Emission dans un dipôle : phénoménologie	82
3.3.3	Emission dans un dipôle : mécanisme	86
3.4	Discussion et perspectives	89
Chapitre 4 Simulations de cas réels		115
4.1	La campagne VORCORE	115
4.2	Etude de cas d'ondes de montagne de grande amplitude	116
4.3	Simulations systématiques en parallèle de VORCORE	118
4.3.1	Configuration du modèle	119
4.3.2	Résultats préliminaires	122
4.3.3	Simulations définitives et travaux en cours	125
Chapitre 5 Conclusions et perspectives		147
5.1	L'émission spontanée	147
5.1.1	Etudes analytiques	147
5.1.2	Simulations numériques	148
5.1.3	Perspectives concernant l'émission spontanée	149
5.2	Les ondes de gravité durant Vorcore	151
5.3	Perspectives à plus long terme, diversification thématique	152
Bibliographie		155

Première partie

Dossier Administratif

Riwal Plougonven

Janvier 2010

Laboratoire de Météorologie Dynamique
Département de Géosciences - Ecole Normale Supérieure
24 rue Lhomond, 75231 Paris cedex 05 - France
Tel : (+33) 1 44 32 27 31
Mel : plougon@lmd.ens.fr

Né le 01/12/1975. Marié, deux enfants.

Situation Actuelle

Maître de Conférences – 37ème section Sep. 2005-

Déroulement de Carrière

Lecturer en Mathématiques Appliquées, Département de
Mathématiques et de Statistiques, Université de St Andrews,
St Andrews, Royaume Uni. 2004-2005

Post-doc au sein de l'Advanced Study Program,
National Center for Atmospheric Research, Boulder, Colorado, USA. 2002-2004

Thèse de doctorat sous la direction de Vladimir ZEITLIN,
Laboratoire de Météorologie Dynamique, Paris. 1999-2002

Formation

D.E.A. : 'Océanologie, Météorologie et Environment',
Université Pierre et Marie Curie, Paris. 1998-1999

Ecole Polytechnique, Palaiseau;
Majeures : 'Mécanique des Fluides' et 'Planète Terre'. 1995-1998

Classes préparatoires au lycée Louis le Grand, Paris. 1993-1995

Expérience d'enseignement

Maître de Conférences à l'Ecole Normale Supérieure 2005-

- Physique de l'Atmosphère; Océanographie générale; Mécanique des Fluides;

Lecturer à l'Université de St Andrews 2004-2005

- Mathématiques Appliquées

Moniteur à l'Université Pierre & Marie Curie (UPMC) 1999-2002
et à l'Ecole Normale Supérieure (ENS) :

- Dynamique des Fluides Géophysiques, Programmation, Physique

Encadrement

J. Gula Stage de M2 (2006) et thèse (2006-2009) co-encadrés avec Vladimir Zeitlin.
C. Bordas Stage de M2 (2007) co-encadré avec Vladimir Zeitlin.
C. Rougé Mini-projet (2007-2008), 3ème année de scolarité à l'Ecole Polytechnique.
A. Arsac Stage de M2 (2008) co-encadré avec A. Hertzog.
A. Gorce Stage de M2 (2009).

Compétences Scientifiques

- Dynamique des fluides géophysiques;
- Méthodes d'analyse de données;
- Modélisation numérique (WRF);
- Programmation en Fortran, Matlab, NCL, Unix.

Coordination de projets et autres responsabilités

Scientifiques:

Coordinateur principal du projet **ANR FLOWING**:

Fronts, secondary cyclones and gravity Waves: Instability, mixing and transport.
190 000€ pour 3 ans (2007-2009), en partenariat avec le LEGI à Grenoble (Jan-Bert Flor) et l'IRPHE (Patrice Meunier, Stéphane LeDizès) à Marseille.

Partenariat Hubert Curien dans le programme Alliance de l'EGIDE (2007-2008):

Génération d'ondes de gravité: une approche WKB, avec Jacques Vanneste, Université d'Edimbourg, Royaume Uni.

Prolongé par un projet soutenu par la Royal Society pour 2010-2011.

Co-convener pour la session Gravity Waves de l'Assemblée Générale de l'EGU, 2006-2009, avec Ulrich Achatz et Erich Becker.

Convener pour la session Gravity Waves de l'Assemblée Générale de l'EGU, 2010-, avec Ulrich Achatz, Erich Becker et Chantal Staquet.

Co-organisateur pour l'*International Conference on High Reynolds Number Vortex Interactions*, Toulouse, 29-31 août 2005.

Administratives:

Responsable du L3 'Sciences de la Planète Terre' en 2005-2006, 2007-2008 et 2008-2009;

Responsable du M1 'Sciences de la Planète Terre' en 2006-2007;

Responsable de la communication pour l'enseignement au Département Terre-Atmosphère-Océan de l'ENS depuis 2006;

Membre de l'équipe pédagogique de l'Ecole Doctorale 'Sciences de l'Environnement' en Ile-de-France à partir de janvier 2008;

Membre du conseil de l'OSU IPSL, 2007-2008;

Responsable des séminaires du LMD – ENS depuis l'automne 2008;

Membre élu du CDL du LMD depuis décembre 2009.

Rapporteur

Journal of Atmospheric Sciences, Monthly Weather Review,
Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics,
Journal of Geophysical Research, Geophysical Research Letters,
Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society,
Journal of Fluid Mechanics, Atmospheric Chemistry and Physics,
Annales Geophysicae, National Science Foundation.

Langues

Anglais : bilingue (5 années en pays anglophones, dont 2 étant enfant).

Allemand : parlé.

Japonais : notions.

Divers

Improvisation théâtrale : 1999-2002
Plus de cinquante représentations au Théo Théâtre à Paris.

Stage ouvrier dans une entreprise japonaise d'électronique, Septembre 1997
Yamato, Japan.

Officier de réserve dans l'Armée de Terre. 1995-1996

Animation de la recherche et responsabilités administratives

Encadrements

J'ai co-encadré avec Vladimir Zeitlin le stage de M2 (2007) puis la thèse (2007-2009) de Jonathan Gula. Jonathan a soutenu sa thèse¹ le 22 octobre 2009, et a rejoint en tant que post-doc le groupe de W. R. Peltier à l'Université de Toronto, au Canada. Quatre articles sont issus de de cette thèse. Je ne suis co-auteur que des deux premiers [GPZ09, GZP09]. En effet, après les deux premières années de thèse, un choix a été nécessaire concernant l'orientation à prendre pour la dernière année. Jonathan a choisi de s'intéresser aux courants côtiers en y appliquant certains des outils qu'il avait maîtrisés, notamment un modèle 'Shallow Water' développé au LMD. Ne souhaitant pas m'investir dans cette thématique et avec cet outil nouveaux pour moi, et comme Jonathan était par ailleurs bien encadré pour ce travail, je n'ai suivi que de loin cette partie de sa thèse.

J'ai cherché en 2008 puis en 2009, avec Albert Hertzog et François Vial, à recruter un doctorant pour travailler sur les ondes de gravité dans des simulations d'écoulements durant l'expérience Vorcore (27 ballons de longue durée lâchés dans la stratosphère). Nous avons eu un stagiaire de M2 en 2008, Antonin Arzac. Le stage s'est très bien déroulé (le chapitre 4 du mémoire d'HDR s'appuie beaucoup sur ce travail). Bien qu'enthousiaste pour une thèse et très bien classé dans son M2 (OACT), Antonin a préféré en septembre 2008 entamer un voyage autour du monde et reporter le début d'une thèse à 2009. Malgré de nombreux efforts et pour de mauvaises raisons, nous n'avons pu garantir à temps un financement. Nous essayons avec Albert Hertzog et François Vial de recruter à nouveau un doctorant en 2010 sur ces thématiques. Nous avons obtenu à nouveau le soutien du CNES (demi-financement pour une thèse), et avons présenté un sujet de stage de M2.

J'ai encadré quatre stages de M2 : Jonathan Gula au printemps 2006 (co-encadrement avec Vladimir Zeitlin), Christelle Bordas en 2007 (co-encadrement avec Vladimir Zeitlin), Antonin Arzac en 2008 (co-encadrement avec Albert Hertzog), et Alexandre Gorce en 2009. Une publication est issue du premier stage et du travail qui a suivi durant les premiers mois de la thèse de Jonathan [GPZ09]. Christelle Bordas est remerciée dans un article [PZ09]. Cette étudiante avait un niveau très faible et il a été nécessaire de reprendre intégralement son travail; c'est pourquoi elle n'est incluse que dans les remerciements. Le travail d'Antonin Arzac a donné lieu à un article soumis [PAH⁺10]. Comme ses codes continuent de nous être très utiles, il est possible qu'il soit à nouveau co-auteur d'autres publications qui viendront sur les simulations en parallèle de Vorcore. Enfin, je poursuis le travail auquel Alexandre Gorce a contribué durant son stage en 2009. Ce travail fera l'objet d'un article avec Chris Snyder comme co-auteur. Il reste cependant

¹intitulée 'Instabilités agéostrophiques des écoulements baroclines dans l'atmosphère et dans l'océan et leur évolution non-linéaire'

beaucoup à faire. Alexandre Gorce, comme Christelle Bordas, avait un niveau plutôt faible et a finalement peu contribué à l'avancée de ces travaux.

J'ai également encadré un stage de L3 avec Albert Hertzog (Pierre-Stéphane Gsell, juin 2009) et un projet en laboratoire de l'Ecole Polytechnique (Charles Rougé, un jour par semaine, automne-hiver 2007-2008).

Projets

Je suis coordinateur du projet FLOWING (Fronts, secondary cyclones and gravity Waves : Instability, mixing and transport), soutenu par l'ANR dans le cadre de son programme 'Blanc' pour la période 2007-2009. Le projet se terminera en mai 2010. Il a été soutenu à hauteur de 190 000 euros, implique huit chercheurs permanents et une demi-douzaine de doctorants et post-docs, partagés entre le Laboratoire de Météorologie Dynamique (LMD) à Paris, le Laboratoire des Ecoulements Géophysiques et Industriels (LEGI) à Grenoble et l'Institut de Recherche sur les Phénomènes Hors Equilibre (IRPHE) à Marseille.

J'ai par ailleurs participé à deux projets LEFE : l'un sur l'instabilité inertielle (avec Lien Hua à l'IFREMER, à Brest, de 2006 à 2008), et l'autre sur les ondes de gravité (avec Jean-Pierre Cammas, du Laboratoire d'Aérodynamique à Toulouse, de 2006 à 2008). Je suis engagé actuellement sur le projet LEFE 'Influence de la stratosphère sur le climat' coordonné par François Lott, sélectionné par LEFE en 2008. Enfin, je m'engage dans une demande de projet LEFE sur l'Humidité et la Dynamique ('HUDY', coordonné par Vladimir Zeitlin, demande soumise à l'automne 2009) et dans un projet ANR soumis en janvier 2010 (coordonné par Guillaume Lapeyre, sur le couplage entre océan et atmosphère).

Bourses

J'ai obtenu au en 2004 une bourse 'Initiative Post-Doc' visant à soutenir la mobilité des post-docs français expatriés. Après mon embauche à l'Université de St Andrews comme *lecturer* j'ai obtenu une bourse de la Nuffield Foundation ('Newly Appointed Science Lecturers Grant', 5000 livres).

En 2006, j'ai obtenu avec Jacques Vanneste, de l'Université d'Edimbourg, un financement du programme Alliance (Egide) visant à soutenir les collaborations entre France et Royaume-Uni (de l'ordre de 2500 euros par an). Le soutien à notre projet a été renouvelé en 2007. En 2009, nous avons obtenu pour la période 2010-2011 un nouveau soutien (environ 6000 livres pour les 2 années), de la part de la Royal Society, pour poursuivre cette collaboration.

Responsabilités et Activités Administratives

Dès mon arrivée au Département Terre-Atmosphère-Océan (devenu Département Géosciences depuis le début de l'année 2010), j'ai été responsable d'une année de la formation 'Sciences de la Planète Terre' assurée au Département, et couvrant le L3 et le M1. Avant la réforme License-Master-Doctorat (LMD), il s'agissait du Magistère interuniversitaire des Sciences de la Terre. J'ai été responsable du L3 (2005-2006), puis du M1 (2006-2007), puis du premier semestre du L3 (2007-2008 et 2008-2009). Depuis septembre 2009, je bénéficie d'un accueil en délégation auprès du CNRS.

J'ai été par ailleurs membre élu au conseil de l'OSU IPSL en 2007, élu au CDL du Laboratoire de Météorologie Dynamique en novembre 2009, et suis membre de l'équipe pédagogique de l'Ecole Doctorale 'Sciences de l'Environnement d'Ile-de-France' depuis le début de l'année 2009.

J'ai participé à l'organisation de la conférence 'High Reynolds Number Vortex Interactions'², à Toulouse en août 2005. J'ai été co-responsable (*co-convener*) de la session 'Ondes de gravité' (*Gravity Waves*) dans la Division 'Sciences Atmosphériques' lors des Assemblées Générales de l'EGU de 2006 à 2009, et serai responsable (*convener*) de la session à partir de 2010.

J'ai participé au jury de thèse d'Armel Martin (Laboratoire de Météorologie Dynamique, printemps 2008, thèse dirigée par François Lott) et de Xavier Riedinger (Institut de Recherche sur les Phénomènes Hors-Equilibre, Marseille, 5 novembre 2009 ; thèse dirigée par Stéphane Le Dizès et Patrice Meunier).

Organisation de Conférences et Revues

J'ai participé à l'organisation de la conférence 'High Reynolds Number Vortex Interactions'³, à Toulouse en août 2005. J'ai été co-responsable (*co-convener*) de la session 'Ondes de gravité' (*Gravity Waves*) dans la Division 'Sciences Atmosphériques' lors des Assemblées Générales de l'EGU de 2006 à 2009, et serai responsable (*convener*) de la session à partir de 2010.

J'ai été rapporteur à plus de quarante reprises, notamment pour *Journal of the Atmospheric Sciences*, *Journal of Fluid Mechanics*, *Journal of Geophysical Research*, la *National Science Foundation*, *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, *Geophysical Research Letters* et *Annales Geophysicae*.

²<http://www-vortex.mcs.st-and.ac.uk/jean/toulouse/conference.html>

³<http://www-vortex.mcs.st-and.ac.uk/jean/toulouse/conference.html>

Liste des publications

Janvier 2010

Ces publications sont disponibles sur ma page personnelle :
<http://www.lmd.ens.fr/plougon/>

Articles publiés dans des revues à comité de lecture

2002

R. Plougonven & V. Zeitlin. Internal gravity wave emission from a pancake vortex : an example of wave-vortex interaction in strongly stratified flows. *Phys. of Fluids*, 14(3) :1259–1268, 2002.

2003

V. Zeitlin, S. Medvedev, & **R. Plougonven**. Frontal geostrophic adjustment, slow manifold & nonlinear wave phenomena in one-dimensional rotating shallow-water. Part 1 : Theory. *J. of Fluid Mech.*, vol 481, p269-290, 2003.

J. LeSommer, S. Medvedev, **R. Plougonven**, & V. Zeitlin. Singularity formation during relaxation of jets & fronts towards the state of geostrophic equilibrium. *Comm. Nonlinear Sci. Num. Sim.*, 8, p415-442, 2003.

R. Plougonven & V. Zeitlin. On periodic inertia-gravity waves of finite amplitude propagating without change of form at sharp density-gradient interfaces in the rotating fluid. *Physics Letters A*, 314, p140-149, 2003.

R. Plougonven & H. Teitelbaum. Comparison of a large-scale inertia-gravity wave as seen in the ECMWF & from radiosondes. *Geophys. Res. Let.*, 30(18), 1954, doi :10.1029/2003GL017716, 2003.

R. Plougonven, H. Teitelbaum, & V. Zeitlin. Inertia-gravity wave generation by the tropospheric mid-latitude jet as given by the FASTEX radiosoundings. *J. Geophys. Res.*, 108(D21), 4686, doi :10.1029/2003JD003535, 2003.

2004

T.P. Lane, J.D. Doyle, **R. Plougonven**, R.D. Sharman, & M.A. Shapiro. Observations & numerical simulations of gravity waves & shearing instabilities in the vicinity of a jet stream. *J. Atm. Sci.*, 61, p2692-2706, 2004.

F. Zhang, S. Wang & **R. Plougonven**. Uncertainties in using the hodograph method to retrieve gravity wave characteristics from individual soundings. *Geophys. Res. Lett.*, 31, L11110, doi :10.1029/2004GL019841,2004.

2005

R. Plougonven, D.J. Muraki, & C. Snyder. A baroclinic instability that couples balanced motions & gravity waves. *J. Atm. Sci.*, 62, p1545-1559, 2005.

R. Plougonven & V. Zeitlin. Geostrophic adjustment of frontal anomalies in a continuously stratified fluid. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, 99, Number 2, p101-135, DOI : 10.1080/03091920512331328080, 2005.

R. Plougonven & C. Snyder. Gravity waves excited by jets : propagation versus generation. *Geophysical Research Letters*, 32, L18802, 2005.

2006

2007

R. Plougonven & F. Zhang. On the forcing of inertia-gravity waves by synoptic scale flows. *J. Atm. Sci.*, 64, p1737-1742, 2007.

R. Plougonven & C. Snyder. Inertia-gravity waves spontaneously generated by jets & fronts. Part I : Different baroclinic life cycles. *J. Atm. Sci.*, 64, p2502-2520, 2007.

C. Snyder, D.J. Muraki, **R. Plougonven** & F. Zhang. Inertia-gravity waves generated within a dipole vortex. *J. Atm. Sci.*, 64, p4417-4431, 2007.

2008

R. Plougonven, A. Hertzog & H. Teitelbaum. Observations and simulations of a large-amplitude wave breaking over the Antarctic Peninsula. *J. Geophys. Res.*, 113, D16113, doi :10.1029/2007JD009739.

2009

J. Gula, **R. Plougonven**, & V. Zeitlin. Ageostrophic instabilities of fronts in a channel in the stratified rotating fluid. *J. Fluid Mech.*, 627, p485-507.

R. Plougonven, C. Snyder & F. Zhang. Comments on Application of the Lighthill-Ford Theory of Spontaneous Imbalance to Clear-Air Turbulence Forecasting. *J. Atmos. Sci.*, 66, p2506-2510, DOI : 10.1175/2009JAS3027.1, 2009.

J. Gula, V. Zeitlin & **R. Plougonven** Instabilities of two-layer shallow-water flows with vertical shear in the rotating annulus. *J. Fluid Mech.*, 638, p27-47.

C. Snyder, **R. Plougonven** & D. Muraki. Mechanisms for spontaneous gravity wave generation within a dipole vortex. *J. Atmos. Sci.*, 66 (11), p3464-3478.

R. Plougonven & V. Zeitlin. Nonlinear development of inertial instability in a barotropic shear. *Phys. Fluids*, 21, 106601, doi :10.1063/1.3242283.

2010

F. Lott, **R. Plougonven** & J. Vanneste. Gravity waves produced by potential vorticity anomalies in rotating stratified flows with vertical shear. *J. Atmos. Sci.*, 67, p157-170, doi :10.1175/2009JAS3134.1.

Articles soumis

R. Plougonven, A. Arsac, A. Hertzog, L. Guez & F. Vial. Mesoscale simulations of the gravity wave field above Antarctica during Vorcore. Soumis à *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*

Articles en préparation

J. Vanneste & **R. Plougonven**. Quasi-geostrophic dynamics of a finite-depth tropopause. A soumettre à *J. Atmos. Sci.*.

Compte-rendus de conférences

J. Gula, **R. Plougonven** & V. Zeitlin. Ageostrophic instabilities of a front in a stratified rotating fluid 18ème Congrès Français de Mécanique, Grenoble, France, August 27-31, 2007.

R. Plougonven & C. Snyder. The spontaneous generation of inertia-gravity waves in idealized baroclinic life cycles Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, Oberwolfach Reports, 39/2006. Oberwolfach, Germany, August 20-26, 2006.

R. Plougonven & C. Snyder (2005) On the spontaneous emission of gravity waves by vortical motions International Conference on High Reynolds Number Vortex Interactions, Toulouse, France, August 29-31, 2005.

R. Plougonven & C. Snyder (2004) Excitation d'ondes de gravité dans des cycles de vie d'instabilité barocline. Ateliers de Modélisation de l'Atmosphère, Toulouse, France, November 2004.

R. Plougonven, H. Teitelbaum, & V. Zeitlin. Generation of inertia-gravity waves by the tropospheric mid-latitude jet. *AMS 10th conference on mesoscale processes*, Portland, Juin 2003.

Deuxième partie

Activités de recherche

Chapitre 1

Introduction

'Il y avait une fois une petite fille qui s'appelait Jacqueline. Elle avait une maman qui s'appelait Madame Jacqueline. Le papa de la petite Jacqueline s'appelait Monsieur Jacqueline. La petite Jacqueline avait deux soeurs qui s'appelaient toutes les deux Jacqueline, et deux petits cousins qui s'appelaient Jacqueline, et deux cousines qui s'appelaient Jacqueline et une tante et un oncle qui s'appelaient Jacqueline.'

Eugène Ionesco [Ion69]

Plusieurs motivations sous-tendent les recherches sur l'émission d'ondes de gravité par les jets atmosphériques. Dans l'approximation linéaire, les mouvements d'un fluide stratifié tournant se décomposent en mouvements géostrophiques, lents, et en ondes de gravité. Les jets sont des mouvements proches de l'équilibre géostrophique, et l'émission d'ondes par ces mouvements pose la question de leurs interactions. Ainsi, une des motivations les plus importantes a été l'intérêt fondamental pour la séparation entre mouvements lents (proches de l'équilibre géostrophique) et des mouvements rapides (ondes de gravité) dans les écoulements géophysiques. Une autre motivation, plus appliquée, a été la modélisation de l'atmosphère moyenne (stratosphère et mésosphère), pour laquelle les ondes de gravité doivent être représentées par des paramétrisations. Or, la méconnaissance des sources non-orographiques est la faiblesse majeure de ces paramétrisations à l'heure actuelle. Cette motivation a guidé l'orientation de mes travaux, notamment les plus récents, et nous servira de fil conducteur. Il faut cependant garder à l'esprit d'autres motivations importantes, qui sont par exemple l'impact des ondes de gravité pour la turbulence en air clair, le mélange au voisinage de la tropopause et dans l'intérieur de l'océan.

Les paragraphes qui suivent portent donc sur le rôle des ondes dans la circulation de l'atmosphère moyenne et leur modélisation (section 1.1). Les propriétés des ondes de gravité auxquelles nous ferons référence tout au long de ce travail sont rappelées ensuite (section 1.2). Notre connaissance actuelle sur les sources dynamiques d'ondes de gravité est décrite (section 1.3), et la logique guidant mon approche et mes travaux successifs est exposée en section 1.4.

1.1 Ondes et atmosphère moyenne

L'atmosphère moyenne s'étend de la tropopause (10-16 km) à l'homopause (environ 100-110 km) [AHL87]. Tandis que la tropopause correspond à un changement de stratification thermique entre la troposphère (décroissance de la température T avec l'altitude z), et la stratosphère ($dT/dz \geq 0$), l'homopause coiffe la partie de l'atmosphère dont les constituants sont bien mélangés et qui est électriquement neutre. L'atmosphère moyenne comprend donc la stratosphère (de

10-16 km à 50 km, $dT/dz \geq 0$), la mésosphère (de 50 km à 80 km, $dT/dz \geq 0$) et le début de la thermosphère.

Des éléments choisis de la circulation de cette région sont décrits ci-dessous (section 1.1.1), afin de montrer pourquoi il est indispensable de comprendre et modéliser la dynamique des ondes (section 1.1.2). Enfin, la représentation des ondes de gravité dans les modèles est abordée en section 1.1.3, en insistant sur les lacunes et les besoins pour ces paramétrisations.

1.1.1 Circulations de la stratosphère et de la mésosphère

La distribution des températures dans l'atmosphère moyenne résulte d'interactions complexes entre la dynamique, la physique (bilan radiatif), et la chimie. Quelques aspects des distributions de température et des vents sont discutés ci-dessous, et illustrés par la Figure 1.1 qui montre non seulement des observations de l'atmosphère moyenne (colonne de droite) mais aussi des sorties d'un Modèle de Circulation Générale (colonne de gauche) [KTM⁺08].

Pour la distribution des températures dans l'atmosphère moyenne, un élément déterminant est l'absorption de la composante ultra-violette du rayonnement solaire par l'ozone. Les rapports de mélange de l'ozone sont généralement faibles, ils culminent autour de 8 à 10 ppmv entre 35 et 40 km. Néanmoins, l'absorption des UV par ce gaz trace chauffe l'atmosphère suffisamment pour qu'il y ait, sur la verticale, un maximum de température autour de 50 km (1 hPa), correspondant à la stratopause (Figure 1.1). Néanmoins, si la structure verticale peut dans les grandes lignes se comprendre à partir de considérations radiatives, ce n'est plus le cas pour les gradients horizontaux de température, ni pour les distributions des constituants mineurs. Pour prendre la mesure de l'importance de la dynamique, un exercice consiste à prédire l'état de l'atmosphère moyenne au solstice d'après la considération du seul bilan radiatif. On obtient alors une distribution des températures en fonction de l'altitude et de la latitude très différente de ce qui est observé ([AHL87], figure 1.2). Notamment, à toutes les altitudes le minimum de température est atteint au-dessus du pôle d'hiver, ce qui est en accord avec l'intuition puisque le rayonnement solaire n'atteint pas ces latitudes. Or, cette distribution n'est pas du tout celle observée, et dans la mésosphère on trouve au contraire les plus fortes températures au pôle d'hiver, tandis que les températures les plus froides de tout l'atmosphère (températures en moyenne zonale qui descendent jusqu'à 150 K) sont observées au pôle d'été, pourtant éclairé en permanence par le soleil. Pour expliquer ce renversement contre-intuitif du gradient thermique horizontal, il est nécessaire de comprendre la dynamique et la circulation de l'atmosphère moyenne.

Considérons maintenant la distribution des vents dans l'atmosphère moyenne, par exemple au solstice. En utilisant la relation du vent thermique, on peut relier les gradients horizontaux de température décrits ci-dessus au cisaillement des vents. Dans la stratosphère, les températures croissent avec l'altitude et, à une altitude donnée, elles croissent du pôle d'hiver (dans la nuit) au pôle d'été (constamment éclairé), conformément à l'intuition. Ce gradient horizontal de température implique, par le vent thermique, un cisaillement vertical du vent dont le signe change d'un hémisphère à l'autre en raison du changement de signe du paramètre de Coriolis. Dans la stratosphère d'hiver on observe ainsi (Figure 1.1) des vents d'ouest forts (correspondant au '*polar night jet*'), tandis que de forts vents d'est dominant dans l'hémisphère d'été. Dans les deux hémisphères, ces vents croissent avec l'altitude, avec des maxima entre 50 et 70 km environ. Au-delà de la stratopause, la situation change : le gradient horizontal de température devient orienté du pôle d'été (froid) vers le pôle d'hiver (chaud), et par conséquent le cisaillement vertical s'inverse lui aussi. Les jets stratosphériques se retrouvent '*fermés*', et l'on observe en mésosphère et en basse thermosphère un retournement des vents : des vents d'est dans l'hémisphère d'hiver et des vents d'ouest dans l'hémisphère d'été. Ce retournement des vents et la fermeture des jets

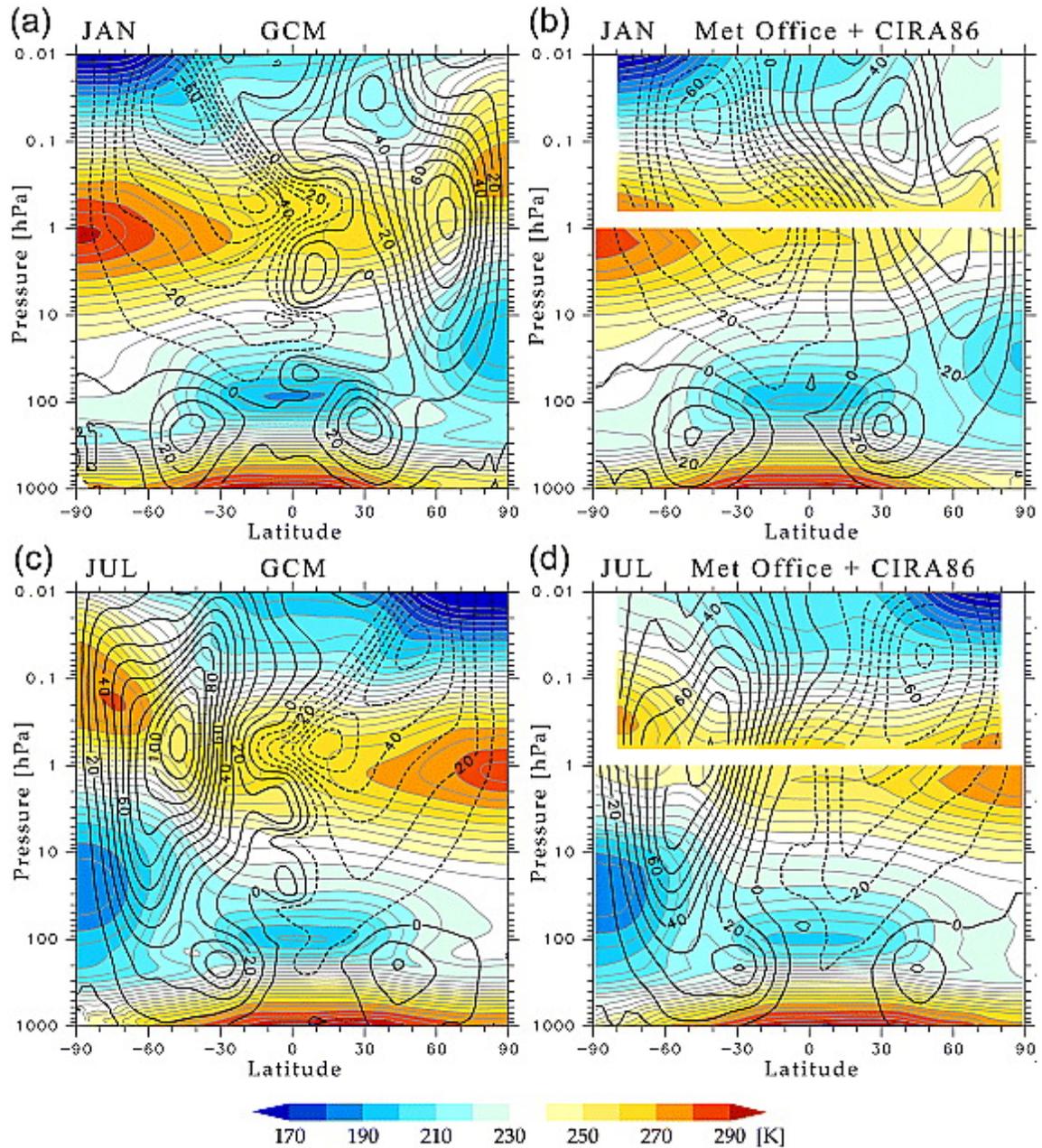


FIG. 1.1 – Moyenne zonale du vent zonal (contours tous les 10 ms^{-1}) et de la température (couleurs et contours fins tous les 5 K) en janvier ((a) et (b)) et en juillet ((c) et (d)) d'après le MGC de [KTM⁺08] (à gauche) et d'après les observations et analyses du Met Office et de CIRA86. Les données du Met Office sont moyennées de 1994 à 2001, et présentées en-dessous de 1 hPa. Figure issue de [KTM⁺08].

stratosphériques est un des éléments de la circulation de l’atmosphère moyenne que les modèles ne parviennent pas à décrire de manière satisfaisante.

La stratosphère, au solstice, est donc caractérisée par des vents d’ouest dans l’hémisphère d’hiver, et d’est dans l’été. D’emblée, ceci implique des différences considérables pour la dynamique, pour les écarts autour de ces moyennes zonales : dans les vents d’ouest peuvent se propager les ondes de Rossby stationnaires (vitesse de phase nulle par rapport au sol), et seulement dans les vents d’ouest (par ex. [Hol92]). Ces ondes se propagent vers le haut depuis la troposphère, où elles sont excitées par le vent passant au-dessus des reliefs, et au-dessus des limites terre-océan. Les vents d’ouest de la stratosphère d’hiver permettent à certaines d’entre elles de s’y propager, puis déferler. Un élément essentiel de la dynamique de la stratosphère d’hiver est la formation du vortex polaire. Le mélange induit mène naturellement le champ de vorticité potentielle à s’organiser en régions où elle est assez homogène, séparée par un fort gradient, très localisé (voir par exemple [McI08, DM08] et références). Le lieu de ce fort gradient correspondra à un jet intense, qui dans son ensemble forme le vortex polaire. Cette organisation des vents a des implications importantes pour la chimie de la stratosphère, à plusieurs titres. D’une part le bord du vortex polaire constitue une barrière dynamique. D’autre part les températures au sein du vortex sont nettement plus froides qu’à l’extérieur, et ce d’autant plus que le vortex est stable comme en hémisphère sud. En hémisphère nord, le vortex est beaucoup moins robuste, les réchauffements stratosphériques polaires sont fréquents (dans l’hémisphère sud, celui de 2002 a suscité beaucoup de surprise et de papiers). La différence entre les deux hémisphères tient à la plus forte topographie dans l’hémisphère nord, qui excite davantage d’ondes. Les interactions entre ondes et écoulement moyen sont en effet fondamentales pour expliquer les distributions de température et de vent décrites ci-dessus, et font l’objet de la section suivante.

Les paragraphes qui précèdent se sont focalisés sur les moyennes et hautes latitudes, car c’est là que les jets et les fronts sont susceptibles de constituer des sources d’ondes importantes. La bande équatoriale est riche d’une dynamique particulière et d’oscillations propres, par exemple l’oscillation quasi-biennale (QBO, [BGD⁺01]) qui consiste en une alternance de vents d’est et de vents d’ouest, avec une période d’environ 27 à 28 mois.

1.1.2 Rôles des ondes

Plusieurs familles d’ondes existent dans l’atmosphère et l’océan. Les forces de rappel jouant un rôle sont la gravité, la *force de Coriolis* et surtout la variation de celle-ci avec la latitude. Il est plus simple, et il sera ici suffisant, de présenter seulement les ondes rencontrées aux latitudes moyennes, à savoir les ondes de Rossby et les ondes de gravité. Dans les Tropiques, le bestiaire est plus riche (ondes de Kelvin, ondes mixtes Rossby-gravité, voir [AHL87]) mais il ne sera pas abordé ici.

Les **ondes de Rossby** résultent de la variation, avec la latitude, du paramètre de Coriolis⁴. Ces ondes existent aux échelles suffisamment grandes pour que le gradient de vorticité planétaire se fasse sentir (plus du millier de kilomètres), et se propagent vers l’ouest par rapport au fluide. La topographie et les contrastes entre océans et continents ne peuvent donc exciter des ondes de Rossby stationnaires que dans un écoulement d’ouest (dans la troposphère et dans la stratosphère d’hiver, mais pas dans la stratosphère d’été).

Les **ondes de gravité** internes résultent de la stratification de l’atmosphère sous l’action

⁴Plus rigoureusement, c’est la variation de la vorticité potentielle qui est l’élément clé. La vorticité potentielle résulte du produit de la vorticité absolue et du gradient de la température potentielle. En première approximation, ses variations horizontales, à grande échelle, résultent donc des variations de la composante, suivant la verticale locale, de la vorticité planétaire. Ceci se résume plus facilement par les variations du paramètre de Coriolis.

de la gravité. Une parcelle d'air soulevée dans une atmosphère stablement stratifiée se retrouve entourée de fluide plus léger, et tend donc à redescendre. Le spectre des fréquences de ces ondes a pour borne supérieure la fréquence de Brunt-Väisälä, N . La fréquence d'une onde interne dépend de son inclinaison : la force de rappel, et donc la fréquence, sont d'autant plus grandes que les déplacements des parcelles (ou les lignes de phases) sont proches de la verticale. Des fréquences plus basses sont obtenues pour des déplacements de fluides plus proches de l'horizontale. La rotation terrestre affecte alors ces mouvements plus lents et f constitue une borne inférieure pour ces ondes de basse fréquence 'ondes d'inertie-gravité'. Les ondes de gravité internes sont l'équivalent, à l'intérieur du fluide stratifié, des ondes de gravité de surface pour une couche de fluide (par exemple dans le modèle de l'eau peu profonde).

Aux moyennes latitudes, ces deux familles de mouvements ont des échelles de temps très distinctes, et ils n'interagissent donc que faiblement. Ceci explique le succès des modèles 'balancés', tels que l'approximation quasi-géostrophique, pour expliquer la dynamique des moyennes latitudes (voir aussi section 2.1). À l'Équateur en revanche, la situation familiale des ondes est plus complexe, les ondes de Rossby-gravité par exemple marient des caractéristiques des unes et des autres, et les processus humides s'invitent, de surcoût, pour modifier les ondes [KWH⁺09].

Ces différentes familles d'ondes contribuent à la circulation générale de l'atmosphère moyenne par les transferts verticaux de quantité d'énergie et de quantité de mouvement qu'elles engendrent. Pour comprendre cela, on peut considérer l'exemple d'ondes excitées par la topographie, que ce soit des ondes de Rossby ou des ondes de gravité (par ex. [Gil82]). Au niveau du sol, la signature des ondes comprendra une anomalie de pression positive en amont, négative en aval de la montagne, de sorte que l'atmosphère exerce une force sur la montagne dans la direction de l'écoulement. Par le principe de l'action et de la réaction, le sol doit nécessairement exercer une force opposée sur l'atmosphère. La simple description linéaire des ondes excitées par la montagne ne donne pas d'indication sur le lieu de cette réaction. On trouve cependant que l'onde est responsable de flux de quantité de mouvement et d'énergie. Ces flux n'affectent le fluide que là où l'onde se dissipe : la disparition de l'onde entraîne la disparition des flux associés, et il y a donc forçage de l'écoulement là où les ondes sont dissipées.

Ainsi, il importe de comprendre la propagation puis la dissipation des ondes pour déterminer comment elles forcent l'atmosphère. Dans un premier temps, nous pouvons ne considérer que la propagation verticale. Pour les ondes de gravité, ceci se justifie par leur échelle horizontale, petite devant l'échelle horizontale de la distribution des vents en atmosphère moyenne. La dissipation pourra se produire de plusieurs façons. Pour des ondes de gravité atmosphériques, on distingue principalement deux causes menant à la dissipation des ondes : avec l'altitude, à mesure que la masse volumique décroît exponentiellement, l'amplitude des ondes va croître exponentiellement jusqu'à ce qu'elles deviennent instables (au plus tard par instabilité statique, mais possiblement par d'autres instabilités auparavant [Ach07] et références). L'instabilité de l'onde déclenche son déferlement et donc sa dissipation. La seconde cause de dissipation des ondes est la rencontre d'un *niveau critique*, niveau où le vent, dans sa direction de propagation horizontale, est égale à sa vitesse de phase [AHL87].

Ces niveaux critiques jouent un rôle crucial dans les interactions entre ondes et écoulement moyen, car ils entraînent un filtrage systématique des ondes. Les vents d'ouest de la stratosphère d'hiver, par exemple, filtreront la quasi-totalité des ondes de gravité ayant des vitesses de phase positives (vers l'est). Les ondes de gravité ayant des vitesses de phase vers l'ouest parviendront à la mésosphère, entraînant donc un forçage systématique vers l'ouest, d'où le retournement des vents en mésosphère. De même, à l'Équateur, les niveaux critiques et ce filtrage sélectif jouent un rôle déterminant dans l'explication de la QBO [LH68, HL68, BGD⁺01], à laquelle de nombreuses ondes participent dont les ondes de gravité [Dun97].

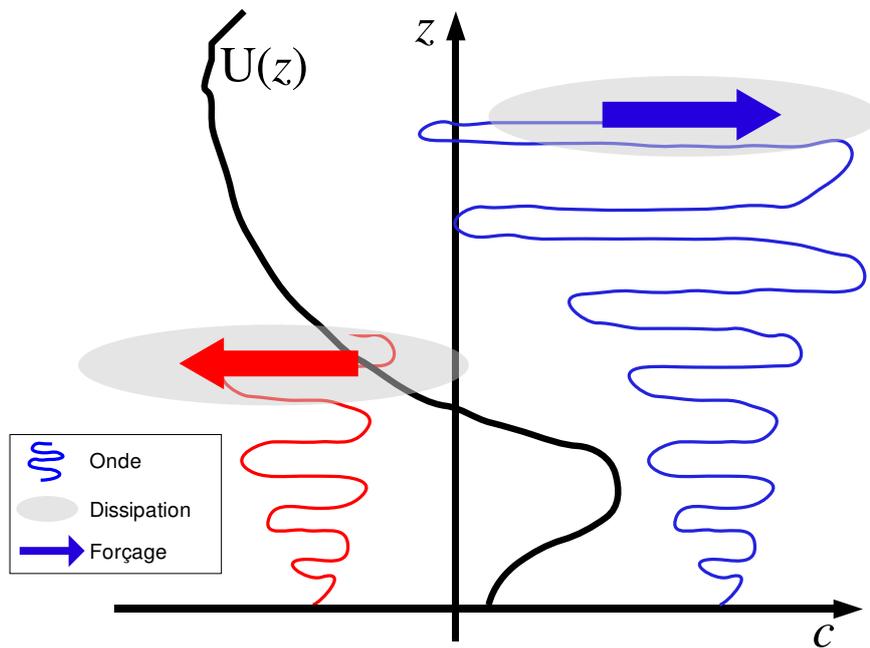


FIG. 1.2 – Représentation schématique de la propagation verticale et du déferlement d’ondes de gravité dans l’atmosphère. L’axe vertical correspond à l’altitude, l’axe horizontal à la vitesse. Les ondes peuvent déferler lorsqu’elles rencontrent un niveau critique (vitesse de phase c égale à la vitesse de l’écoulement $U(z_c)$ (onde ‘rouge’) ou lorsque leur amplitude devient suffisamment grande pour qu’elles soient instables (onde ‘bleue’). La région de déferlement est une région de forçage de l’écoulement.

En revanche, lors de leur dissipation les ondes ne forcent pas l'écoulement de la même façon à l'Équateur et aux moyennes latitudes. A l'Équateur, une onde déposant sa quantité de mouvement vers l'est forcera l'écoulement vers l'est, tandis que l'effet d'une telle force aux moyennes latitudes dépendra de son échelle de temps [HHM⁺95, Hay05]. Sur des échelles de temps longs, elle s'équilibre avec une circulation méridienne (*'gyroscopic pumping'* [McI01]) qui affecte de manière cruciale la distribution des températures à cause des ascendance et subsidence qu'elle entraîne. Les ondes de Rossby et les ondes de gravité contribuent ainsi à forcer la circulation de l'atmosphère moyenne. L'accent sur le rôle des ondes de gravité est souvent mis sur la mésosphère, où elles dominent et où leur impact est spectaculaire, mais elles ont aussi en stratosphère un rôle important [Dun97, Ec06].

Les ondes de gravité jouent d'autres rôles que le forçage à grande échelle de la circulation de la moyenne atmosphère par le biais des transferts verticaux de quantité de mouvement. L'accent est porté ci-dessus sur cet aspect car il sous-tend nombre d'efforts de recherche sur les ondes au cours des dernières décennies [FA03] et importe pour nos collègues modélisateurs globaux (voir section 1.1.3), mais cet aspect est peu pertinent dans l'océan où l'importance des ondes vient de leur contribution au mélange [WF04]. Dans l'atmosphère aussi, leur contribution au mélange, notamment au niveau de la tropopause, et plus particulièrement à la turbulence en air clair, reste à déterminer quantitativement [PF93, LDP⁺04]. Ces autres rôles des ondes de gravité constituent des motivations secondaires pour les études décrites ci-après, et des pistes pour d'autres travaux.

1.1.3 Modélisation

Les modèles de circulation globale de l'atmosphère utilisés pour les simulations du climat à l'échelle du siècle ont une maille bien trop large pour que les ondes de gravité soient directement simulées. A titre d'exemple, les 11 modèles incluant une stratosphère comparés par Eyring et al [Ec07] avaient des résolutions comprises entre $10^\circ \times 22.5^\circ$ et $2^\circ \times 2.5^\circ$. Les ondes de gravité ont des longueurs d'ondes comprises entre la dizaine et le millier de kilomètres, et ce sont sans doute les ondes ayant plutôt des courtes longueurs d'ondes qui contribuent le plus au forçage de l'atmosphère moyenne [FA03]. Il est donc clair que les ondes de gravité sont et seront encore longtemps représentées par des paramétrisations dans nombre de ces modèles.

L'élaboration d'une paramétrisation dépend de l'effet que l'on souhaite représenter et de la compréhension physique du phénomène. L'effet à représenter est le forçage dû aux ondes qui se propagent verticalement depuis des couches plus basses de l'atmosphère. Les paramétrisations auront par conséquent toutes essentiellement trois composantes [KEC03] :

1. une description des **sources d'ondes** en basse atmosphère ; il convient de distinguer ici les paramétrisations des ondes orographiques (dont la source est assez bien comprise grâce à de très nombreux travaux depuis les études linéaires de Queney (voir [Gil82] et références) et celles des ondes non-orographiques (convection, jets, fronts, cisaillement ... voir [FA03] et références). Pour ces dernières, notre ignorance quant aux mécanismes d'émission est telle que la plupart des modèles utilisent une source arbitraire, constante ou variant avec la latitude par exemple. Pour les ondes dues à la convection, la situation a changé au cours des quinze dernières années : les mécanismes commencent à être compris (par exemple [PDAH00, SCL03]), des schémas de paramétrisation proposés et implémentés (par exemple [CB02, BAH03]). Pour les ondes dues aux jets et aux fronts, nous en sommes encore aux efforts de compréhension des mécanismes, et quelques tentatives de paramétrisation sommaires ont été effectuées [CM02, RSG10].
2. une description de la **propagation** des ondes vers l'atmosphère moyenne. Sauf certaines paramétrisations développées récemment [SC08], seule la propagation verticale est prise en

compte, ce qui se justifie pour des ondes d'échelle petite devant l'échelle de l'écoulement dans lequel elles se propagent [HBS08]. La propagation d'un paquet d'ondes ayant certaines caractéristiques dans un écoulement ($U(z)$, $V(z)$) peut se décrire grâce à l'approximation WKB (par exemple [AHL87], annexe 4A).

3. un ou des critères pour déterminer la **dissipation** des ondes et le forçage correspondant de l'écoulement moyen. Selon les paramétrisations, différents critères sont retenus pour déterminer les altitudes auxquelles les ondes se dissipent. Lorsque chaque onde est considérée comme une onde monochromatique (par exemple [Lin81]), la rencontre d'un niveau critique ou la croissance de l'amplitude au-delà du seuil d'instabilité statique déterminent un niveau de dissipation. D'autres paramétrisations généralisent cette approche à un spectre d'ondes [AD99], ou imposent une contrainte sur la forme du spectre d'ondes [WM01], ou cherchent à représenter les interactions nonlinéaires entre ondes [Hin97a, Hin97b].

La première paramétrisation des ondes de gravité est due à Lindzen [Lin81], et décrit la propagation et la dissipation d'une onde monochromatique. Les premières implémentations de paramétrisations d'ondes de gravité portaient sur les ondes de montagne et ont d'emblée amélioré les modèles de circulation générale [PSS86], corrigeant des vents trop forts en troposphère, biais qui était apparu avec l'augmentation de la résolution. Plusieurs autres schémas de paramétrisation ont été développés depuis (par ex. [PSS86, Hin97a, Hin97b, LM97, AD99, WM01]), ne se limitant plus aux ondes orographiques.

A l'heure actuelle, la faiblesse majeure de ces paramétrisations est la description des sources non-orographiques, trop peu contraintes par les observations et trop peu comprises théoriquement [FA03]. Bien qu'il semble qu'il y ait de nombreux choix disponibles pour la dissipation des ondes, la réponse des MCG est en fait moins sensible au choix particuliers de schémas de dissipation [MS05], qu'aux choix déterminants la source.

Cette faiblesse des paramétrisations des ondes de gravité n'est pas anodine : si leur contribution à la circulation méridienne est la plus spectaculaire en mésosphère, elle ajoute aussi, au forçage dominant dû aux ondes de Rossby planétaires, une contribution significative en stratosphère. Les modélisateurs soupçonnent la mauvaise représentation des ondes de gravité d'être en partie responsable du biais froid fréquemment rencontré aux pôles, et particulièrement au pôle sud [Pc00]. Ce biais est particulièrement problématique pour les phénomènes sensibles à la température comme la chimie de l'ozone [Sol99] et rend assez incertaines les prévisions de l'évolution de l'ozone au siècle prochain [Ac03]. Les comparaisons plus récentes de MCG incluant une stratosphère montrent que ces problèmes sont toujours d'actualité [Ec06, Ec07].

1.2 Les ondes d'inertie-gravité

Afin de discuter précisément des ondes de gravité dans la suite, il est nécessaire de les décrire plus quantitativement. C'est l'objet de cette section : sont d'abord présentées (section 1.2.1) les ondes de gravité (de surface) rencontrées dans le modèle de l'eau peu profonde. C'est le modèle le plus simple incluant à la fois des ondes de gravité et des mouvements équilibrés. Par conséquent il a beaucoup été utilisé pour les études théoriques sur l'émission d'ondes par les mouvements équilibrés (par exemple [For94a, DK95, FMN00, RZJ01]), et ces études ont fondé une part importante des idées et des intuitions sur la question. Sont ensuite présentées (section 1.2.2) les ondes internes de gravité dans un fluide continument stratifié. Il importe d'être familier des deux cas et de reconnaître les différences entre les deux, différences qui rendent possible dans le fluide continument stratifié des mécanismes d'émission impossibles dans l'eau peu profonde [McI08].

1.2.1 Dans le modèle de l'eau peu profonde

Le modèle de l'eau peu profonde, aussi désigné comme 'équations de St Venant', est obtenu en considérant une fine couche d'eau, de masse volumique homogène⁵. Comme le rapport d'aspect est faible $H/L \ll 1$, on négligera les variations de la vitesse horizontale avec l'altitude : $u(x, y, z) = u(x, y)$ et de même pour v . En d'autres termes, on ne décrit que la partie barotrope des mouvements, et ce modèle est aussi parfois désigné comme 'modèle équivalent barotrope'. Le rapport d'aspect autorise également à faire l'hypothèse hydrostatique.

Avec ces hypothèses, trois équations scalaires du modèles sont obtenues pour la vitesse horizontale, $\mathbf{u} = (u, v)$, et la hauteur de la surface libre, h [Gil82] :

$$\frac{D\mathbf{u}}{dt} + f\mathbf{k} \times \mathbf{u} + g\nabla h = 0. \quad (1.1a)$$

$$\frac{Dh}{dt} + \nabla \cdot (\mathbf{u}h) = 0. \quad (1.1b)$$

où $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla$ est la dérivée totale ou dérivée lagrangienne.

Il est utile pour la suite d'obtenir les équations pour la divergence $\delta = \partial_x u + \partial_y v$ et la vorticité relative $\zeta = \partial_x v - \partial_y u$:

$$\frac{D\delta}{Dt} - f\zeta + \delta^2 + 2\mathcal{J}(v, u) + g\Delta h = 0, \quad (1.2a)$$

$$\frac{D\zeta}{Dt} + f\delta + \zeta\delta = 0, \quad (1.2b)$$

où $\Delta = \partial_{xx} + \partial_{yy}$ est le laplacien⁶ et où le jacobien est noté $\mathcal{J}(v, u) = \partial_x v \partial_y u - \partial_x u \partial_y v$.

Pour de petits mouvements autour d'un état de repos ($h = H + \eta$, avec $|\eta| \ll H$), les équations (1.2) peuvent être linéarisées :

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} - f\zeta + g\Delta\eta = 0, \quad (1.3a)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + f\delta = 0, \quad (1.3b)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + H\delta = 0. \quad (1.3c)$$

Ces équations se combinent alors ($\partial_t(1.3a) + f(1.3b) - g\Delta(1.3c)$) pour donner une seule équation pour une des variables, par exemple la divergence δ :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2 \right) \delta - gH \Delta \delta = 0. \quad (1.4)$$

Nous cherchons des solutions de la forme

$$(\delta, \zeta, h) = (\hat{\delta}, \hat{\zeta}, \hat{h}) e^{i(\mathbf{kx} - \omega t)} \quad (1.5)$$

à l'équation (1.4). Les équations linéarisées admettent donc deux types de solutions :

⁵Il peut aussi être obtenu par une moyennisation sur la verticale [Zei07].

⁶Lorsque des variables tridimensionnelles (par exemple $u(x, y, z)$) seront considérées, nous distinguons le laplacien horizontal par un indice H : $\Delta_H = \partial_{xx} + \partial_{yy}$. Dans le cas du modèle de l'eau peu profonde, il n'y a pas d'ambiguïté.

- des solutions pour lesquelles $\delta = 0$. Alors on trouve que $\partial_t h = 0$ et que le vent est en équilibre géostrophique : $u = -g f^{-1} \partial_y h$ et $v = g f^{-1} \partial_x h$, et stationnaire ($\partial_t h = 0$) dans l'approximation linéaire.
- des solutions pour lesquelles $\delta \neq 0$. Le nombre d'ondes $\mathbf{k} = (k, l)$ et la fréquence⁷ ω sont liées par la relation de dispersion :

$$\omega^2 = f^2 + gH \mathbf{k}^2. \quad (1.6)$$

Ce sont les ondes de gravité du modèle de l'eau peu profonde. Nous obtenons et décrivons plus en détail leurs propriétés ci-dessous.

- Les propriétés des ondes de gravité qui nous intéresseront par la suite sont les suivantes :
- d'après leur relation de dispersion (1.6), les fréquences des ondes de gravité sont toujours plus grandes que f , et donc les périodes toujours plus courtes que $2\pi/f$ (par exemple 14 h 25 min à St Andrews en Ecosse (56,33°N))
 - les vitesses de phase et de groupe de ces ondes sont

$$\mathbf{c}_\varphi = \frac{\omega}{|\mathbf{k}|} \frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|} = \frac{\sqrt{f^2 + gH \mathbf{k}^2}}{k^2 + l^2} \mathbf{k}, \quad (1.7a)$$

$$\mathbf{c}_g = \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{k}} = \frac{gH}{\sqrt{f^2 + gH \mathbf{k}^2}} \mathbf{k}. \quad (1.7b)$$

- Ainsi, les ondes de courtes longueurs d'ondes ($|\mathbf{k}| \gg f/\sqrt{gH}$) ont des fréquences élevées (voir (1.6)), et leurs vitesses de phase et de groupe tendent toutes deux vers \sqrt{gH} . Pour de courtes longueurs d'ondes la rotation ne joue pas de rôle.
- Au contraire, les ondes longues ($|\mathbf{k}| \rightarrow 0$) sont des ondes de basse fréquence (proches de, mais légèrement supérieures à, f), pour lesquelles la rotation joue un rôle important. Leurs vitesses de phase tendent vers l'infini (fréquence finie, longueur d'onde tendant vers l'infini) mais leurs vitesses de groupe tendent vers zéro. Ces ondes de basse fréquence sont souvent désignées comme ondes d'inertie-gravité, et se confondent, dans la limite $\omega \sim f$ avec les oscillations inertielles.

Une implication des remarques ci-dessus est que, comme les écoulements que nous considérons auront des vitesses petites devant \sqrt{gH} (faible nombre de Froude $U/\sqrt{gH} \ll 1$), les ondes courtes auront dans ce modèle des vitesses rapides par rapport à l'écoulement.

En résumé, dans le modèle de l'eau peu profonde, la fréquence est directement liée à la longueur d'onde. Ceci constituera une différence essentielle par rapport aux ondes internes. Cette différence est due au fait que l'échelle de longueur verticale, dans le modèle de l'eau peu profonde, est fixe et imposée : c'est la profondeur de la couche H .

1.2.2 Dans un fluide continuellement stratifié

Dans un fluide continuellement stratifié, nous retrouvons la même séparation entre mouvements lents *équilibrés* et mouvements rapides (ondes de gravité). Toutefois, les propriétés de ces dernières seront un peu différentes.

Le système d'équations primitives que nous considérerons est obtenu avec l'approximation de Boussinesq et l'hypothèse hydrostatique. Cette dernière est justifiée car les ondes considérées

⁷Il serait plus rigoureux de désigner ω comme une pulsation et $\omega/(2\pi)$ comme fréquence; la distinction cependant est souvent négligée et l'on désignera, suivant l'usage courant, ω comme la *fréquence* des ondes, avec comme période correspondante $2\pi/\omega$.

seront des ondes d'inertie-gravité, bien décrites comme hydrostatiques [Gil82]. En faisant l'approximation de Boussinesq, nous perdons la décroissance exponentielle de la masse volumique avec l'altitude [AHL87]. Or, si celle-ci est essentielle pour le rôle des ondes dans l'ensemble de la circulation de l'atmosphère, elle est accessoire pour les problèmes de génération qui nous intéressent. Les équations primitives utilisées s'écrivent donc [MG80] :

$$\frac{Du}{Dt} - f v + \phi_x = 0 \quad (1.8a)$$

$$\frac{Dv}{Dt} + f u + \phi_y = 0 \quad (1.8b)$$

$$\phi_z = \frac{g}{\theta_0} \theta_{tot} \quad (1.8c)$$

$$\frac{D\theta_{tot}}{Dt} = 0, \quad (1.8d)$$

$$u_x + v_y + w_z = 0, \quad (1.8e)$$

où f est le paramètre de Coriolis, g est la gravité, ϕ est le géopotentiel, θ_{tot} est la température potentielle, θ_0 est une température de référence, et z est une coordonnée pression modifiée [HB72], que nous traiterons simplement comme l'altitude. Enfin, $D/Dt = \partial_t + \mathbf{u} \nabla$ désigne la dérivée lagrangienne. Dans la suite, on décompose la température potentielle en un profil de base et une anomalie : $\theta_{tot}(x, y, z, t) = \Theta(z) + \theta(x, y, z, t)$.

Après linéarisation de ces équations pour des petites perturbations autour d'un état de repos, elles peuvent être combinées pour donner une seule équation, par exemple pour w :

$$((\partial_{tt} + f^2) \partial_{zz} + N^2 \Delta_H) w = 0, \quad (1.9)$$

où la fréquence de Brunt-Väisälä $N^2 = g/\theta_0 \partial_z \Theta$ a été introduite, et où $\Delta_H \equiv \partial_{xx} + \partial_{yy}$ est le laplacien horizontal.

Cette équation est vérifiée pour des mouvements non-divergents (et donc avec $w = 0$) : ce sont les mouvements stationnaires en équilibre géostrophique

$$u_g = -f^{-1} \phi_y, \quad v_g = f^{-1} \phi_x. \quad (1.10)$$

L'équation (1.9) a également des solutions ondulatoires de la forme

$$(u, v, w, \theta, p) = (\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}, \hat{\theta}, \hat{p}) e^{i(\mathbf{k}\mathbf{x} - \omega t)}, \quad (1.11)$$

où $\mathbf{k} = (k, l, m)$, le vecteur d'ondes et ω , la fréquence, vérifient la relation de dispersion :

$$\omega^2 = f^2 + \frac{N^2 (k^2 + l^2)}{m^2}. \quad (1.12)$$

Il importe de remarquer d'emblée que seule l'inclinaison par rapport à la verticale importe pour déterminer la fréquence des ondes. En d'autres termes, il n'y a pas de distinction entre ondes longues et ondes courtes, seul le rapport d'aspect importe pour déterminer la fréquence.

La vitesse de phase de ces ondes s'écrit :

$$\mathbf{c}_\varphi = \frac{\omega}{|\mathbf{k}|^2} \mathbf{k}. \quad (1.13)$$

Pour une orientation donnée du vecteur d'onde (rapports k/m et l/m fixes), on voit que la vitesse de phase tend vers zéro lorsque $|\mathbf{k}| \rightarrow \infty$.

La vitesse de groupe s'écrit :

$$\mathbf{c}_g = \frac{N^2}{\omega m^2} \left(k, l, -\frac{\mathbf{k}_H^2}{m} \right). \quad (1.14)$$

A nouveau, on constate que cette vitesse tend vers zéro lorsque $|\mathbf{k}| \rightarrow \infty$.

Ce comportement diffère fondamentalement de celui constaté dans le modèle de l'eau peu profonde, où les ondes courtes avaient au contraire des vitesses de phase et de groupe rapides (\sqrt{gH}). La différence vient de ce qu'on impose, dans le modèle de l'eau peu profonde, une échelle verticale, la profondeur de la couche. Dans le fluide continuellement stratifié, cela équivaudrait à faire tendre $|\mathbf{k}_H| \rightarrow \infty$ en gardant m fixe. Les équations ci-dessus ne sont pas alors appropriées puisque l'hypothèse hydrostatique suppose que l'on garde un faible rapport d'aspect $|\mathbf{k}_H|/m \ll 1$. Néanmoins, elles suggèrent que le comportement est alors très différent : la fréquence augmente, la composante horizontale de la vitesse de groupe tend vers une valeur finie (N/m) tandis que sa composante verticale diverge.

1.3 Les jets et les fronts comme sources d'ondes

Il est bien connu qu'on observe au voisinage des jets et des fronts une augmentation des amplitudes des ondes de gravité (sous-section 1.3.1). Toutefois, les approches théoriques peinent à fournir une illustration simple et utile des mécanismes de cette émission (sous-section 1.3.2). À défaut d'une explication théorique simple, l'émission a été isolée dans des simulations numériques d'écoulements idéalisés (sous-section 1.3.3), et mise en évidence dans des expériences de laboratoire fournissant un stimulus notoire pour la recherche dans ce domaine (sous-section 1.3.4).

1.3.1 Observations

L'intensité des ondes de gravité au voisinage des jets et des fronts a été établie dans les observations par plusieurs approches. Des études de cas comme celles d'Uccellini & Koch [UK87] ont identifié des signaux d'ondes intenses au voisinage de jets et de fronts. Certaines configurations de l'écoulement, et plus particulièrement les régions de sortie de jet, ont été identifiées comme comportant souvent des ondes de forte amplitude. Le mécanisme d'ajustement géostrophique [Blu72] a été mis en avant pour expliquer la présence de ces ondes. Les nombres de Rossby lagrangiens standard et transverse [KD88]

$$Ro_L = \frac{|\mathbf{v}_a|}{|\mathbf{v}|}, \quad Ro_\perp = \frac{|\mathbf{v}_a^\perp|}{|\mathbf{v}|}, \quad (1.15)$$

où \mathbf{v} est le vent total et \mathbf{v}_a sa composante agéostrophique, et \mathbf{v}_a^\perp en est la partie normale à \mathbf{v} , ont été proposés pour diagnostiquer dans l'écoulement de grande échelle les régions générant des ondes de gravité. Des études systématiques d'observations recueillies le long de vols d'avions [FN92], ou d'observations radar [EV93], ont établi que la variance des mouvements de petite échelle augmentait au voisinage des jets et des fronts, et ont ainsi confirmé leur importance comme sources d'ondes. L'étude de Sato [Sat94], basée sur les observations du radar MU, a cependant souligné que la corrélation entre les ondes et l'intensité du jet n'était pertinente, dans ses données, qu'à l'échelle saisonnière.

Des études de cas plus récentes, basées sur des observations radar [TWM99, PWV01] ou sur des données Lidar [HSH01] ont insisté sur l'importance des régions de sortie de jet comme source

des ondes, et ont continué à proposer l'ajustement géostrophique comme mécanisme responsable des ondes [PWV01].

Afin de mieux identifier les ondes provenant des jets et des fronts, une stratégie a été d'analyser des observations effectuées au-dessus des océans, soit dans des radiosondages depuis une île de l'Océan Austral [GRMK00], soit dans des radiosondages lancés depuis des navires durant FASTEX [JJS⁺97, JBB⁺99] dans l'Atlantique [PTZ03]. Ces études montrent que les ondes les plus intenses sont rencontrées au voisinage des jets intenses et surtout dans des régions de sortie de jet, ou en aval de celles-ci. Ces régions de sortie de jet peuvent se trouver près d'une dorsale du géopotential [UK87, GRMK00] ou au contraire près du thalweg [PTZ03]. Des ondes de basse fréquence ($\sim 1 - 2f$) sont alors présentes dans la basse stratosphère, se propageant vers le haut. Des ondes se propageant en troposphère et vers le bas ont aussi été observées [TWM99, PTZ03], confirmant que la source des ondes est au niveau du jet en haute-troposphère. Des études récentes basées sur des radiosondages confirment l'importance des jets comme sources [WGA05, LY07, ZY07].

1.3.2 Théorie

Comme indiqué ci-dessus, de nombreux auteurs ont fait référence à l'ajustement géostrophique comme mécanisme à l'origine des ondes. Or, cette référence à l'ajustement géostrophique est, sinon mal venue, du moins peu utile pour deux raisons : d'une part, les cas d'émission spontanée observés ou simulés ont lieu dans des écoulements trop complexes pour que le problème d'ajustement géostrophique y soit bien posé. D'autre part, un des problèmes cruciaux est de comprendre ce qui produit l'anomalie qui va s'ajuster, autant que de comprendre son ajustement. Que des écoulements initialement équilibrés évoluent de manière à produire des régions *hors-équilibre* constitue un phénomène délicat à décrire, qui a des implications importantes et qui a fait l'objet de nombreuses recherches.

A propos de l'ajustement géostrophique

L'ajustement géostrophique est l'évolution d'un écoulement initialement arbitraire vers un état en équilibre géostrophique. C'est un mécanisme fondamental dans la dynamique des fluides géophysiques, une *'brique de base'* dans la construction de notre compréhension de l'atmosphère et de l'océan [Ros38, Blu72]. La description de cet ajustement est un problème bien posé lorsqu'on considère des écoulements plans-parallèles [Ros38, Ou84, FL92, BW95, WB95] ou axisymétriques [SHDF80] : il existe alors sans ambiguïté un état stationnaire, équilibré, vers lequel le fluide s'ajuste [ZMP03, PZ05]. C'est un problème bien défini également quand on considère des petites perturbations à un fluide au repos [Obu49, Blu72, FL93, RZJ01].

Toutefois, dans les études d'émission par les jets ou les fronts, l'écoulement n'est pas plan-parallèle ou axisymétrique (au contraire, les régions de sortie de jets sont des écoulements ayant une structure nécessairement tri-dimensionnelles), ni correspondant à de petites fluctuations sur un état de repos. Aussi les approches faiblement non-linéaires ne nous permettent pas d'identifier un mécanisme d'émission d'ondes à partir des jets et des fronts [RZJ01, ZRJ03] ; au contraire, ces approches concluent qu'il n'y a aucune émission possible d'ondes par les mouvements équilibrés. Par conséquent, se référer à l'ajustement géostrophique pour expliquer l'émission d'ondes au voisinage des jets et des fronts n'est pas utile : l'écart entre les modèles théoriques et les cas réalistes ne permet pas d'esquisser une prédiction en s'appuyant sur les modèles théoriques. Surtout, dans toutes les études théoriques, l'écart à l'équilibre est une condition initiale donnée. Pour l'émission spontanée, la difficulté réside précisément dans le fait de décrire comment un écoulement

initialement équilibré en vient à produire une région hors-équilibre, qui ensuite s'ajusterait selon un scénario qu'on ne sait pas bien décrire, étant donnée la complexité de l'écoulement, vers un état qui évolue et qu'on ne sait pas définir sinon approximativement. Se référer à l'ajustement géostrophique élude cette difficulté centrale.

Michael McIntyre insiste sur la distinction entre l'émission spontanée et l'ajustement géostrophique [FMN00, McI01]. Dans le second cas, les ondes de gravité sont présentes dans la condition initiale, sous forme d'une région hors-équilibre. Elles apparaissent distinctement en se propageant au loin pendant l'ajustement. Au contraire, les ondes spontanément émises apparaissent dans un écoulement qui pouvait être initialement parfaitement équilibré, et elles résultent de l'évolution de cet écoulement. Que des mouvements initialement équilibrés puissent produire des ondes de gravité n'est pas évident a priori. Étudier cette émission spontanée revient à étudier les limitations de la *variété lente* et des modèles équilibrés. Ces motivations fondamentales ont motivé nombre de recherches sur les mécanismes d'émission spontanée : radiation de Lighthill, instabilités agéostrophiques, perturbations cisailées.

Variété lente et émission spontanée

L'apparent découplage entre les ondes de gravité (rapides) et les mouvements géostrophiques (lents) a mené à la notion de la variété lente [Lei80, Lor80]. Il s'agirait d'un sous-espace invariant de l'espace des phases sur lequel la totalité du mouvement pourrait se déduire, à chaque instant, de l'inversion de la vorticit   potentielle [FMN00]. En d'autres termes, l'évolution d'une condition initiale sur cette variété demeurerait toujours sur cette variété. En pratique, cette variété n'est jamais décrite que de manière approchée, à l'aide de modèles équilibrés tels ceux qu'on peut obtenir avec les approximations quasi-géostrophique ou semi-géostrophique (voir par ex. [Ped87, Hol92]). Une grande partie de notre compréhension de l'atmosphère et de l'océan repose sur ces modèles. Deux questions fondamentales surgissent donc : une variété lente existe-t-elle au sens strict, et sinon, quelles sont les limitations des modèles équilibrés ?

Il est néanmoins apparu, dans des études de modèles fortement tronqués se ramenant à quelques équations différentielles ordinaires (EDO), que le découplage ne pouvait être complet [WM86, VL86, LK87]. Ces exemples, qu'on peut interpréter comme décrivant deux oscillateurs couplés, dont l'un a une fréquence beaucoup plus élevée que l'autre, suggèrent qu'il est inévitable que les mouvements lents se projettent, même faiblement, sur des mouvements rapides, et que l'unicité de la variété lente soit par conséquent perdue. Il n'existerait pas de variété lente au sens strict, mais ceci n'exclut pas qu'il en existe dans un sens plus général, où des mouvements rapides sont autorisés mais *soumis* ('*slaved*') aux mouvements équilibrés [FMN00]. Les questions à résoudre deviennent alors : par quels mécanismes des mouvements rapides sont-ils générés ? Quelles sont leurs amplitudes et leur impact sur les mouvements équilibrés ?

Pour confirmer la non-existence d'une variété lente au sens strict, encore fallait-il un exemple explicite d'émission spontanée d'ondes de gravité dans un écoulement, c'est-à-dire dans un système d'équations aux dérivées partielles (EDP) et non seulement un système d'EDO couplées. Ford a fourni un tel exemple en décrivant l'émission d'ondes par un tourbillon elliptique [For94c], par les modes instables d'un tourbillon axisymétrique [For94b] et par l'évolution non-linéaire d'une couche de cisaillement instable barotropiquement [For94a]. Le mécanisme décrit est la transposition, dans le modèle de l'eau peu profonde, du mécanisme d'émission d'ondes acoustiques par des mouvements turbulents développé par Lighthill [Lig52]. La 'radiation de Lighthill', du fait de la grande qualité du travail de Ford, des implications fondamentales concernant la variété lente, et du fait que cela a constitué la première illustration d'émission spontanée dans un système d'EDP a guidé beaucoup de travaux sur l'émission d'ondes. A titre d'exemple, citons

l'étude de [SII08] qui reprend le travail de Ford [For94a] avec des moyens numériques nouveaux pour étendre ses résultats à une gamme plus vaste des paramètres. D'autres mécanismes d'émission d'ondes par des mouvements équilibrés ou de couplage entre eux ont été mis en évidence depuis : il s'agit d'instabilités agéostrophiques (couplant des mouvements équilibrés et non-équilibrés) et d'émission transitoire provenant d'anomalies dans un cisaillement. Ces mécanismes seront décrits en section 2.2.

1.3.3 Modélisation

Afin de décrire la génération spontanée d'ondes de gravité dans des écoulements de complexité intermédiaire entre des écoulements réels et ceux qu'on peut décrire analytiquement, la modélisation numérique est un outil de choix. Les premières études, dans le cadre de la frontogénèse bidimensionnelle, ont néanmoins rencontré des difficultés techniques, les modèles produisant des ondes artificielles lorsque la résolution était inadéquate par exemple (voir discussion dans [SSR93] à propos de [GWC88, Gar89a]). Par ailleurs, les ondes apparaissent souvent aux plus petites échelles disponibles étant donnée la résolution du modèle, et par conséquent la première étude insistant sur la génération spontanée d'ondes de gravité au cours d'une simulation tri-dimensionnelle d'instabilité barocline [OD95] a été accueillie d'abord avec circonspection. Depuis, d'autres études ont établi la pertinence de l'émission spontanée simulée dans l'évolution idéalisée de jets instables [VD06, Zha04]. Souvent, ces études insistent à nouveau sur le rôle particulier des régions de sortie de jet. Il faut mentionner aussi des études de cas (par ex. [ZKDK01, ZP06]) qui se révèlent cependant très complexes (interactions de l'émission spontanée avec des processus humides ou avec des ondes de montagne), rendant difficiles des conclusions sur l'émission spontanée. Je reviens plus en détail sur ces différents travaux et les questions restant ouvertes au chapitre 3.

1.3.4 Expériences de laboratoire

Il faut enfin citer des études de laboratoire qui, malgré la faiblesse de l'émission considérée, parviennent à mettre en évidence des cas qui stimulent la recherche. Des signaux d'ondes ont été mis en évidence dans un écoulement à deux couches dans un anneau en rotation [LRR00], pour un régime de paramètres caractérisé par le développement de l'instabilité barocline. Cette émission a été interprétée comme une manifestation de radiation de Lighthill [WHR05], mais cette interprétation est contestée. L'établissement du diagramme de stabilité complet, pour un tel écoulement à deux couches dans un anneau [GZP09] et de nouvelles expériences utilisant un dispositif plus grand (travaux en cours de Jan-Bert Flor et Hélène Scolan, dans le cadre du projet FLOWING) devraient contribuer à l'explication de ces expériences.

L'émission par des collisions de dipôles a été étudiée en laboratoire [Afa03], mais ces écoulements sont trop complexes pour permettre une interprétation simple. Une émission d'ondes inertielles par l'instabilité d'un courant de bord a été mise en évidence à l'aide d'une méthode élégante dans [and08]. Enfin, des expériences récentes [Rie09, RML10, RLM10], menées dans le cadre du projet FLOWING, ont permis de mettre en évidence expérimentalement des instabilités couplant mouvements équilibrés et ondes de gravité, qui avaient jusqu'alors été étudiées par des approches analytiques et numériques.

1.4 Démarche scientifique et plan de la thèse

L'analyse scientifique d'un phénomène comprend généralement des allers-retours entre des faits (observations, expériences de laboratoires) et leurs représentations dans des modèles plus ou moins idéalisés. Dans mon itinéraire personnel, une première confrontation aux observations a été effectuée à la fin de ma thèse [PTZ03, PT03], révélant le rôle clé des régions de sortie de jet pour les ondes d'inertie-gravité. Le document présent traduit le trajet effectué depuis, et toujours en cours, allant des analyses théoriques (chapitre 2) vers leur confrontation aux observations (chapitre 4).

Les questions qui guident les travaux exposés dans la suite sont :

1. quels sont les mécanismes d'excitation des ondes de gravité au voisinage des jets et des fronts ?
2. peut-on prédire leurs caractéristiques (orientation, longueurs d'onde, amplitude) d'après l'écoulement de grande échelle ?

La première question s'inscrit dans le débat sur les limitations des modèles équilibrés, tandis que la seconde est abordée en ayant à l'esprit les paramétrisations comme application principale.

Pour apporter des réponses à ces questions, la première étape consiste à examiner des mécanismes *possibles* d'émission, à savoir des mécanismes qui permettent de coupler ondes de gravité et mouvements équilibrés (chapitre 2). Identifier et quantifier de tels couplages est une question en soi, et de plus une question difficile (voir par exemple [Van08]). L'analyse théorique de ces mécanismes se fera nécessairement dans des configurations simplifiées (par ex. un cisaillement constant). Ceci pourra certes limiter leur pertinence pour des écoulements réalistes, mais ils illustreront néanmoins très bien les facteurs cruciaux favorisant l'émission et les obstacles qui l'empêchent.

Dans un second temps, la modélisation numérique nous permet d'examiner l'émission spontanée dans des écoulements ayant une complexité intermédiaire entre les écoulements étudiés analytiquement et l'atmosphère réelle (chapitre 3). De telles simulations isolent le mécanisme qui nous intéresse et nous permettront de le quantifier précisément. Des simulations de cycle de vie d'instabilité barocline confirment le rôle clé des courant-jets en haute troposphère, tandis que des simulations de dipôle constituent une idéalisation de ces courant-jets pour laquelle le mécanisme d'émission peut être décrit simplement.

Enfin, forts de la compréhension acquise par ces approches théoriques, j'esquisse au chapitre 4 la confrontation aux observations qui est en cours et fournira un test pour la pertinence des résultats théoriques. La campagne Vorcore (septembre 2005-Février 2006, [HCB⁺07]) a fourni une extraordinaire base de données pour l'étude des ondes de gravité. Les observations ont déjà fourni de nombreux éléments d'une climatologie des ondes au-dessus de l'Antarctique et de l'Océan Austral. Des simulations numériques de cas réels pour cette période ont été effectuées et vont être exploitées pour aller au-delà de la description des ondes à une altitude donnée (70 hPa ou 50 hPa) et d'examiner les sources troposphériques de ces ondes. En particulier, les jets et les fronts constitueront une part importante des sources au-dessus de l'Océan Austral.

Cette trajectoire, allant des approches analytiques pour acquérir une compréhension des mécanismes fondamentaux, jusqu'aux simulations de cas réels, reflète ma démarche scientifique dans ses grandes lignes. Une part importante de mon travail actuel porte sur les activités présentées au chapitre 4, mais les travaux présentés dans les chapitres qui précèdent ne sont pas conclus pour autant et différentes pistes continuent d'être explorées. Les questions restant ouvertes, les études en cours ou possible pour y répondre, et les pistes vers des thèmes différents sont discutés au chapitre 5.

Chapitre 2

Mécanismes fondamentaux

'une sorte de minuscule pipi de bébé fourmi mais en plus riquiqui'

Claude Ponti [Pon04]

Avant d'entreprendre une étude de l'émission d'ondes par les jets et les fronts dans des écoulements réalistes, puis dans l'atmosphère, il convient d'esquisser dans des modèles simples, si possible analytiques, quels pourraient être les mécanismes d'une telle émission. Un exemple incontournable est la *radiation de Lighthill*, qui sera décrite dans la section 2.2. Afin d'en apprécier la valeur et les raisons qui en ont fait une référence incontournable, nous commençons cependant par rappeler, en section 2.1, le contexte et l'obstacle principal concernant l'émission spontanée, à savoir la séparation des échelles de temps entre ondes de gravité et mouvements équilibrés.

En fait, la radiation de Lighthill contourne cette difficulté puisqu'il n'y a pas de séparation des échelles de temps (nombres de Rossby d'ordre 1). Dans des écoulements caractérisés par de petits nombres de Rossby, il est néanmoins possible d'exhiber deux types de mécanismes d'excitation spontanée d'ondes de gravité : les instabilités agéostrophiques (section 2.3) et les perturbations cisailées (section 2.4). Enfin, les liens entre ces mécanismes et les points communs qui les sous-tendent sont discutés en section 2.5.

2.1 Séparation des échelles de temps et modèles équilibrés

Les ondes de gravité et les mouvements équilibrés diffèrent par leurs échelles de temps. Les fréquences des ondes de gravité sont comprises entre f , le paramètre de Coriolis valant environ $10^{-4} s^{-1}$ aux moyennes latitudes, et N , la fréquence de Brunt-Väisälä, valant environ $10^{-2} s^{-1}$ en troposphère et $2 \cdot 10^{-2} s^{-1}$ en basse stratosphère. Leur échelle de temps caractéristique est donc plus courte que $1/f$, typiquement de l'ordre de 3 heures aux moyennes latitudes. Les mouvements équilibrés peuvent être décrits par l'advection de la vorticité potentielle, et leur échelle de temps est donc L/U , où L est une échelle de longueur caractéristique, disons 1000 km, et U est une vitesse caractéristique, disons $20 m s^{-1}$. Le rapport de ces deux échelles de temps est le nombre de Rossby :

$$\mathcal{R} = \frac{U}{fL}, \quad (2.1)$$

qui vaut par exemple 0.2 avec les valeurs mentionnées ci-dessus.

La raison fondamentale expliquant la faible excitation des ondes de gravité par les mouvements équilibrés est cette séparation des échelles de temps. Il importe de noter qu'il n'y pas de

raison fondamentale favorisant a priori une séparation des échelles spatiales : les ondes de gravité peuvent exister à toutes les échelles spatiales (cf parties 1.2.1 et 1.2.2).

Afin d'illustrer les implications de cette séparation d'échelles, nous allons commencer par un exemple très simple, dans une équation différentielle ordinaire décrivant un oscillateur harmonique forcé.

2.1.1 Système d'équations différentielles ordinaires

A titre d'illustration, il peut être utile de rappeler le comportement d'un système unidimensionnel très simple : un oscillateur harmonique forcé $w(t)$:

$$\frac{d^2 w}{dt^2} + f^2 w = \mathcal{F}(t), \quad (2.2)$$

où w décrit la grandeur qui oscille (par exemple la position de l'extrémité d'un ressort), où $f > 0$ est la fréquence propre de l'oscillateur et $\mathcal{F}(t)$ est un forçage imposé et dépendant du temps. Si on décompose le forçage à l'aide d'une transformation de Fourier dans le temps :

$$\hat{\mathcal{F}}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{F}(t) e^{-i\omega t} dt, \quad (2.3)$$

la réponse s'écrit :

$$w(t) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\hat{\mathcal{F}}(\omega)}{\omega^2 - f^2} e^{i\omega t} d\omega. \quad (2.4)$$

Cette forme de la solution permet de mettre clairement en évidence deux choses très simples : les fréquences présentes dans la réponse sont celles qui sont présentes dans le forçage, et il y a une forte amplification au voisinage de la fréquence propre de l'oscillateur, f . On dit alors qu'il y a résonance⁸

Considérons un forçage ayant des échelles de temps caractéristiques beaucoup plus lentes que $2\pi/f$. La réponse $w(t)$ ressemblera alors simplement à $\mathcal{F}(t)/f^2$, sans oscillation propre de l'oscillateur à la fréquence ω .

Cet exemple très simple d'oscillateur harmonique forcé guidera notre intuition dans la suite, et c'est pourquoi il est introduit ici. Il donne une illustration quantitative de la réponse forcée d'un oscillateur lorsqu'il y a séparation entre l'échelle de temps propre des oscillation et celle du forçage. Pour que cet exemple soit utile, il faut garder à l'esprit tout ce qui lui manque :

- l'oscillateur n'a pas de dynamique lente, et le forçage y est imposé, au lieu de résulter d'une dynamique propre (et non-linéaire),
- et il manque une (ou plusieurs) dimensions spatiales et les contraintes (par ex. relation de dispersion) qui en découlent.

Nous allons aller au-delà de ces limitations progressivement, en abordant un système d'équations différentielles ordinaires comportant une dynamique non-linéaire⁹ (section 2.1.1), puis en considérant des faibles perturbations dans un fluide étendu et au repos (section 2.1.2).

⁸on peut montrer que la divergence de $\hat{w}(\omega)$ pour $\omega = f$ n'est pas problématique lorsqu'on intègre et que $\hat{\mathcal{F}}(\omega)$ est continue.

⁹Ces modèles peuvent être interprétés comme décrivant des oscillateurs couplés, ayant des fréquences propres très différentes [Van08], d'où le lien avec l'exemple de l'oscillateur harmonique simple.

Modèle fortement tronqué

Lorenz a proposé plusieurs modèles fortement tronqués permettant d'explorer certains aspects fondamentaux de la dynamique des fluides géophysiques pour des systèmes nonlinéaires de quelques équations différentielles ordinaires. C'est ainsi avec un modèle à 3 degrés de liberté qu'il a mis en évidence la nature chaotique de la dynamique de l'atmosphère, et proposé le célèbre 'effet papillon'. Afin d'étudier les interactions entre modes vorticaux et ondes de gravité, il a élaboré un modèle ne retenant que 5 degrés de liberté décrivant les amplitudes de 3 ondes de Rossby et 2 ondes d'inertie-gravité.

L'étude numérique de ce modèle, en présence de forçage et de dissipation, suggère qu'il est inévitable que des ondes de gravité soient excitées [LK87]. Cette conclusion est en accord avec les résultats d'autres études (par ex. [VL86, WM86]). Dans leur conclusion, Lorenz et Krishnamurty [LK87] évoquent le fait que tout mouvement équilibré non-trivial aura inévitablement, dans sa transformée de Fourier, une composante faible mais non-nulle à des fréquences supérieures à f . Cette composante produira une réponse résonnante dans les variables rapides (x, z) , même si elle est faible, comme illustré avec l'oscillateur harmonique (2.2).

Ce modèle a récemment été revisité par Jacques Vanneste, qui quantifie analytiquement l'émission d'ondes de gravité [Van04]. Il prouve par des méthodes asymptotiques exponentielles [STL91] que l'émission est toujours présente, même pour de faibles nombres de Rossby. Elle est néanmoins très faible, plus précisément exponentiellement faible en nombre de Rossby (eq. (3.8) de [Van04]) :

$$C = 2\pi\kappa \mathcal{R}^{-2} e^{-\frac{\pi}{2\mathcal{R}}} . \quad (2.5)$$

Il est démontré notamment que l'émission des ondes se produit en un temps relativement court (de l'ordre de $1/\sqrt{\mathcal{R}}$). Cette émission est illustrée en Figure 2.1, où l'on voit des ondes (oscillations rapides) apparaître et persister après la variation assez rapide autour de $t = 0$. Il importe de noter que l'émission se fait à un instant précis, en un temps court, et l'amplitude des ondes est ensuite constante. L'amplitude de l'émission peut donc être obtenue d'après la théorie linéaire.

Dans ce modèle simplifié de l'émission spontanée, il est important de noter que la dynamique nonlinéaire de l'écoulement équilibré joue un rôle essentiel pour produire une dépendance en temps non-triviale des variables équilibrées. Cette dépendance en temps comporte inévitablement une composante à des fréquences suffisamment hautes pour correspondre à des ondes d'inertie-gravité. Néanmoins, cette composante n'est pas accessible par des développements asymptotiques standards, car elle est exponentiellement faible (*'beyond all orders'*, [STL91]).

2.1.2 Système d'équations aux dérivées partielles

Pour illustrer l'effet de la séparation des échelles de temps dans un système plus réaliste, ayant des variations spatiales et non seulement temporelles, considérons le modèle de l'eau peu profonde. Un problème pertinent pour comprendre le découplage des mouvements lents et rapides est celui de l'ajustement géostrophique. L'ajustement de faibles perturbations à un fluide au repos a été décrit perturbativement par [RZJ01], avec deux hypothèses essentielles¹⁰ : l'état initial est caractérisé par une seule échelle spatiale, L , et le nombre de Rossby $\mathcal{R} = U/fL \ll 1$, ce qui fournit une séparation d'échelles et justifie des développements asymptotiques comportant plusieurs échelles de temps.

¹⁰Plusieurs régimes dynamiques sont décrits, pour différentes valeurs du nombre de Burger ; je me limite ici au régime quasi-géostrophique, pour lequel le nombre de Burger est égal à 1 (les échelles de l'anomalie initiale sont comparables au rayon de déformation).

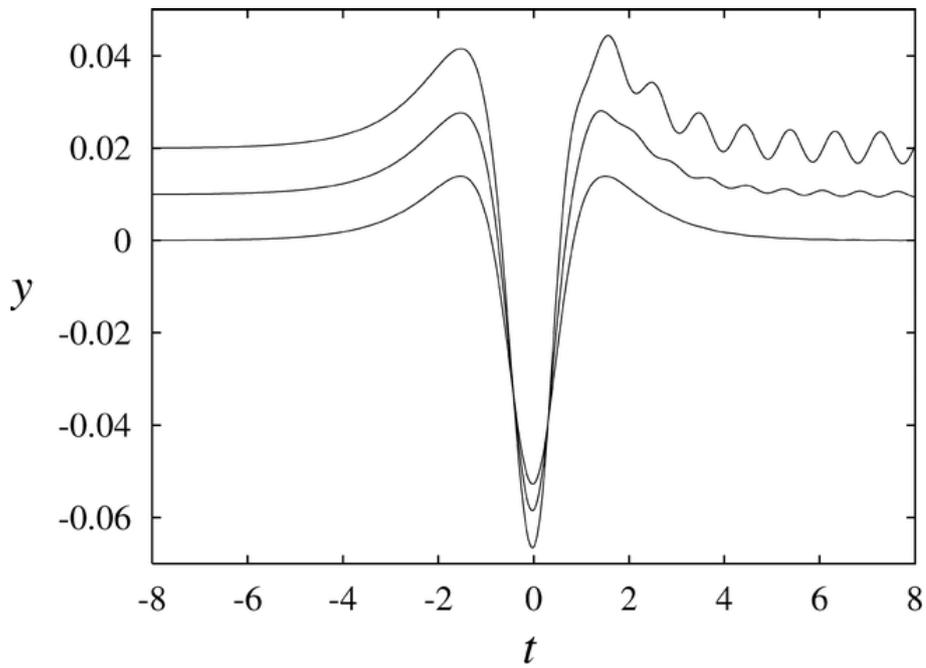


FIG. 2.1 – Emission spontanée d’ondes dans le modèle de Lorenz, d’après [Van04] : évolution de la variable rapide y , pour trois valeurs du nombre de Rossby $\mathcal{R} = 0.15$ (courbe du haut), 0.125 (courbe du milieu), 0.1 (courbe du bas). Autour de $t = 0$, les fluctuations des variables équilibrées sont rapides, et excitent des ondes de gravité. Celles-ci sont très sensibles à l’intensité du nombre de Rossby.

Toute condition initiale (u, v, h) s'écrit alors asymptotiquement :

$$u(x, y, t) = \bar{u}_0 + \tilde{u}_0 + \mathcal{R}(\bar{u}_1 + \tilde{u}_1) + O(\mathcal{R}^2). \quad (2.6)$$

L'inversion de la vorticité potentielle permet à l'ordre zéro de séparer la condition initiale en une partie équilibrée et une partie rapide : $u_I(x, y) = \bar{u}_0(x, y, 0) + \tilde{u}_0(x, y, 0)$. Le principal point que je veux retenir ici est le suivant :   l'ordre 1, une équation est obtenue pour $h_1 = \bar{h}_1 + \tilde{h}_1$, de la forme ( quation (3.44) de [RZJ01]) :

$$-\frac{\partial^2 h_1}{\partial t^2} - h_1 + \nabla^2 h_1 = \mathcal{F}, \quad (2.7)$$

où \mathcal{F} est un forçage provenant de combinaisons de termes d'ordre zéro. Le point crucial ici est que l'hypothèse de séparation des échelles de temps permet de séparer, dans cette équation, les composantes rapides et lentes par une moyenne temporelle. Les termes de forçage provenant de la composante lente ne produiront qu'un forçage lent, $\bar{\mathcal{F}}$, et donc n'exciteront qu'une réponse lente \bar{h}_1 . Par conséquent, si la condition initiale est équilibrée ($(\tilde{u}_0, \tilde{v}_0, \tilde{h}_0)(x, y, 0) = 0$), il n'apparaît pas de mouvements rapides à l'ordre 1. Pour les mêmes raisons, il n'en apparaît pas à l'ordre suivant, et il est plausible qu'il n'en apparaisse à aucun ordre. En fait, [RZJ01] montre un résultat plus général, à savoir qu'il y a un découplage complet dans la dynamique des mouvements rapides et des mouvement lents, et par exemple que les mouvements rapides n'exercent pas d'effet moyen sur les mouvements lents. Tant que les hypothèses (par exemple qu'une seule échelle de longueur caractéristique est présente, qu'il y a séparation des échelles de temps) demeurent valables, les approches asymptotiques standard n'identifient pas d'émission d'ondes de gravité par des mouvements non- quilibr es¹¹. Des équations ayant la forme de (2.7), à savoir une équation d'ondes forcée, seront néanmoins fréquemment discutées dans ce qui suit pour comprendre dans quel cas il peut y avoir émission.

2.2 Radiation de Lighthill

Les travaux de Lighthill [Lig52, Lig78] sur l'émission d'ondes acoustiques par des mouvements turbulents ont inspiré des travaux importants dans le débat sur la variété lente et l'émission spontanée. Dans ce travail fondateur [Lig52], Lighthill met en place une théorie décrivant l'émission d'ondes acoustiques par des mouvements turbulents, fondée sur trois hypothèses :

1. l'émission est suffisamment faible pour qu'elle n'ait pas de rétroaction sur l'écoulement qui la génère ;
2. en dehors de la région où se trouve l'écoulement turbulent, le fluide est au repos ;
3. le nombre de Mach est petit : $M = U/c \ll 1$. Ceci entraîne une séparation des échelles spatiales entre les mouvements turbulents (petite échelle) et les ondes excitées (grande échelle).

Ceci va permettre de décrire les ondes produites par les mouvements turbulents comme une réponse *forcée*, dans un milieu acoustique au repos, par les mouvements turbulents, supposés connus. L'hypothèse 1 nous permet de décrire la turbulence comme des mouvements incompressibles et de ne tenir compte de la compressibilité que dans un deuxième temps, quand on s'intéresse aux ondes émises.

¹¹[MG95] suivent une approche très similaire à [RZJ01], aboutissent à une équation équivalente à 2.7, mais en tirent une conclusion opposée puisqu'ils prétendent identifier dans \mathcal{F} la source des ondes de gravité. Ils  ludent par là la difficulté centrale du problème : identifier, dans ce forçage, la fraction qui se projette effectivement sur des ondes de gravité [PSZ09].

Il est pertinent pour la suite d'expliquer en détail la séparation d'échelle. Si les mouvements turbulents ont une échelle L , et une vitesse caractéristique U , leur échelle de temps caractéristique sera de l'ordre de L/U . Les ondes produites par les fluctuations turbulentes auront la même échelle de temps, et leur longueur d'onde λ sera déterminée par la vitesse du son, c , dans le milieu : $\lambda = c/U L$. Par conséquent, pour des faibles nombres de Mach $M = u/c$ (ou pour de faibles nombre de Froude $Fr = u/\sqrt{gH}$ dans le modèle de l'eau peu profonde), l'échelle caractéristique des ondes de gravité excitées est bien plus grande (L/M ou L/Fr) que celle des mouvements turbulents, et on a une séparation d'échelle entre les deux types de mouvements. Cette séparation fait que les sources apparaissent comme ponctuelles, et qu'il est possible d'utiliser des méthodes telles que les potentiels retardés, des fonctions de Green, des développements asymptotiques raccordés pour décrire les ondes émises par un écoulement donné. Cette configuration est illustrée dans le panneau de gauche de la figure 2.2.

Dans une série de quatre articles issus de sa thèse [For94c, For94b, For94a, FMN00], Rupert Ford a présenté en détail l'application des idées de Lighthill au contexte géophysique. Les équations du modèle Shallow Water sont équivalentes à celles d'un fluide compressible bi-dimensionnel, avec le rapport des chaleurs spécifiques $\gamma = 2$. Un des problèmes que Ford a analysé en détail est le rôle de la rotation et les limitations qu'elle induit pour cette émission.

En s'inspirant de Lighthill, Ford réarrange les équations du mouvement en une seule équation, avec l'opérateur linéaire pour les ondes dans un fluide au repos à gauche, et un forçage provenant des termes nonlinéaires à droite :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2 - g h_0 \nabla^2 \right) \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} T_{ij} \quad (2.8)$$

avec g la gravité, h la hauteur de la surface libre, h_0 sa hauteur au repos, f le paramètre de Coriolis et $\partial_{x_i x_j} T_{ij}$ des termes résultants de la combinaison des termes nonlinéaires des équations¹². Cette formulation rappelle (2.2) et les intuitions associées, et est très proche de (2.7) mais l'écoulement considéré ici a $\mathcal{R} \geq 1$. Il importe de noter que dans le forçage à droite, seule une fraction (les composantes de la transformée de Fourier ayant $|\omega| > f$) contribuent à exciter des ondes de gravité au loin [For94a].

En allant du plus simple vers le plus complexe, nous pouvons retracer ainsi les problèmes analysés et résultats obtenus par Ford :

- stabilité d'un vortex axisymétrique correspondant à une anomalie uniforme de vorticité potentielle (tourbillon de Rankine), en eau peu profonde en rotation [For94b]. Les modes instables résultent de l'interaction de deux types d'ondes : des 'ondes de Rossby de bord' (*vortex Rossby waves*, dans la terminologie de [SM06]) localisées sur la discontinuité de vorticité potentielle délimitant le vortex, et ondes de gravité loin du vortex, au-delà d'un **rayon critique** où la solution change de type.
- l'évolution d'un vortex formé d'une anomalie elliptique de vorticité potentielle [For94c]. Cette analyse constitue la contrepartie avec amplitude finie de l'analyse de stabilité décrite ci-dessus. Ford revient sur l'analyse faite pour la dynamique d'un tourbillon elliptique qui émet l'émission des ondes acoustiques [Zei88, Zei91], en ajoutant l'effet de la rotation qui va inhiber l'émission d'ondes.
- L'émission d'ondes de gravité par des écoulements plus complexes, plus nonlinéaires a été décrite au moyen de simulations numériques [For94a]. L'instabilité d'une couche de mé-

¹²Lighthill [Lig52] et Ford [FMN00, FMN02] insistent sur l'importance de la forme quadrupolaire du terme de forçage. C'est en effet important dans les écoulement qu'ils considèrent (ondes de grande échelle, forçage de petite échelle), mais ne le sera pas dans les cas que nous considérerons.

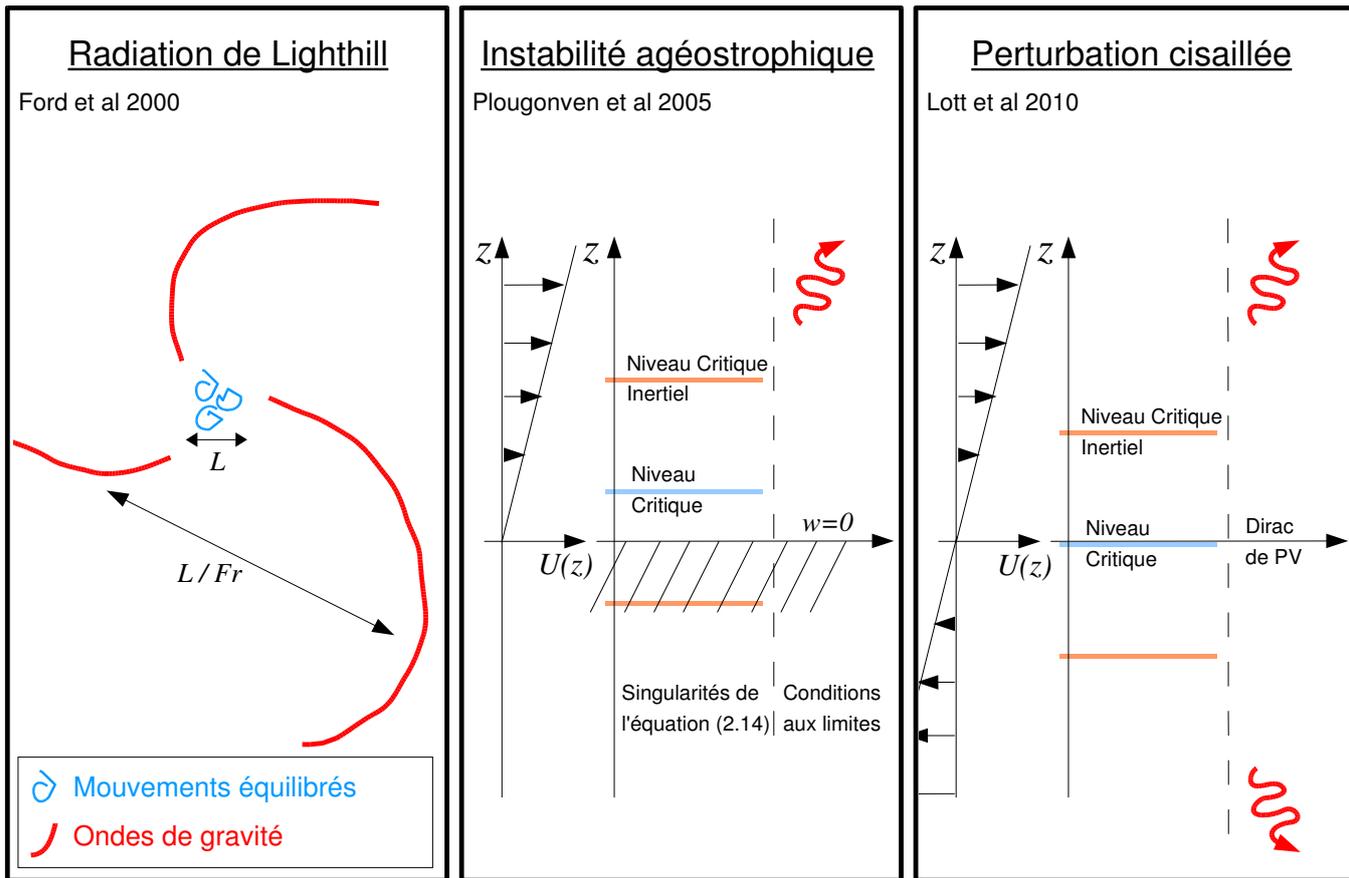


FIG. 2.2 – Schémas illustrant des exemples d'écoulements considérés dans les trois mécanismes discutés dans ce chapitre : radiation de Lighthill, instabilités agéostrophiques et perturbations cisailées. Pour chaque mécanisme, l'écoulement illustré et la référence citée correspond à l'exemple le plus discuté dans le texte, mais ne constitue qu'un exemple (la radiation de Lighthill est aussi décrite dans une géométrie rectiligne [For94a, SII08], les instabilités agéostrophiques et les perturbations dans un cisaillement horizontal ont aussi été décrites [VY07, VY04]).

lange dans le modèle de l'eau peu profonde est simulé numériquement, ainsi que l'émission d'ondes.

- Le cas général (région localisée de mouvements vorticaux, région externe où sont excitées des ondes de gravité), et les implications de l'émission spontanée pour le problème de la variété lente sont rapportés dans [FMN00].

La description de l'émission de Lighthill peut se généraliser au cas stratifié [PZ02], du moins en contraignant les ondes à avoir la même échelle verticale que l'écoulement qui les excite. Notez qu'alors (avec m fixé), les relations de dispersion (1.5) et (1.12) sont formellement équivalentes.

Rappelons les raisons pour lesquelles les travaux de Ford jouent un rôle considérable dans le débat sur l'émission spontanée : **1-** l'approche paraît simple et proche de l'intuition (cf (2.8)), **2-** ils constituent les premiers exemples d'émission décrite analytiquement dans un système d'équations différentielles, et non dans un modèle fortement tronqué. Une illustration de l'intérêt toujours vif pour les travaux de Ford est l'étude récente de [SII08], qui ont reproduit et généralisé les résultats de [For94a], avec de nouveaux moyens numériques et dans une gamme de paramètres beaucoup plus vaste.

Toutefois, ce mécanisme ne s'applique qu'à des écoulements ayant des nombres de Rossby plus grands que 1, c'est-à-dire pour lesquels il n'y a pas de séparation des échelles de temps entre mouvements équilibrés et ondes de gravité [SS02] (par contraste avec la configuration considérée en section 2.1.2).

2.3 Instabilités agéostrophiques

La recherche d'instabilités d'écoulements stationnaires est un outil puissant en mécanique des fluides pour comprendre des processus fondamentaux. Dans le débat sur les limitations de la variété lente, des instabilités agéostrophiques (instabilités qui couplent des mouvements équilibrés et des mouvements non-équilibrés) ont ainsi été étudiées pour comprendre le couplage entre mouvements équilibrés et ondes de gravité.

En considérant des écoulements simples (cisaillement constant par exemple), ces instabilités ont pu être décrites analytiquement. La structure de ces instabilités et les caractéristiques des modes instables sont discutées pour des tourbillons dans la partie 2.3.1, et pour des écoulements plan-parallèles dans la section 2.3.2. L'importance, en pratique, de ces instabilités demeure incertaine pour plusieurs raisons, comme expliqué dans la partie 2.3.3.

2.3.1 Analyse linéaire de stabilité d'un tourbillon axisymétrique

Une des difficultés dans l'analyse des instabilités agéostrophiques vient de la nécessité d'utiliser un système d'équations plus complet (équations primitives comprenant ondes de gravité et mouvements équilibrés) que le système **QG**[Ped87].

Un tourbillon axisymétrique de Rankine (tâche uniforme de vortacité) équilibré est sujet à une instabilité agéostrophique couplant des ondes de Rossby existant sur le bord du tourbillon et des ondes d'inertie-gravité existant au loin. Cette instabilité, décrite par Ford [For94b] dans le modèle de l'eau peu profonde, est un cas "*d'émission de Lighthill*". Cette instabilité peut être décrite analytiquement si le nombre de Froude de l'écoulement de base est faible ($U/gH \ll 1$). Pour un nombre de Rossby $\mathcal{R} > 1$, il n'y a pas de séparation d'échelles de temps, et le mode le plus instable correspond à une déformation elliptique du tourbillon. Pour un nombre de Rossby $\mathcal{R} \ll 1$, il y a séparation des échelles de temps. Les modes instables existent alors pour des nombres d'ondes azimuthaux grands et les taux de croissance sont exponentiellement petits.

Ce type d'instabilité a également été mis en évidence pour des tourbillons dans un fluide continuellement stratifié : une partie de ma thèse [PZ02] a consisté à montrer qu'un tourbillon ellipsoïdal dans un fluide continuellement stratifié émettait des ondes de manière semblable à ce qui a été décrit en eau peu profonde par Ford [For94c]. La méthode retenue pour décrire l'évolution du tourbillon repose sur des développements asymptotiques raccordés et des bilans d'énergie et de moment angulaire [For94c, PZ02] : la séparation des échelles spatiales permet de décrire séparément les mouvements d'une région '*interne*', proche du tourbillon, et une région '*externe*' ou champ lointain (*far-field*). Le raccord des fluctuations 'lointaines' du tourbillon équilibré à des ondes de gravité 'proches' de la région externe détermine les ondes émises. Les flux de quantité de moment angulaire et d'énergie peuvent alors être calculés et fournir des contraintes sur l'évolution des paramètres du tourbillon. Lorsqu'on considère des perturbations finies (tourbillon elliptique), la question de l'évolution non-linéaire du tourbillon central, qui n'est pas contraint à garder une forme elliptique, se pose (voir [Zei91] et [For94c]).

Ces instabilités peuvent jouer un rôle important, en pratique, pour des tourbillons correspondant à des nombres de Rossby d'ordre 1 ou plus grand. Ceci correspond aux cyclones tropicaux et aux tourbillons de méso-échelle [Sch08]. La pertinence de ce couplage pour de tels vortex a été abondamment discutée [SM03, SM06], avec une attention particulière pour un phénomène absent des études précédentes [For94b, For94c, PZ02]. Alors que dans ces dernières les tourbillons considérés étaient des tourbillons de Rankine (tâche uniforme de vorticité constante), il est plus réaliste de considérer des tourbillons ayant une distribution lisse de vorticité. La présence d'un gradient non-nul de vorticité au niveau du rayon critique entraîne la possibilité de mélange dû au déferlement de l'onde de Rossby, ce qui inhibe l'émission d'ondes d'inertie-gravité [SM06]. La description détaillée de cette compétition et du rôle des instabilités agéostrophiques pour les cyclones tropicaux sort cependant du cadre de ce manuscrit, focalisé sur l'émission par les jets et les fronts des moyennes latitudes.

Dans le cas d'un fluide non-tournant, ces modes ont récemment reçu un regain d'intérêt [BL09, LB09] grâce à une approche WKB donnant une interprétation des modes et de leurs structures qui s'appuie sur la mécanique quantique. En complément de ces travaux théoriques, des travaux expérimentaux ont mis en évidence la réalité de ces instabilités radiatives : dans le cas d'un tourbillon vertical, la présence d'une instabilité radiative est mise en évidence [RLM10, RML10] mais les difficultés expérimentales et la faiblesse de l'instabilité n'ont pas permis de mesurer directement les ondes émises. La structure d'instabilité radiative et l'émission d'ondes est en revanche explicitement mesurée dans le cas d'un écoulement autour d'un cylindre [Rie09]. Ces expériences sont complémentaires et remarquables car elles constituent la première mise en évidence expérimentale d'instabilités étudiées depuis au moins une quinzaine d'années.

2.3.2 Instabilité agéostrophique dans un cisaillement vertical

L'étude des instabilités dans un cisaillement vertical d'un fluide stratifié et tournant est un problème classique de la dynamique des fluides géophysiques : par exemple c'est ainsi qu'est identifiée l'instabilité barocline (voir [Ped87]). Pour que cette instabilité soit mise en évidence, il suffit d'avoir la rotation (plan f), une stratification (fluide à deux couches [Phi54] ou continument stratifié [Ead49]) et deux surfaces horizontales (sol et plafond jouant le rôle de la tropopause par exemple). Sur chacune de ces surfaces, des ondes de Eady peuvent se propager. Leur interaction constructive mène à leur croissance sous forme de mode instable barocline (voir par exemple [HMR85]).

L'étude des modes instables d'un cisaillement vertical dans le cadre des équations primitives linéarisées révèle cependant d'autres types d'instabilités [Sto66, Sto70, Tok70], absentes

par construction des études faites dans le cadre de l'approximation quasi-géostrophique. Dans ces instabilités peu étudiées, la présence d'un niveau critique inertiel joue un rôle clé dans la structure des modes [Nak88].

Fluide à deux couches

Dans le cadre du modèle de Philips, Sakai [Sak89] a montré l'existence de modes instables couplant une onde de Rossby dans une couche et une onde de Kelvin dans l'autre couche. La présence d'ondes de Kelvin est rendue possible par la présence de bords latéraux. Cette instabilité est donc désignée comme instabilité de Rossby-Kelvin (RK), et elle a retenu notre attention car ses taux de croissance sont relativement grands. Il existe dans ce même modèle d'autres modes instables couplant des ondes de Rossby à des ondes de gravité (ou ondes de Poincaré), mais ce couplage est moins efficace (taux de croissance moindre, région étroite dans l'espace des paramètres).

Les instabilités agéostrophiques de ce modèle ont été revisitées par Jonathan Gula dans le cadre de sa thèse¹³. D'une part, l'analyse de stabilité faite par Sakai [Sak89] pour un fluide composé de deux couches de même hauteur a été étendue aux cas de deux couches de différentes hauteurs [GPZ09]. Le cas symétrique était dégénéré : les modes RK ayant une onde de Rossby dans la couche du dessus avaient les mêmes caractéristiques que ceux ayant une onde de Rossby dans la couche du dessous. Dans le cas asymétrique, ces deux familles de modes instables se distinguent [GPZ09].

Une question cruciale cependant était la pertinence de tels modes pour un fluide stratifié : étant donné que la structure du mode repose sur le changement de nature des mouvements mis en jeu au travers d'un niveau critique, dans quelle mesure les modes instables mis en évidence survivraient-ils dans un fluide continuellement stratifié (sans la singularité à l'interface entre les deux couches) ? La stabilité d'un écoulement continuellement stratifié, en rotation, et comportant un front de vitesse et de masse volumique a donc été examinée par des simulations numériques, à l'aide du modèle météorologique méso-échelle Weather Research and Forecast (WRF, [SKD⁺05]), dans une configuration idéalisée. L'état de base est illustré en figure 2.3.2.

Ces simulations ont révélé que les modes instables étaient toujours présents dans le fluide continuellement stratifié, avec des taux de croissance comparables [GPZ09], mais que ces modes étaient assez sensibles à l'étréouissement du front. Cette sensibilité contraste par exemple avec les modes d'instabilité barocline classique, beaucoup plus robustes.

Par ailleurs, en utilisant la même méthode de collocation, le diagramme de stabilité d'un écoulement à deux couches dans un anneau tournant, [GZP09]. Ce diagramme de stabilité manquait pour contribuer à l'interprétation d'expériences de laboratoire (par ex. [LRR00, WHR05]), bien que ces expériences, à cause de leur rapport d'aspect, ne rentrent pas tout à fait dans les écoulements 'eau peu profonde'.

Fluide continument stratifié et cisaillement constant

Ce qui suit se rapporte à l'article [PMS05], inclus à la suite de ce chapitre.

Pour un cisaillement d'Eady, Stone [Sto70] et Tokioka [Tok70] ont identifié des modes agéostrophiques à des nombres d'ondes plus grands que le nombre d'onde maximal instable en QG.

¹³Thèse co-encadrée avec Vladimir Zeitlin de 2006 à 2009, soutenue le 22 octobre 2009, et intitulée 'Instabilités agéostrophiques des écoulements baroclines dans l'atmosphère et dans l'océan et leur évolution non-linéaire'.

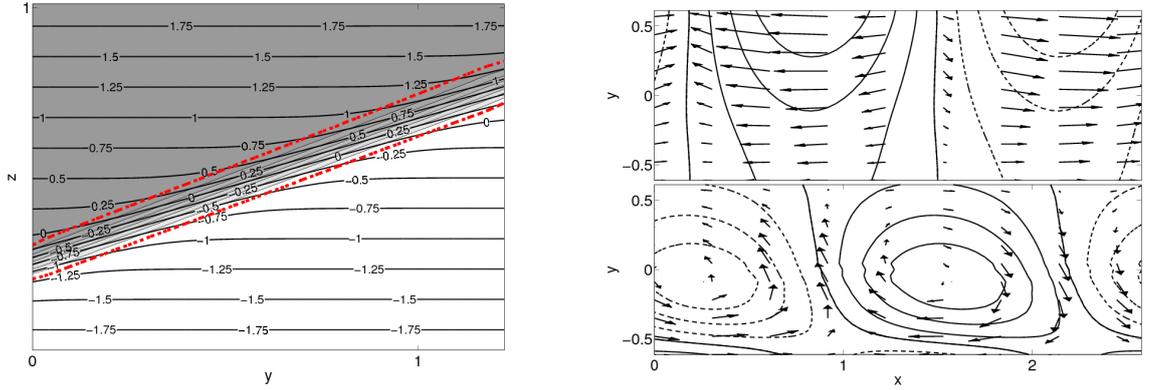


FIG. 2.3 – *gauche* Coupe verticale (y, z) de la masse volumique et de la vitesse utilisés comme état de base dont on cherche les modes les plus instables dans [GPZ09]. Toutes les grandeurs sont adimensionnées. *droite* Structure d'un mode d'instabilité RK dans le fluide continument stratifié : vent et pression moyennés au-dessus du front ($\theta > 0.5$) et en-dessous ($\theta < -0.5$).

Tokioka [Tok70] a de plus montré que cette instabilité était associée à la singularité présente au niveau critique inertiel [Jon67]. La structure de ces modes et le rôle du niveau critique inertiel a été décrit plus en détail par [Nak88]. Son étude a été étendue au cas de nombres d'ondes méridiens non-nuls par Yamazaki et Peltier [YP01a]. L'écoulement considéré est illustré dans le panneau central de la figure 2.2.

Ces modes sont revisités dans [PMS05], avec une analyse détaillée de leur structure montrant qu'ils sont bien décrits comme résultant du couplage, au travers du niveau critique inertiel, d'une onde d'Eady de bord et d'une onde d'inertie-gravité cisailée. L'équation qui va déterminer la structure verticale des modes va être la même que celles utilisée plus bas pour décrire des anomalies cisailées de PV [LPV10]. C'est pourquoi il est pertinent de rentrer un peu plus dans les détails à ce stade.

Afin de rendre la discussion plus précise, considérons les équations primitives hydrostatiques sur le plan f [PMS05] :

$$\frac{Du}{Dt} - f v + \phi_x = 0, \quad (2.9a)$$

$$\frac{Dv}{Dt} + f u + \phi_y = 0, \quad (2.9b)$$

$$\phi_z = \frac{g}{\theta_0} \theta, \quad (2.9c)$$

$$\frac{D\theta_{tot}}{Dt} = 0, \quad (2.9d)$$

$$u_x + v_y + w_z = 0, \quad (2.9e)$$

où f est le paramètre de Coriolis, g est la gravité, ϕ est le géopotentiel, θ_{tot} est la température potentielle, θ_0 est une température de référence, et z est une coordonnée pression modifiée [HB72], que nous traiterons simplement comme l'altitude.

Ces équations sont linéarisées autour de $U(z) = \Lambda z$:

$$\mathcal{D}u + \Lambda w - f v + \phi_x = 0, \quad (2.10a)$$

$$\mathcal{D}v + f u + \phi_y = 0, \quad (2.10b)$$

$$\phi_z = \frac{g}{\theta_0} \theta, \quad (2.10c)$$

$$\mathcal{D}\theta - f\Lambda v + N^2 w = 0, \quad (2.10d)$$

$$u_x + v_y + w_z = 0, \quad (2.10e)$$

où la notation $\mathcal{D} = \partial_t + \Lambda z \partial_x$ et la décomposition $\theta_{tot} = \Theta(y, z) + \theta$, avec $\partial_z \Theta = N^2$ et $\Theta_y = -f\theta_0/g \Lambda$ ont été introduites.

Dans [PMS05], ainsi que dans [LPV10], nous progressons dans la compréhension de cet écoulement en cherchant des solutions monochromatiques sous la forme :

$$(u, v, w, \theta, \phi) = (\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}, \hat{\theta}, \hat{\phi}) e^{i(kx+ly-\omega t)}. \quad (2.11)$$

Afin de guider la lecture de [PMS05], et surtout de rendre plus évident le lien avec [LPV10], nous considérons ci-dessous le cas simple où il n'y a pas de variations dans la direction y ($l = 0$). Alors, l'équation de continuité (2.10e) nous permet d'introduire une fonction de courant ψ :

$$u = \partial_z \psi, \quad w = -\partial_x \psi.$$

En considérant $\mathcal{D}(\partial_z(2.10a) - \partial_x(2.10c)) - \partial_x(2.10d) + f\partial_z(2.10b)$, on obtient l'équation intermédiaire :

$$(\mathcal{D}^2 + f^2)\psi_{zz} + 2\Lambda f v_x + N^2\psi_{xx} = 0. \quad (2.12)$$

Enfin, $\mathcal{D}(2.12) + 2f\Lambda\partial_x(2.10b)$ nous donne l'équation unique :

$$\mathcal{D}(\mathcal{D}^2 + f^2)\psi_{zz} - 2\Lambda f^2 \psi_{xz} + N^2\mathcal{D}\psi_{xx} = 0. \quad (2.13)$$

A ce stade, il n'y a pas eu d'adimensionnement. En injectant la forme des solutions (2.11), cette équation devient :

$$(k\Lambda z - \omega)((k\Lambda z - \omega)^2 + f^2) \hat{\psi}_{zz} - 2kf^2 \Lambda \hat{\psi}_z - k^2 N^2 (k\Lambda z - \omega) \hat{\psi} = 0. \quad (2.14)$$

Cette équation est à comparer à l'équation (5) de [PMS05], et à l'équation (2.15) de [LPV10]. Le coefficient du premier terme de l'équation (2.14) s'annule à trois niveaux :

- au niveau critique z_c tel que $\omega = k\Lambda z_c$ (la vitesse de phase est égale à la vitesse de l'écoulement, ou de manière équivalente, la fréquence intrinsèque $\tilde{\omega} = \omega - k\Lambda z_c$ est nulle),
- aux deux niveaux critiques inertiels $z_{\pm IL}$ tels que la fréquence intrinsèque soit égale à la fréquence inertielle : $\omega - k\Lambda z_{\pm IL} = \mp f$.

Ces différents niveaux critiques définissent deux régions dans l'espace : une région 'intérieure' où la fréquence intrinsèque est basse ($|\tilde{\omega}| \leq f$, soit $z_{-IL} \leq z \leq z_{+IL}$) et une région 'extérieure' où la fréquence intrinsèque est rapide ($|\tilde{\omega}| \geq f$, soit $z < z_{-IL}$ et $z_{+IL} < z$). Intuitivement, on s'attend à ce que les mouvements soient équilibrés dans la région intérieure, et ressemblent à des ondes de gravité dans la région extérieure. C'est ce qui est montré dans [PMS05], en analysant en détail la structure des modes propres du système d'équations (2.10). Dans [PMS05], les modes propres d'un écoulement ayant un cisaillement constant au-dessus d'une surface plane sont considérés : un niveau critique inertiel, z_{-IL} est en-dessous du sol dans les modes considérés. L'écoulement comporte donc une région intérieure entre le sol et z_{+IL} , et la région extérieure pour $z > z_{+IL}$.

Plus précisément, l'équation (2.14) est résolue asymptotiquement dans deux cas¹⁴ : pour de faibles nombres de Rossby (ce qui équivaut à être prêt de z_c , dans la région intérieure), et pour de grands z (dans la région extérieure). Ces deux approximations (sections 3b et 3c et Fig. 2 et 3 de [PMS05], respectivement) se complètent pour décrire très bien la solution exacte (obtenue numériquement) dans les régions intérieure et extérieure respectivement (voir figure 5 et 6 de [PMS05]). Ceci illustre clairement que les modes propres sont composés d'une partie équilibrée et d'ondes de gravité. Les deux types de mouvement existent dans des régions distinctes de l'espace et sont couplées au travers du niveau critique inertiel. Il ne reste ensuite qu'à obtenir l'amplitude des ondes par rapport à la partie équilibrée pour décrire complètement la structure des modes. Cette amplitude est estimée en utilisant le fait que la solution de l'équation hyper-géométrique est connue [AS64].

Notons que l'instabilité de ces modes n'a pas été obtenue par des bilans d'énergie ou de quantité de mouvement, comme c'était possible pour les modes instables d'un tourbillon axisymétrique. A vrai dire, on peut remarquer que les taux de croissance semblent symétriques par rapport au nombre d'onde méridiens, tandis que l'amplitude des ondes n'est clairement pas symétrique (amplitudes plus faibles pour $l > 0$).

Enfin, on peut mentionner que des instabilités agéostrophiques ont fait l'objet d'autres études depuis au moins une dizaine d'années, avec des motivations semblables, notamment dans des cisaillements horizontaux [KMS98, YMM01, VY07].

2.3.3 Pertinence des instabilités agéostrophiques

Les instabilités agéostrophiques sont intéressantes car elles mettent en évidence un couplage entre ondes de gravité et mouvements équilibrés, mais il n'est pas clair qu'elles soient pertinentes *en tant qu'instabilités*. En effet, d'une part, leurs taux de croissance sont faibles (exponentiellement faibles en nombre de Rossby [MMY05, VY07], ou algébrique en Froude quand $\mathcal{R} \geq 1$). Ces modes ne pourraient donc être efficaces, au mieux, que dans les régions limitées où $\mathcal{R} \geq 1$.

D'autre part, les éléments dont nous disposons quant à leur développement non-linéaire (ci-dessous) suggère que, même dans des simulations préparées spécifiquement pour leur permettre de croître à leur rythme, elles saturent à de faibles amplitudes.

Fluide à deux couches

L'évolution non-linéaire de modes d'instabilité agéostrophiques dans un fluide continument stratifié mais comportant un front intense a été analysé à l'aide de simulations WRF [GPZ09]. Ces simulations ont révélé que les modes croissaient jusqu'à une amplitude finie, mais relativement faible (signature sur les vitesses de l'ordre de 10% de la différence de vitesse entre les deux couches). Pour exister, ces modes nécessitent un front initial intense, et donc de forts cisaillements. Dans la région du front, le nombre de Richardson est initialement proche de 1. Par conséquent, dès que le mode instable commence à moduler le front (cisaillement et stratification), des régions où le nombre de Richardson devient très faible (plus petit que 0.25 voire que 0.1) apparaissent. Des instabilités de petite échelle, mal décrites par le modèle, interviennent alors et mélangent le fluide dans cette région. Le front se trouve alors étendu (figure 2.4 (a)), et l'écoulement de base est ralenti au voisinage du bord où existait l'onde de Kelvin (figure 2.4 (b)). Ces modifications

¹⁴Une solution approchée peut être obtenue dans tout l'espace à l'aide d'une approche WKB en travaillant avec davantage de régions : voisinage du niveau critique, région intérieure loin des niveaux critique et critique inertiel, voisinage du niveau critique inertiel, et région extérieure loin du niveau critique inertiel. Cette solution est détaillée dans l'annexe de [LPV10].

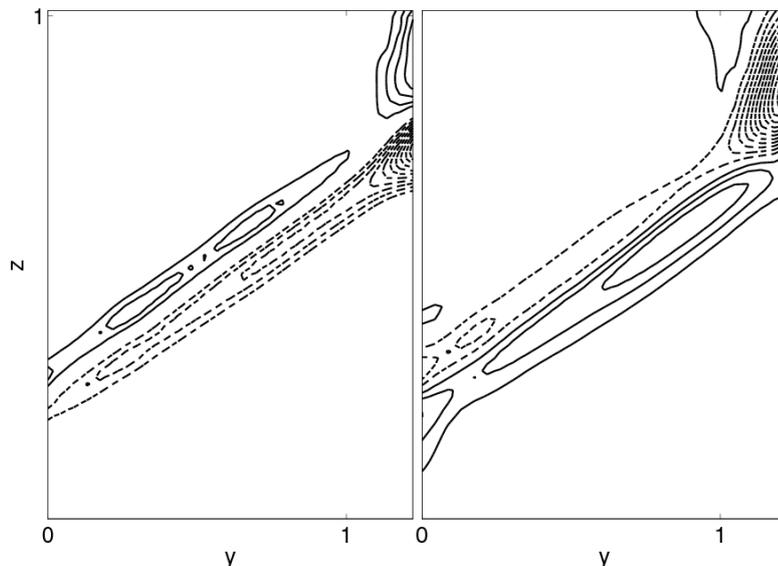


FIG. 2.4 – Modification de l’écoulement de base décrit dans la figure 2.3.2 en moyenne zonale après saturation du mode instable de Rossby-Kelvin. (a) Modification de la température potentielle, (b) Modification de la vitesse du vent.

de l’écoulement de base sont suffisantes pour faire disparaître les modes instables RK, après qu’ils ont saturé avec des signatures en énergie 20 à 25 fois plus faibles que celles de l’instabilité barocline classique.

Il est intéressant de noter que l’effet de cette instabilité sur le bilan d’énergie est opposé à celui de l’instabilité barocline classique : à cause du mélange induit par les instabilité de petite échelle, l’écoulement moyen gagne de l’énergie potentielle au détriment de l’énergie cinétique (écoulement ralenti). Toutefois, la signature de ces modes instables est plus faibles que celle de l’instabilité barocline classique, plus faible d’un ordre de grandeur environ.

Ces différents éléments (sensibilité des modes à l’intensité du front et saturation à relativement faible amplitude) suggèrent que ces modes instables ne peuvent par avoir un rôle très important en pratique. De plus, dans cette configuration et dans d’autres (courants côtiers), le couplage le plus efficace au sein des modes agéostrophiques se faisait entre mouvements équilibrés et ondes de Kelvin (cf. [GZB10, GZ10]). Dans les cas discutés ci-dessus, le mode d’instabilité RK dépendait d’une géométrie particulière, l’existence de bords latéraux rendant possible les ondes de Kelvin. Le couplage entre ondes de Rossby et ondes de gravité était plus faible, et les modes instables correspondants moins importants encore par conséquent.

Fluide continument stratifié

Les modes d’instabilité d’un cisaillement de Eady pourraient être pertinents dans l’atmosphère, notamment dans des régions où un fort cisaillement vertical est voisin de structures dynamiques de relativement petite échelle. Le cisaillement présent à la verticale d’un front de surface pourrait par exemple fournir un cadre adéquat pour la croissance de tels modes.

Outre, comme c’était indiqué plus haut, la petitesse des taux de croissance, , des simulations

numériques effectuées avec un modèle bi-dimensionnel anélastique ([Mar08]) ont suggéré que ces modes faisaient intervenir assez vite des instabilités de petite échelle au niveau critique inertiel. Ceci n'est pas étonnant étant donné les très forts gradients présents à ce niveau (voir [PMS05]), et c'est cohérent avec les résultats de Yamazaki et Peltier [YP01b] et mes propres simulations (travail non-publié).

2.4 Perturbations cisailées

Un mécanisme apparemment différent de couplage entre mouvements équilibrés et ondes d'inertie-gravité a été mis en évidence et quantifié par [VY04], et consiste en l'émission d'ondes par des anomalies initialement équilibrées de vorticité advectionn es dans un cisaillement. Ci-dessous nous décrivons le cas d'un cisaillement horizontal, puis d'un cisaillement vertical et enfin discutons les liens avec les instabilités agéostrophiques.

2.4.1 Cisaillement horizontal

Vanneste & Yavneh [VY04] considèrent un écoulement de Couette $(U, V, W) = (\Sigma y, 0, 0)$ dans un fluide stratifié sur le plan f . Le domaine est infini dans les trois directions. L'intensité du cisaillement définit le nombre de Rossby, $\mathcal{R} = |\Sigma|/f$ qui sera supposé petit.

La dynamique linéaire de petites perturbations peut se ramener à une équation différentielle ordinaire pour l'amplitude si les perturbations sont prises de la forme

$$a(t) e^{i[k(x-\Sigma y t)+ly+mz]}, \quad (2.15)$$

où $a(t)$ est l'amplitude dépendant du temps. Ainsi, les perturbations ressemblent à des ondes planes ayant un vecteur d'onde $(k, l - \Sigma t, m)$ dont une composante varie linéairement dans le temps (ce qui correspond à des lignes de phase qui basculent sous l'effet du cisaillement). Des perturbations cisail es de cette forme ont été décrites pour la première fois par Kelvin [Tho87].

La dynamique pour de telles anomalies cisail es peut se réduire à une équation différentielle ordinaire, du second ordre, pour l'amplitude de la vorticité $\zeta(t)$. Les coefficients de cette équation varient dans le temps, et l'équation a un forçage dépendant du temps à cause de la forme particulière choisie pour les solutions. Pour des temps $t \rightarrow \pm\infty$, les solutions tendent vers :

$$\zeta \sim 1 + C^\pm \cos(\sqrt{S}t/\epsilon + \varphi^\pm), \quad (2.16)$$

où $S = N^2/f^2$ et \pm indiquent la solution pour $+\infty$ et $-\infty$, et où le deuxième terme à droite correspond aux mouvements rapides (ondes de gravité). Pour des temps infiniment longs, la séparation entre ondes de gravité et mouvements équilibrés (lents) est sans ambiguïté. Il est alors possible de choisir une condition initiale aussi dépourvue que l'on souhaite en ondes de gravité, pourvu que l'on retourne loin en arrière dans le temps.

En appliquant à nouveau des méthodes d'asymptotique exponentielle, Vanneste & Yavneh [VY04] montrent que l'émission d'ondes de gravité au cours de l'évolution du fluide est néanmoins inévitable : ainsi, avec $C^- = 0$ dans l'équation (2.16), on a $C^+ \neq 0$. Cette émission est exponentiellement faible en nombre de Rossby. Les calculs asymptotiques ont été confirmés par des intégrations numériques.

Il importe de souligner les différences essentielles avec les mécanismes de couplage exposés précédemment, émission de Lighthill et instabilités agéostrophiques. Tandis que l'émission de Lighthill est décrite pour des écoulements avec $\mathcal{R} > 1$, l'émission par des anomalies cisail es et par des instabilités agéostrophiques sont présentes pour des nombres de Rossby arbitrairement

petits [VY04]. Une instabilité agéostrophique, par définition, croît exponentiellement jusqu'à ce que la théorie linéaire ne soit plus valable. La théorie linéaire prévoit donc une croissance continue des ondes, et ne peut prédire l'amplitude des ondes émises. En revanche, l'exemple de [VY04] décrit véritablement l'émission d'une bouffée d'ondes de gravité : cette émission est transitoire, et la théorie linéaire suffit donc pour calculer l'amplitude des ondes de gravité qui persistent dans l'écoulement pour $t \rightarrow +\infty$.

Cet exemple est remarquable car il a fourni, pour la première fois, une quantification de l'émission spontanée pour des écoulements avec de petits nombres de Rossby. Les anomalies décrites ont toutefois une extension spatiale et donc une énergie infinie. Un exemple plus réaliste d'émission spontanée a donc été décrit en utilisant les solutions de la forme (2.15) comme 'briques élémentaires'. L'évolution d'un tourbillon cisailé a ainsi été décrit dans [ODV08]. Il s'agit d'un tourbillon ellipsoïdal ayant une distribution gaussienne de vorticité. Un des axes du tourbillon est l'axe vertical, il demeure inchangé tout au cours de l'évolution, alors que ses deux autres axes évoluent sous l'effet du cisaillement.

Puisque l'émission par des modes cisailés est obtenue en ne considérant que la dynamique linéaire, l'émission par une structure plus complexe peut être obtenue par une superposition de ces modes cisailés. Il s'agit d'une décomposition semblable à une transformée de Fourier, avec une différence néanmoins puisque le nombre d'ondes $(k, l - \Sigma t, m)$ dépend du temps.

Enfin, notons que les ondes émises ont des échelles plus grandes que l'anomalie de vorticité qui les produit [ODV08].

2.4.2 Cisaillement vertical

Les ondes de gravité associées à des anomalies de vorticité potentielle dans un cisaillement vertical ont été analysées récemment [LPV10]. Ce travail constitue la contrepartie, dans un cisaillement vertical, des analyses décrites ci-dessus pour un cisaillement horizontal, et il révèle les liens existant entre les instabilités agéostrophiques et perturbations cisailées. Je résume ce travail ci-dessous avant d'expliquer sur ces liens.

Une remarque préliminaire est nécessaire : pour des raisons culturelles, le paramètre choisi pour caractériser l'écoulement est ici le nombre de Richardson

$$J = \frac{N^2}{\Lambda^2}, \quad (2.17)$$

plutôt que le nombre de Rossby. Etant donné que le nombre de Burger est considéré comme étant égal à 1, $N^2 H^2 = f^2 L^2$, on a la relation suivante entre les nombres de Richardson et de Rossby :

$$\mathcal{R} = \frac{1}{\sqrt{J}}. \quad (2.18)$$

Mouvements associés à des anomalies de PV cisailées

Nous considérons des perturbations linéaires à un cisaillement vertical constant, dans un fluide stratifié infini, en rotation. Le cadre est donc semblable à celui de [PMS05], avec comme différence cruciale l'absence de surface (voir panneau de droite de la figure 2.2). Techniquement, nous obtenons une équation du second ordre semblable à l'équation (2.14) pour la structure verticale des perturbations. Nous montrons par ailleurs qu'il s'agit de l'équation pour la vorticité potentielle (voir définition (2.3) puis les étapes (2.11) et (2.12) de [LPV10]). L'équation (2.15)

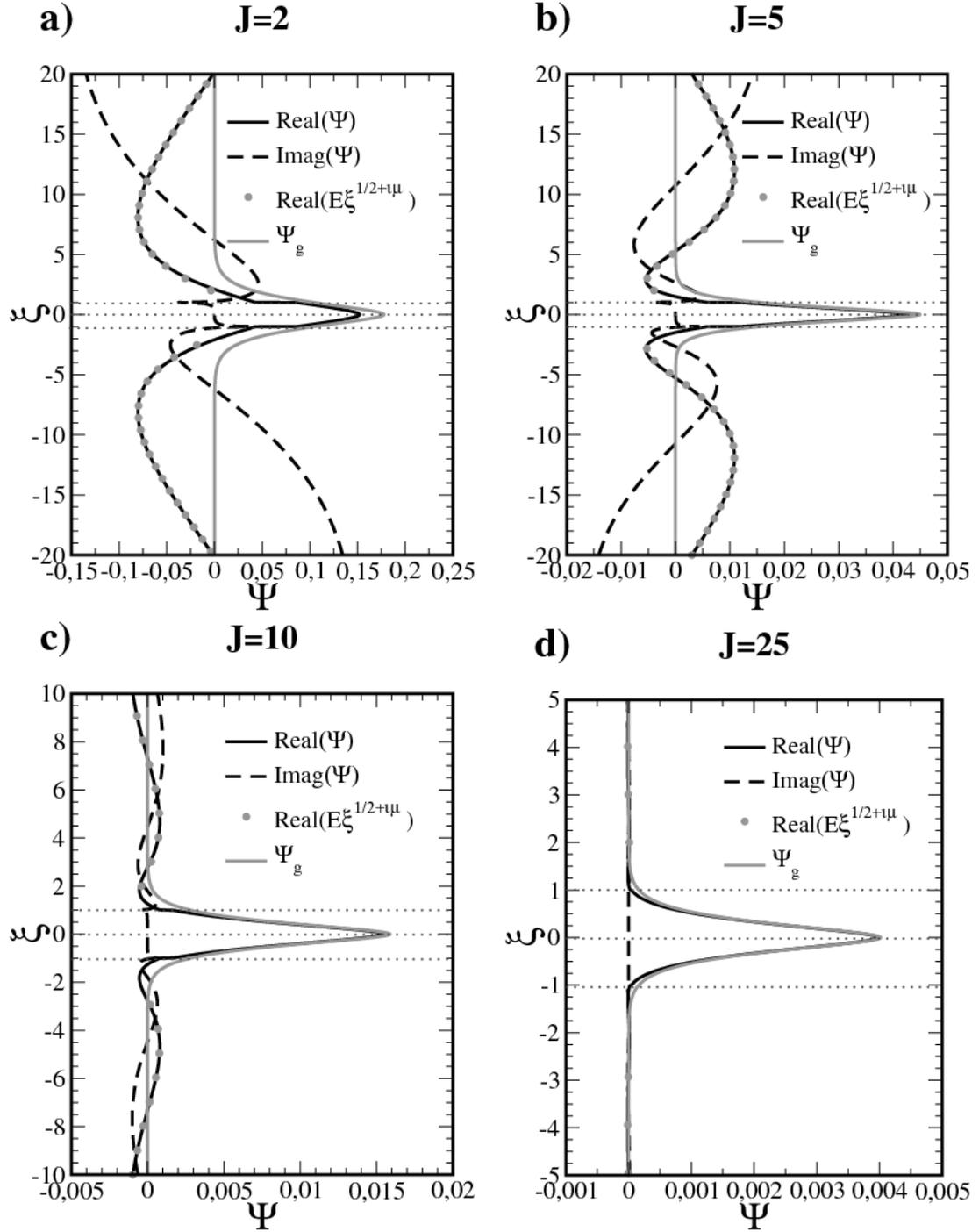


FIG. 2.5 – Structure verticale de la fonction de courant, $\psi(z)$, associée à une distribution de PV sinusoïdale en x et infiniment fine sur la verticale ($\delta(z)$), pour des nombres de Richardson (a) $J = 2$, (a) $J = 5$, (a) $J = 10$, et (a) $J = 25$. Les lignes épaisses noires correspondent aux parties réelle (ligne pleine) et imaginaire (ligne pointillée) de $\psi(z)$. La courbe continue grise indique l'approximation quasi-géostrophique, et les points gris indiquent la partie réelle de la solution ondes de gravité dans le région externe.

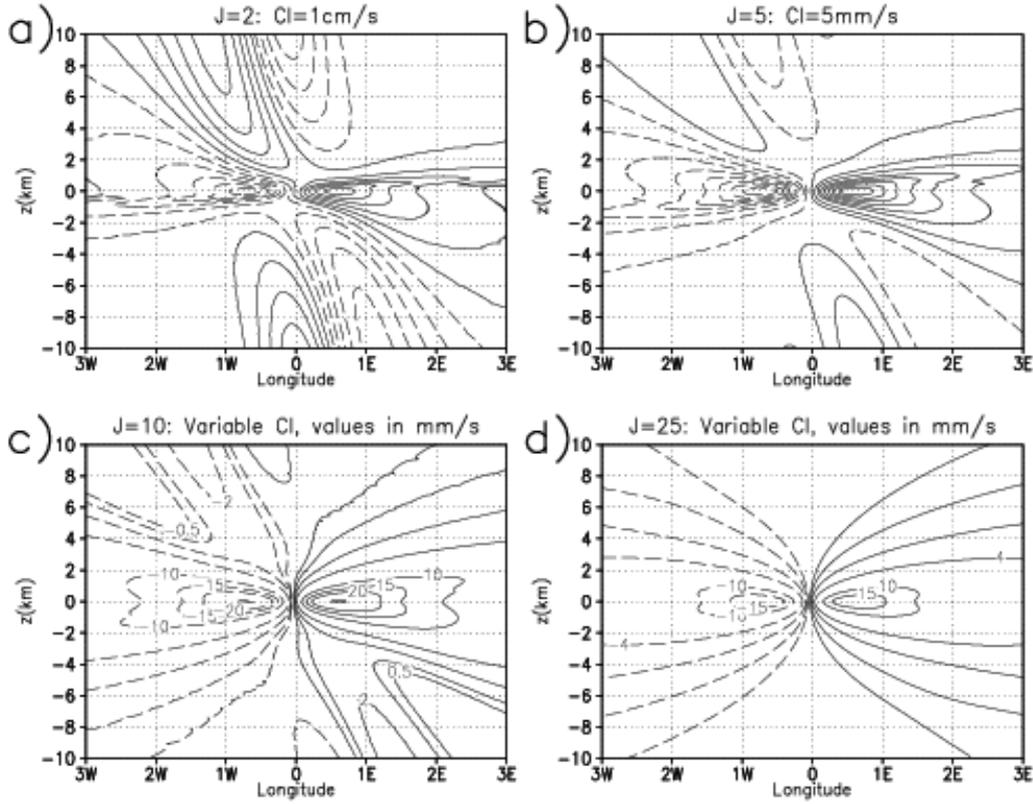


FIG. 2.6 – Coupes verticales de la vitesse verticale produites par des anomalies de PV localisées sur l’horizontale et nifinement fines sur la verticale, pour des nombres de Richardson (a) $J = 2$, (a) $J = 5$, (a) $J = 10$, et (a) $J = 25$.

obtenue dans [LPV10] ne diffère à vrai dire que par son membre de droite : nous allons *construire* des modes correspondants à un Dirac de PV situé au niveau critique, et vérifiant des conditions de radiation en $z \rightarrow \pm\infty$. Le membre de droite est donc un Dirac, $\delta(z - z_c)$.

Les modes ont été construits de trois façons différentes :

1. des expressions analytiques exactes ont été obtenues en mettant l’équation (2.14) sous la forme canonique de l’équation hypergéométrique [AS64]. En prêtant une attention particulière au passage du niveau critique inertiel et à la condition aux limites produisant un Dirac de PV au niveau critique, nous obtenons la structure complète du mode (sections 3a et 3b de [LPV10]). Ces expressions analytiques permettent d’estimer directement l’amplitude des ondes de gravité associés à l’anomalie de PV et leurs flux de quantité de mouvement.
2. Des solutions approchées sont obtenues à l’aide d’une approche WKB. Celle-ci est plus précise que les deux calculs de solutions approchées faites dans [PMS05], car la solution approchée au voisinage du niveau critique inertiel est calculée. Il est ainsi possible d’obtenir la structure entière du mode, et notamment l’amplitude des ondes de gravité.
3. Les solutions ont aussi été obtenues numériquement, par une méthode dite de ‘*shooting*’, en partant de la condition aux limites en $z \rightarrow +\infty$.

Les résultats obtenus par les trois méthodes concordent, et décrivent des modes exhibant le même couplage entre mouvements équilibrés et ondes de gravité que les modes instables dans [PMS05] : dans la région interne, entre les deux niveaux critiques, le mode est bien décrit par l'approximation quasi-géostrophique, avec une décroissance exponentielle avec l'éloignement du niveau critique. Au niveau critique inertiel, le mode change de caractère : au-delà de ces niveaux, il ressemble à des ondes de gravité se propageant dans un cisaillement. Ces ondes sont exponentiellement faibles par rapport aux mouvements équilibrés. Quatre exemples de structures de modes sont présentés dans la figure 2.5. La faiblesse exponentielle des ondes se perçoit par le fait que les ondes ont presque disparu dès $J = 25$, soit $\mathcal{R} = 0.2$.

Que l'on retrouve le même couplage spatial que dans les modes instables de [PMS05] n'a rien d'étonnant, puisque les solutions découlent de la même équation. Ce que ces solutions décrivent physiquement, cependant, diffère : ici, chaque mode correspond à la signature associée à une anomalie de PV ayant une structure sinusoïdale en x , et infiniment fine sur la verticale (Dirac). En sommant de telles solutions correspondant à différents nombre d'ondes k on peut construire la vitesse verticale induite par des anomalies *localisées* et infiniment fines de PV. Quatre exemples en sont présentés en figure 2.6. La superposition de nombreux modes étale la transition entre mouvements équilibrés et ondes de gravité en une 'couche inertielle'.

Enfin, on peut superposer des solutions correspondant à des anomalies localisées à des niveaux verticaux différents. A titre d'exemple, l'évolution d'une anomalie elliptique de PV est ainsi reconstruite (figure 2.7) : l'inclinaison de l'anomalie de PV évolue avec le temps sous l'effet du cisaillement. La condition initiale est choisie avec une inclinaison presque horizontale, contre le cisaillement. A mesure que le cisaillement redresse puis bascule l'anomalie de PV, son échelle horizontale diminue, passe par un minimum, puis augmente à nouveau (comportement semblable à $\min(\Lambda\sigma_z t, \sigma_x)$, où σ_x et σ_z désignent la largeur de l'anomalie en $z = 0$ et son épaisseur, respectivement). L'émission a lieu lorsque les échelles temporelles et spatiales sont les plus courtes, c'est-à-dire lorsque l'anomalie est proche de la verticale, en train de basculer d'une inclinaison contre le vent à une inclinaison avec le vent.

Une attention particulière a été accordée aux flux de quantité de mouvement qui peuvent être associés à des anomalies de PV correspondant à des valeurs usuelles pour des anomalies de PV en haute troposphère (voir [LPV10], section 4 *a*) : anomalie de 1 PVU au voisinage de la tropopause aux moyennes latitudes. Il ressort de ce dimensionnement que les flux de quantité de mouvement associés sont significatifs (fig. 2.8) : pour des nombres de Richardson compris entre 1 et 10, les flux d'Eliassen-Palm correspondants sont compris entre 0.1 et 100 mPa, ce qui correspond aux valeurs couvertes par les observations Vorcore [HBV⁺08].

Liens avec les travaux antérieurs

Ces résultats sont intéressants à plusieurs titres. Tout d'abord, le couplage mis en évidence entre mouvements équilibrés et ondes de gravité est essentiellement le même que celui présent dans les modes instables agéostrophiques de [PMS05]. L'équation décrivant la structure des modes et les outils pour l'analyser (fonctions hypergéométriques par exemple) sont les mêmes. Le processus physique cependant diffère : l'émission illustrée en figure 2.7 est au contraire la contrepartie, pour un cisaillement vertical, de l'émission décrite par [ODV08] pour un cisaillement horizontal : il s'agit d'émission transitoire. Remarquons cependant que la méthode, la décomposition diffère :

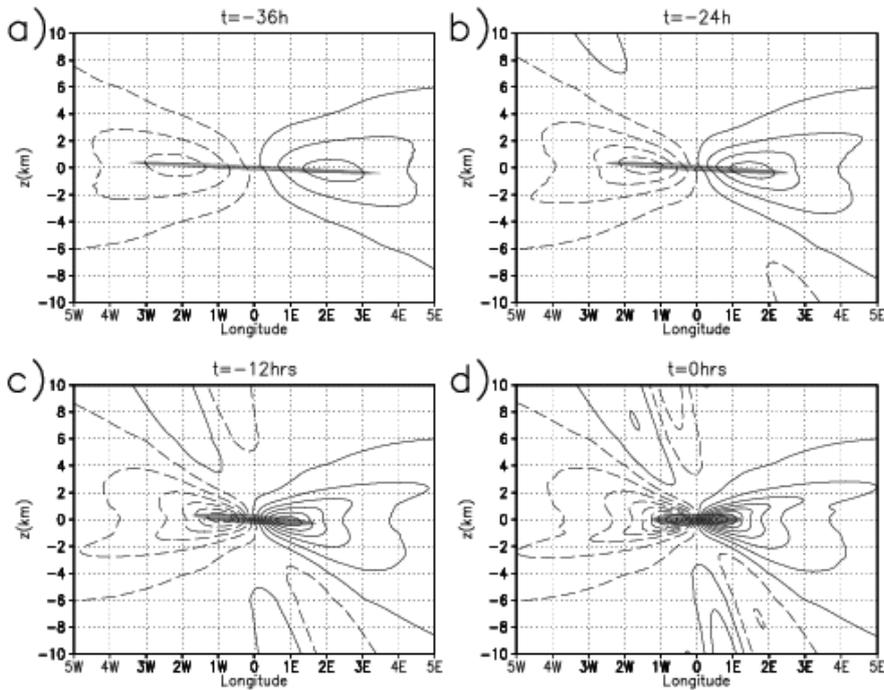


FIG. 2.7 – Coupes verticales montrant l'évolution temporelle de la vitesse verticale produite par une anomalie de PV ayant une épaisseur finie, $\sigma_z = 1$ km, et une largeur finie $\sigma_x = 40$ km, une intensité $\rho_r q_r = 1$ PVU et pour un nombre de Richardson $J = 5$. La région ayant une PV supérieure à 0.1 PVU est grisée.

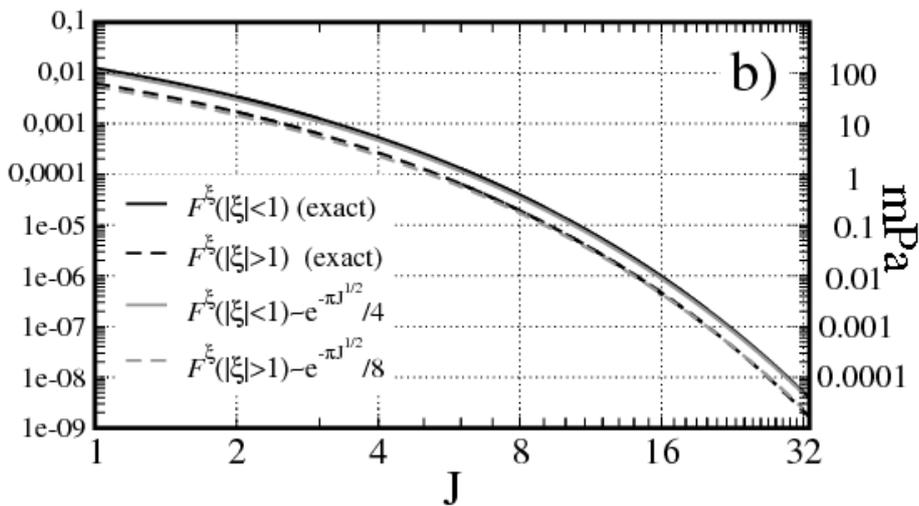


FIG. 2.8 – Valeurs exactes (courbes noires) et approchées (courbes grises) du flux d'Eliassen-Palm, en-deça des niveaux critiques inertiels (courbes pleines) et au-delà (courbes pointillées). L'axe de droite indique les valeurs de flux dimensionnées, suivant les choix de paramètres indiqués dans le texte.

dans [VY04], les mouvements sont décomposés en modes ayant une structure spatiale qui évolue dans le temps, alors que nous avons décomposé les mouvements en modes stationnaires (dans le référentiel attaché au niveau critique). Ainsi, ces deux mécanismes en apparence fort différents, instabilités agéostrophiques de cisaillements et émission transitoire dans un cisaillement, ne sont que deux faces d’une même pièce, que deux illustrations du couplage spatial qui a lieu, dans un cisaillement, entre mouvements équilibrés et ondes de gravité.

Par ailleurs, ce travail aide également à comprendre l’émission secondaire d’ondes de gravité suite au déferlement d’ondes de montagne [Mar08]. Des ondes de montagne forcent l’écoulement localement là où elles déferlent, produisant des anomalies de PV localisées qui sont par la suite advectées et cisailées. Ces anomalies de PV sont de relativement petite échelle. D’après le mécanisme mis en évidence ci-dessous, ces anomalies de PV agissent par la suite comme des sources secondaires d’ondes de gravité. Des simulations idéalisées, dans un modèle anélastique bi-dimensionnel, semblent confirmer la pertinence de ce mécanisme [Mar08]. En ce qui concerne de possibles manifestations réelles de ce mécanisme, nous y reviendrons dans le chapitre 4.

2.5 Discussion

Trois mécanismes d’émission ont été présentés. Des liens subtils existent entre eux : radiation de Lighthill et instabilités agéostrophiques se confondent lorsque les instabilités d’un tourbillon axisymétrique sont recherchées [For94b], mais diffèrent lorsque l’émission est due aux variations temporelles de la dynamique non-linéaire d’un écoulement complexe [For94a, FMN00]. Par ailleurs, instabilités agéostrophiques et émission transitoire diffèrent clairement, mais leur analyse dans un cisaillement vertical [PMS05, LPV10] révèlent que ce sont les deux manifestations d’un même phénomène, le couplage dans un cisaillement d’ondes de gravité et de mouvements équilibrés.

Il convient donc de rappeler un fait essentiel : l’obstacle à l’émission d’ondes par des mouvements équilibrés tient en premier lieu à la séparation des échelles de temps ($U/fL = \mathcal{R}$), et il n’y a pas de contrainte a priori sur les échelles spatiales.

Lorsqu’on considère le cas particulier d’écoulements équilibrés vigoureux ($\mathcal{R} > 1$) où il n’y a plus cette séparation d’échelle de temps, nous avons vu que l’émission (radiation de Lighthill) est néanmoins faible. Ceci tient à la nature très différente des mouvements, qui implique, pour la même échelle de temps et la même échelle de longueur verticale des échelles horizontales très différentes, et donc un couplage peu efficace.

Lorsque la séparation des échelles de temps est présente ($\mathcal{R} \ll 1$), les écoulements qui permettront de coupler ces différents mouvements seront donc ceux qui permettent de faire coïncider deux échelles de temps lagrangiennes très différentes. C’est ce que permet l’**advection**. Dans les études analytiques, celle-ci est considérée dans le cas simple de cisaillements constants, dans lequel deux ondes ayant des vitesses de phase intrinsèques très différentes pourront se coupler grâce à l’effet Doppler. Nous avons présenté en détail le cas d’un cisaillement vertical, où ce couplage a été mis en évidence dans des modes instables [PMS05] ainsi que dans la signature d’anomalies de PV cisailées [LPV10]. De même, pour un cisaillement horizontal, le couplage peut se manifester dans des modes instables ou par une émission transitoire, selon les conditions aux limites considérées (présence de bords ou condition radiative). Ainsi, les instabilités agéostrophiques et l’émission par des anomalies de PV cisailées repose fondamentalement sur le même couplage spatial au sein d’un cisaillement, l’amplitude des ondes de gravité y étant toujours exponentiellement faible par rapport aux mouvements équilibrés. D’ailleurs, le caractère instable des modes instables mis en évidence n’est probablement pas l’essentiel, car les taux de

croissance de ces instabilités agéostrophiques sont généralement faibles, et leur saturation semble intervenir à des amplitudes finies, mais faibles.

Il est utile de noter pour la suite que dans toutes les configurations considérées ci-dessus, l'échelle spatiale des ondes est toujours bien plus grande ou comparable à celle des mouvements équilibrés qui en sont à l'origine.

Pour conclure, revenons brièvement sur la radiation de Lighthill. Les travaux de Ford sur ce sujet sont une référence, par leur étendue, par leur rigueur et par le fait qu'ils ont constitué la première illustration claire et quantifiée analytiquement d'émission spontanée dans un système d'équations aux dérivées partielles. Les configurations considérées par Ford, toutefois, ont ceci de simple que les ondes émises sont de grande échelle et se propagent dans un fluide qui est, en première approximation, au repos. L'application de la démarche de Ford à des cas atmosphériques demande certaines précautions, et notamment de faire attention au fait que les ondes émises ne se propagent pas dans un fluide au repos (voir discussion dans [PZ07] et un exemple d'application réussie de la démarche de Ford dans [RG96]). Oublier le cadre dans lequel les résultats de Ford ont été obtenus peut mener à des interprétations à mon avis erronées concernant des expériences en laboratoire [WHR05] ou la turbulence en ciel clair [KMW08].

Ce qui précède se rapporte à l'article [PSZ09], inclus à la suite de ce chapitre.
--

A Baroclinic Instability that Couples Balanced Motions and Gravity Waves

RIWAL PLOUGONVEN

National Center for Atmospheric Research, Boulder, Colorado

DAVID J. MURAKI

Simon Fraser University, Burnaby, British Columbia, Canada

CHRIS SNYDER

National Center for Atmospheric Research, Boulder, Colorado

(Manuscript received 17 February 2004, in final form 23 September 2004)

ABSTRACT

Normal modes of a linear vertical shear (Eady shear) are studied within the linearized primitive equations for a rotating stratified fluid above a rigid lower boundary. The authors' interest is in modes having an inertial critical layer present at some height within the flow. Below this layer, the solutions can be closely approximated by balanced edge waves obtained through an asymptotic expansion in Rossby number. Above, the solutions behave as gravity waves. Hence these modes are an example of a spatial coupling of balanced motions to gravity waves.

The amplitude of the gravity waves relative to the balanced part of the solutions is obtained analytically and numerically as a function of parameters. It is shown that the waves are exponentially small in Rossby number. Moreover, their amplitude depends in a nontrivial way on the meridional wavenumber. For modes having a radiating upper boundary condition, the meridional wavenumber for which the gravity wave amplitude is maximal occurs when the tilts of the balanced edge wave and gravity waves agree.

1. Introduction

Balanced motions and gravity waves are usually thought of in terms of superposition (e.g., Lorenz 1980), as in the weakly nonlinear analysis of small perturbations to a rotating fluid at rest (e.g., Blumen 1972; Dewar and Killworth 1995). In some contexts, however, balanced motions and gravity waves can be spatially coupled across a change in the environment such as a background shear; for example, in a two-layer baroclinic flow unstable modes can arise from the resonance of a Rossby wave with a gravity wave (Sakai 1989; Iga 1993). Although these waves have very different intrinsic time scales, the shear can make their Doppler-shifted frequencies coincide, and hence allow them to resonate. Similar unbalanced unstable modes, coupling balanced edge waves near the ground and gravity waves aloft, exist in rotating stratified fluid with a vertical shear, and will be the focus of this study.

Normal modes of a vertical linear shear have frequently been investigated, beginning with the classical baroclinic instability study by Eady (1949), which obtained the unstable modes under the quasigeostrophic (QG) approximation for a fluid bounded above and below by rigid surfaces. For a fluid unbounded above, the QG framework yields only neutral, traveling modes trapped near the lower boundary (Gill 1982, section 13.2); we will refer to such modes as quasigeostrophic edge waves. The unstable modes that are present when a rigid lid is added can then be interpreted as the resonance of two edge waves, one on the lower and one on the upper boundary (e.g., Hoskins et al. 1985).

Stone (1966) extended Eady's results both to meridionally varying modes and to the linearized primitive equations, hence including unbalanced effects. Stone (1970) and Tokioka (1970) independently identified unstable modes beyond the quasigeostrophic Eady cutoff. Tokioka showed that this unbalanced instability is associated with the singularity at an inertial critical level (Jones 1967). He also showed that the structure of these modes, though not their growth rate, depends strongly on the sign of the meridional wavenumbers.

Nakamura (1988) revisited these modes and the role of the inertial critical level (IL). He was the first to note

Corresponding author address: Riwal Plougonven, Mathematical Institute, University of St. Andrews, St. Andrews KY16 9SS, United Kingdom.
E-mail: riwal.plougonven@polytechnique.org

that the behavior of the solutions changed across the IL from a balanced edge wave to an inertia–gravity wave and to identify the mode as arising from the interaction of these two waves. Nakamura’s analysis of the structure of the modes was extended to nonzero meridional wavenumber by Yamazaki and Peltier (2001b). One striking but unexplained feature of their solutions (see their Fig. 5) is that the gravity wave part of the modes appears to have a pronounced asymmetry in meridional wavenumber, with much greater amplitudes for horizontal wave vectors pointing toward the warm air in the direction of the shear.

The relevance of these unbalanced modes as instabilities is unclear for two reasons. First, in studies for meridionally uniform shear $U = \Lambda z$, the corresponding growth rates are found to be small for typical midlatitude Rossby numbers (Nakamura 1988; Yamazaki and Peltier 2001b). Molemaker et al. (2005) have revisited these modes and suggest that, despite their small growth rates, they may still have importance in providing a mechanism of energy transfer from the balanced manifold to unbalanced motions. Second, the manifestation of these modes in more realistic jets is uncertain. Snyder (1995) investigated numerically the linear stability of two-dimensional fronts $U(y, z)$ with uniform potential vorticity (PV). He identified synoptic-scale modes whose properties were well approximated by the quasigeostrophic equations, but found that unbalanced instabilities analogous to those of Stone (1970) and Tokioka (1970) either had growth rates too small to be detected by his numerical technique or were absent. Yamazaki and Peltier (2001a), on the other hand, considered jets with nonuniform PV and found a subsynoptic-scale instability with growth rates comparable to the synoptic-scale branch. It is not clear whether their subsynoptic-scale modes are counterparts of the unbalanced instabilities present with much smaller growth rates in meridionally uniform basic states or largely balanced instabilities associated with the interior PV gradients as in the classical study of Charney (1947).

Nevertheless, the unbalanced modes considered here are of interest for their structure: they serve as an illustration of how balanced motions and gravity waves are coupled spatially in a realistic stratified flow that is simple enough that the coupling can be analytically quantified. To our knowledge, the present study, together with that of Vanneste and Yavneh (2004), are the first in which the gravity waves are analytically quantified in terms of their Rossby number dependence.

The aim of this paper is to understand and quantify the spatial coupling of balanced motions and gravity waves in these simple baroclinic instabilities. The paper is organized as follows: the derivation of the equation for the vertical structure of the modes is presented in section 2. The role of the singularities in this equation are discussed in section 3, and it is shown that, to a first

approximation, the modes consist of balanced motions below the IL and gravity waves above. In section 4, we show that it is possible to obtain analytically the amplitude of the gravity wave part of the modes as a function of the parameters. We illustrate this first in the case of neutral, meridionally uniform solutions. The more general case of modes with no restriction on the meridional wavenumber and with a radiating boundary condition aloft is then investigated in section 5. The dependence of the amplitude of the gravity waves on the meridional wavenumber is discussed in section 6. A discussion of the relevance of these results to the debate on the coupling of balanced motions and gravity waves is given in section 7, and our results are summarized in section 8.

2. The vertical structure equation

We use as our starting point the primitive equations for an f -plane geophysical fluid that is adiabatic, inviscid, and hydrostatic within the Boussinesq approximation (e.g., McWilliams and Gent 1980):

$$\frac{Du}{Dt} - fv + \phi_x = 0, \quad (1a)$$

$$\frac{Dv}{Dt} + fu + \phi_y = 0, \quad (1b)$$

$$\phi_z = \frac{g}{\theta_0} \theta, \quad (1c)$$

$$\frac{D\theta}{Dt} = 0, \quad (1d)$$

$$u_x + v_y + w_z = 0, \quad (1e)$$

where f is the Coriolis parameter, θ_0 is a reference potential temperature, g is the gravitational acceleration, ϕ is the geopotential height, and θ is the potential temperature; z is a modified pressure coordinate (Hoskins and Bretherton 1972), but we will refer to it simply as height.

The primitive equations are linearized around a basic state of constant vertical shear and constant stratification. The basic-state zonal wind and potential temperature are given by

$$U(z) = \Lambda z, \quad \Theta_S(y) = -\frac{f\theta_0\Lambda}{g} y, \quad (2)$$

where the shear Λ is constant.

Using horizontal and vertical length scales L and H , respectively, and a velocity scale ΛH , the nondimensional equations are

$$\mathcal{R}Du + \mathcal{R}^2 \bar{\Lambda} w - v + \phi_x = 0, \quad (3a)$$

$$\mathcal{R}Dv + u + \phi_y = 0, \quad (3b)$$

$$D\theta - \bar{\Lambda} v + \mathcal{B}w = 0, \quad (3c)$$

$$\phi_z = 0, \quad (3d)$$

$$u_x + v_y + \mathcal{R}w_z = 0, \quad (3e)$$

where $D = \partial_t + \bar{\Lambda}z \partial_x$ includes advection by the shear, \mathcal{R} is the Rossby number, and \mathcal{B} is the Burger number, which we can assume without loss of generality to be unity:

$$\mathcal{R} = \frac{\Lambda H}{fL}, \quad \mathcal{B} = \left(\frac{NH}{fL} \right)^2 = 1. \quad (4)$$

The parameter $\bar{\Lambda}$ is 1; we have left it in the equations to keep track of the role of the shear.

The above equations can be combined to give equations for the divergence of the horizontal wind and for the vertical component of the vorticity. These can in turn be combined with the other equations to yield one unique equation for w (Eady 1949; Jones 1967; Inverarity and Shutts 2000):

$$D(\mathcal{R}^2 D^2 + 1)w_{zz} - 2\bar{\Lambda}(\partial_x - \mathcal{R}D\partial_y)w_z + (D\Delta_H - \mathcal{R}2\bar{\Lambda}^2\partial_{xy})w = 0. \quad (5)$$

We consider propagating wave solutions of the form

$$w(x, y, z, t) = \text{Re}\{W(z)e^{i[k(x-\bar{\Lambda}\sigma t)+ly]}\}, \quad (6)$$

where the real part of σ can be considered a height such that $\bar{\Lambda}\text{Re}(\sigma)$ is the phase speed of the wave in the x direction. The growth rate (or decay rate) of the solution is given by $k\bar{\Lambda}\text{Im}(\sigma)$. For all the figures below, we will assume without loss of generality k equal to 1.

Inserting (6) into (5), the problem is reduced to a second-order ordinary differential equation (ODE) for the vertical structure of the vertical velocity

$$(z - \sigma)[1 - \mathcal{R}^2 k^2 \bar{\Lambda}^2 (z - \sigma)^2]W'' - 2[1 - i\mathcal{R}\bar{\Lambda}(z - \sigma)]W' - [(z - \sigma)\lambda^2 + \mathcal{R}2i\bar{\Lambda}]W = 0, \quad (7)$$

where $\lambda = \sqrt{k^2 + l^2}$, and the primes indicate derivatives of $W(z)$. We wish to determine both the eigenfunction $W(z)$ for $z \geq 0$ and the eigenvalue σ , with a lower boundary condition

$$W(0) = 0 \quad (8)$$

and an upper boundary condition to be discussed in section 5.

3. Two regions of vertical structure

An important feature of the vertical structure Eq. (7) is that the coefficient of the second derivative term, a cubic polynomial in z , can be zero. The roots of the leading coefficient in a linear differential equation are called the singular points (Braun 1993) and identify possible locations for singularity in the solutions. For most solutions of interest, the eigenvalue will turn out to be complex, so these singular points will not directly affect the solution along real values of z . Nonetheless, one of these singular points is associated with the iner-

tia critical level (IL) where the solutions make a transition from balanced to gravity wavelike structure.

Below we present a brief analysis of the singular points (section 3a) from which the construction of the nonsingular neutral mode of (7) follows. We then use approximate solutions to show that the solutions behave as balanced edge waves near the surface (section 3b) and gravity waves aloft (section 3c).

a. Analysis of the singular points

Three singular points of the vertical structure Eq. (7) are obtained from a factorization of the leading coefficient

$$z_{\text{CL}} = \sigma, \quad z_{\text{IL}}^{\pm} = \pm \frac{1}{\mathcal{R}k\bar{\Lambda}} + \sigma. \quad (9)$$

For a real value of σ , these singular points are also real valued and identify important spatial transitions in the vertical structure of the solution $W(z)$ on $0 \leq z < +\infty$. The point at z_{CL} corresponds to a critical level (CL), a height at which the shear velocity exactly matches the phase velocity of the wave. The points z_{IL}^{\pm} correspond to two ILs, heights at which the Lagrangian time scale based on the horizontal wavelength of the wave and phase velocity relative to the background shear is equal to the inertial period. When σ has a nonzero imaginary part, these singular features are no longer realized on the real z axis. Nevertheless, the singularities will still be present in the complex plane and, if $\text{Im}(\sigma)$ is not too large, will retain their significance for solutions on the real line near z_{CL} and z_{IL}^{\pm} .

The method of Frobenius (Braun 1993) provides a construction of solutions near a singular point z_s in the form of a series

$$W(z) = (z - z_s)^{\gamma} [1 + c_1(z - z_s) + c_2(z - z_s)^2 + \dots]. \quad (10)$$

For a second-order ODE of the form

$$p(z)W'' + q(z)W' + r(z) = 0, \quad (11)$$

the two independent solutions at each z_s correspond to values of γ given by the roots of the quadratic indicial polynomial

$$\gamma(\gamma - 1) + \left[\lim_{z \rightarrow z_s} \frac{(z - z_s)q(z)}{p(z)} \right] \gamma + \left[\lim_{z \rightarrow z_s} \frac{(z - z_s)^2 r(z)}{p(z)} \right] = 0. \quad (12)$$

Generally, each of the two indicial roots generates a distinct series (10), and the pair form the two linearly

independent solutions expected for a second-order ODE.

For the vertical structure Eq. (7), the singular point $z_{CL} = \sigma$ has indicial roots $\gamma = 0$ and $\gamma = 3$. Thus, all solutions $W(z)$, including the first and second derivatives, are nonsingular at z_{CL} . Although generically it would be expected that the third and higher derivatives are singular, this turns out not to be the case and the singular point is completely removable from the vertical structure equation (see appendix A). Nonetheless, the CL still introduces a problem for many numerical ODE integrators since the $\gamma = 3$ solution is highly degenerate, with $W(z_{CL}) = W'(z_{CL}) = W''(z_{CL}) = 0$. Appendix A describes the numerical technique used in this case.

The Frobenius analysis for the remaining singular points z_{IL}^{\pm} gives indicial roots of $\gamma = 0$ and $\gamma = \pm il/k$. For $l \neq 0$, the complex power in the solution (10) represents a logarithmic singularity at the IL. The situation is no different in the $l = 0$ case since the double root $\gamma = 0$ represents an exceptional case in Frobenius theory and also generates one solution with a logarithmic singularity. In both cases, the $\gamma = 0$ solution represents the unique (up to an amplitude scaling) nonsingular solution. However, only in the $l = 0$ case does the $W(0) = 0$ surface boundary condition yield a real eigenvalue σ . This solution has been computed and is shown in Fig. 1 for $l = 0$ and $\mathcal{R} = 0.5$, normalized so that $W(z_{CL}) = 1$. The numerically obtained eigenvalue is $\sigma \approx 0.9392$. This neutral, propagating solution is the counterpart within the linearized primitive equations to the quasigeostrophic edge wave (Gill 1982, section 13.2). The primitive equation solution shown in Fig. 1 oscillates aloft, unlike the quasigeostrophic edge wave that decays exponentially with height above the maximum of W . While Fig. 1 gives no visible indication that the IL is a singular point, it in fact separates a region near the surface, in which the solution may be approximated by a balanced edge wave, and the region aloft, in which the

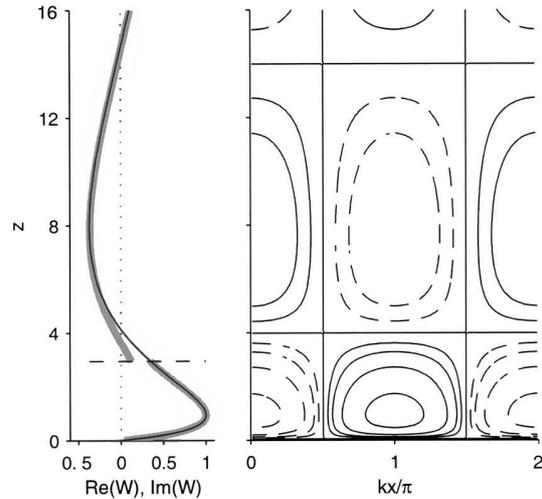


FIG. 1. Neutral solution for $\mathcal{R} = 0.5, l = 0$. In the left panel are superposed the numerically obtained solution (plain black line), and the asymptotic solutions [(13) and (15a), thick gray line] above and below the IL, indicated by the horizontal dashed line. Contours are 0, 0.1, 0.2, 0.4, 0.8, and their negative counterparts.

solution is close to an inertia-gravity wave in shear. We derive these approximations to the solution in the following subsections.

b. Balanced edge wave part

For small \mathcal{R} we solve (7) asymptotically. This approach is valid near the ground, where the terms multiplied by \mathcal{R} are indeed small. The approximation breaks down at heights where $(z - \sigma)$ becomes of the order $1/\mathcal{R}$ that is, near and above the IL [cf. Eq. (9)]. Hence, this approximate solution ignores the existence of the IL.

The solutions have been obtained up to second order in \mathcal{R} :

$$W_b(z) = e^{-\lambda(z-\sigma_b)} \left([\lambda(z - \sigma_b) + 1] + \mathcal{R}i \frac{l\bar{\Lambda}}{\lambda} [1 - \lambda^2(z - \sigma_b)^2] + \mathcal{R}^2 \frac{\bar{\Lambda}^2}{2} \left\{ \frac{\lambda k^2}{6} [(z - \sigma_b)^3 - 2\lambda(z - \sigma_b)^4] \dots + \frac{l^2}{\lambda} [2(z - \sigma_b) + 2\lambda(z - \sigma_b)^2 - \lambda^2(z - \sigma_b)^3] \right\} + O(\mathcal{R}^3) \right), \tag{13}$$

where subscript b indicates that this is the balanced solution. The phase speed σ_b is obtained by imposing the boundary condition (8) to expression (13):

$$\sigma_b = \frac{1}{\lambda} - \mathcal{R}^2 \frac{\bar{\Lambda}^2}{4\lambda} \left(1 - \frac{3l^2}{\lambda^2} \right) + O(\mathcal{R}^3). \tag{14}$$

Note that the correction to σ_b is real so that the mode is neutral.

The leading order parts of (13) and (14) are the quasigeostrophic edge waves (Gill 1982, section 13.2). These waves propagate in the direction of the shear and are trapped near the surface. To leading order, the maximum of the vertical velocity occurs at the criti-

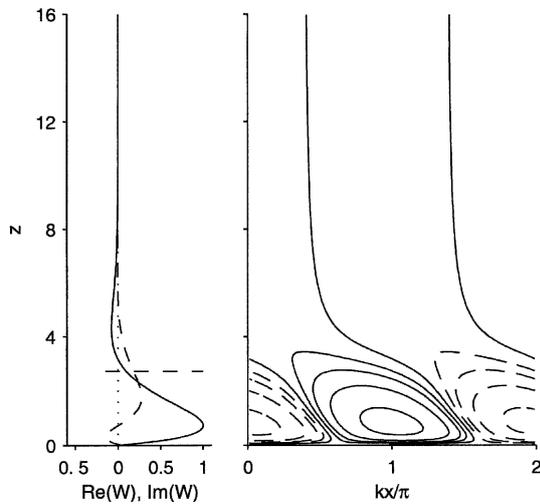


FIG. 2. The balanced edge wave solutions for $\mathcal{R} = 0.5$ and $l = -1$, obtained asymptotically in \mathcal{R} up to second order from (13). The format is as in Fig. 1 with the addition of $\text{Im}(W_b)$ (dashed) in the left panel.

cal level, and these solutions are normalized so that $W_b(\sigma_b) = 1$.

For $l = 0$ the solutions are real. For $l = 0$ and $\mathcal{R} = 0.5$ the asymptotic solution (13) is shown in Fig. 1 below the IL as a thick gray line. Thus, the full solution is well approximated as a balanced edge wave below the IL. At $\mathcal{R} = 0.5$, the phase speed of the solution, $\sigma \approx 0.9392$, is also well approximated by $\sigma_b = 0.9375$.

For $l \neq 0$, the $O(\mathcal{R})$ correction introduces an imaginary part to the solution. The solution then tilts in the (x, z) plane (McIntyre 1965), as shown in Fig. 2, and in the (y, z) plane. Since the $O(\mathcal{R})$ correction is proportional to l , the sense of the tilt in the (x, z) plane depends on the sign of l , while that in the (y, z) plane does not. These tilts will be discussed further in section 6.

c. Inertia-gravity wave part

For large $z \gg z_{CL}$, we look for solutions expressed as power series; this is akin to applying the method of Frobenius at a point at infinity (Braun 1993). Keeping only the highest powers of $(z - \sigma)$ in (7), we find that leading order solutions in the far field have the form

$$W(z) \sim \alpha_1(z - \sigma)^P + \alpha_2(z - \sigma)^{P*}, \tag{15a}$$

$$\text{with } P = \frac{1}{2} + i\mu, \mu = \sqrt{\text{Ri} \left(1 + \frac{P^2}{k^2} \right) - \frac{1}{4}}, \tag{15b}$$

where α_i are the waves' amplitudes and $\text{Ri} = (\mathcal{R}\bar{\Lambda})^{-2}$ is a Richardson number. The powers P and P^* have also been obtained from a quadratic indicial equation. For $\bar{\Lambda} > 0$, the first term in the solution corresponds to a gravity wave propagating upward (Booker and Bretherton 1967), that is, tilting against the shear as in

Fig. 3. The second term having the conjugate power, P^* , is a downward propagating gravity wave. Higher-order corrections to these waves can be obtained perturbatively.

The neutral eigenmode shown in Fig. 1 is real and so should be compared against (15a) with $\alpha_2 = \alpha_1^*$, which yields a standing wave above the IL. This asymptotic solution, for $l = 0$, $\mathcal{R} = 0.5$ and with σ given by the edge wave approximation (14), is plotted as a gray line for $z > z_{IL}$ in the left panel of Fig. 1. The agreement shows that the solutions are well described above the IL as a superposition of upward and downward propagating gravity waves. An important conclusion from this example is that a neutral solution to (7) can only exist (for finite \mathcal{R}) when coupled to downward propagating waves. Neutral modes result if a rigid lid is placed at one of the discrete heights where $W(z) = 0$. Otherwise, in an unbounded fluid, these neutral modes require a wave source at infinity. In an unbounded fluid, the more physically meaningful wave solutions are those with only outgoing waves ($\alpha_2 = 0$) aloft, and such solutions will be discussed in section 5. In the next section, we show how Eq. (7) can be solved analytically; this allows us to understand the neutral solutions and more generally in all solutions to quantify the amplitude of the gravity waves relative to those of the balanced motions.

4. The connection problem

In the previous section we showed that the modes comprise a balanced edge wave below the IL and a gravity wave above, but their relative amplitudes could not be determined. This issue of asymptotic matching across the IL is an example of a connection problem (Bender and Orszag 1978). Such connection problems

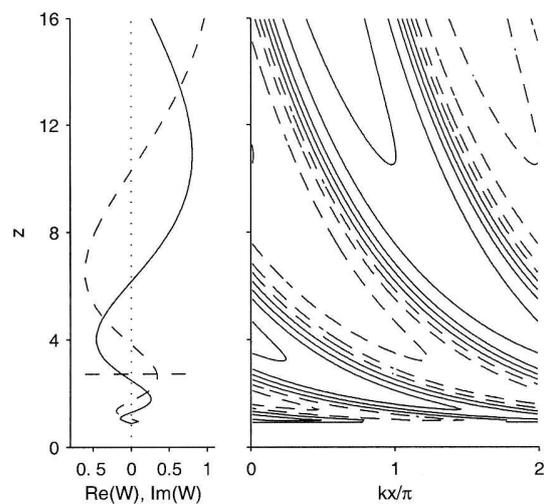


FIG. 3. As in Fig. 2 but for the far-field, upward propagating gravity wave solutions obtained for large $z - \sigma_b$ (15a).

are usually resolved by the use of special functions whose asymptotics are known. Here, the connection is resolved using the work of Yamanaka and Tanaka (1984) who found changes of variables that transform Eq. (7) into the canonical differential equation for the hypergeometric function (Abramowitz and Stegun 1964, hereafter AS, section 15.5.1). Recently, this transformation has been used in studies of steady flow over topography (Shen and Lin 1999; Wurtele et al. 2000; Shutts 2001, 2003). Shutts (2001) also notes that unstable modes of a linear shear flow can be obtained using that transformation. Here, this transformation allows us to obtain analytically, to an excellent approximation (see appendix B), the amplitude of the gravity waves as a function of the parameters.

The first change of variable incorporates the eigenvalue σ into the independent variable:

$$\xi = \mathcal{R}\bar{\Lambda}k(z - \sigma). \quad (16)$$

A new function Y is then defined by

$$W(\xi) = (1 + \xi)^{-i/k} Y(\xi). \quad (17)$$

Finally, the independent variable is changed to

$$\eta = \xi^2. \quad (18)$$

This transforms (7) into the differential equation for hypergeometric functions (cf. AS, section 15.5.1):

$$\eta(1 - \eta)Y'' + [c - (a + b + 1)\eta]Y' - abY = 0, \quad (19a)$$

with

$$a = -\frac{P^*}{2} - i\frac{l}{2k}, b = -\frac{P}{2} - i\frac{l}{2k}, c = -\frac{1}{2}, \quad (19b)$$

and P given by (15b). Solutions to this equation, along with many asymptotic properties, are well established.

In the rest of this section, we illustrate the method to obtain the amplitude of the gravity wave part of the solution for the special case of the neutral mode (σ real), with $l = 0$, as presented in Fig. 1. As determined by the Frobenius analysis, there is only one solution that remains finite at the IL. From AS (section 15.5.5), this solution is denoted by

$$Y_n(\eta) = AF(a, a^*, 1, 1 - \eta), \quad (20)$$

where F is the hypergeometric function and the subscript n refers to neutral. Hence, in the case of neutral solutions with $l = 0$, the classical hypergeometric function provides an exact analytical solution.

Now, to normalize (20) and obtain its far-field as-

ymptotics, we use standard linear transformations and the fact that $F(a, b, c, 0) = 1$, for all a, b , and c . An equivalent expression of (20) is obtained (AS, section 15.3.6) involving a hypergeometric function with η as its fourth argument. This allows the mode to be normalized so that its value is unity at the critical level, $\eta = 0$. Another expression equivalent to (20) can be obtained (AS, section 15.3.8) such that the hypergeometric functions involved have $1/\eta$ as their fourth argument. These functions then tend to 1 as $\eta \rightarrow +\infty$. After working back through the changes of variables, this process determines the amplitude of $\alpha_1 = \alpha_2^*$ in (15a) to be

$$\alpha_n = (\mathcal{R}\bar{\Lambda}k)^P \frac{\Gamma(i\mu)\Gamma(5/4 - i/2\mu)}{\Gamma(3/2)\Gamma(-1/4 + i/2\mu)}, \quad (21)$$

where $\Gamma(z)$ denotes the Gamma function and the subscript n refers to neutral. This amplitude was used to plot the gray line for the neutral wave of Fig. 1. For small Rossby number, the amplitude expression (21) can be further approximated using the fact that the parameter $\mu = O(\mathcal{R}^{-1})$. This gives

$$|\alpha_n(\mathcal{R}, k, \bar{\Lambda})| \sim \frac{2\sqrt{2k}}{\sqrt{\bar{\Lambda}}} \frac{1}{\sqrt{\mathcal{R}}} e^{-\pi/2\mathcal{R}\bar{\Lambda}} \quad \text{for } \mathcal{R} \rightarrow 0, \quad (22)$$

so that these gravity waves are seen to be of exponentially small amplitude in Rossby number. Note that this result bears some similarity with the amplitude of the edge wave at the IL where an exponential dependence on \mathcal{R} is also obtained from ze^{-z} evaluated at $z_{\text{IL}}^+ = O(1/\mathcal{R})$. The relevance of this analytical result to previous studies on the coupling of gravity waves and balance is discussed in section 7.

5. Radiating modes

In the previous sections, we focused on neutral, meridionally uniform modes in order to discuss the singular points of the equation (section 3a) and to illustrate how α can be obtained analytically (section 4). For neutral modes, the requirement that the solutions remain bounded at the IL determines the form of the solution at large heights to be a mix of upward and downward propagating waves and, thus, leaves no freedom for specifying conditions at infinity. We now turn to the case with a radiating boundary condition aloft. The solutions then include unstable modes, on which we will focus, and decaying modes. They are automatically bounded near the IL since Eq. (7) no longer has singular points for real values of z .

The upper boundary condition used to identify upward propagating waves is deduced from (15a) and is given, along with the numerical technique used to obtain the modes, in appendix A. In his study of the

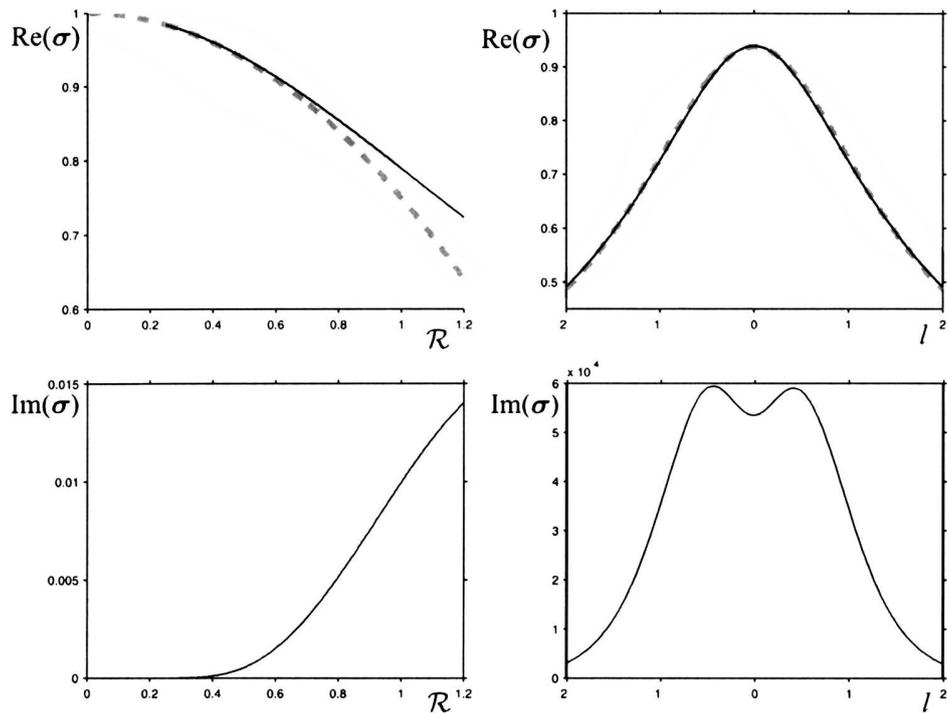


FIG. 4. Phase speed of the solutions $\text{Re}(\sigma)$ and growth rates $\text{Im}(\sigma)$ of the numerically obtained solutions (plain lines) as a function of \mathcal{R} for $l = 0$ and as a function of l for $\mathcal{R} = 0.5$. Also plotted in the upper panels is the phase speed of the balanced edge wave σ_b (dashed line), obtained from the asymptotic solutions for small Rossby number.

weakly unstable unbalanced modes in a fluid with a rigid lid, Nakamura (1988) speculated that the rigid lid itself was not necessary for instability. We confirm this by showing that unstable modes exist when the lid is replaced by an outgoing radiating condition.

The numerically obtained values for the phase speed, $\text{Re}(\sigma)$ have been compared with σ_b (14). As can be seen from Fig. 4, they compare well up to moderate Rossby numbers $\mathcal{R} \sim 0.6$ and over a wide range of l . This further confirms that the flow near the ground is well described by the balanced approximation (13), and indicates that the phase speed of the mode is controlled by the balanced component near the ground.

Solutions for different values of l are shown in Fig. 5. Here again, the IL retains its significance: as can be seen from the asymptotic solutions superposed as gray lines, the solutions make a transition at the IL from a balanced edge wave below to a gravity wave above. The gravity waves are strikingly larger for negative l than for positive l , as noted by Yamazaki and Peltier (2001b) in their case with an upper lid. A possible explanation for this asymmetry will be given in section 6.

The growth rates of these solutions are small, and hence the coefficient of the highest order term in (7) becomes very small in the vicinity of the IL. This can lead to very intense gradients near the IL (see the solution for $l = +1$ in Fig. 5). However, this is not nec-

essarily the case, and there are considerable intervals of l for which the solutions transition smoothly from the balanced edge wave below the IL to the gravity wave above, (see the solution for $l = -1$ in Fig. 5). These are also the solutions where the gravity waves are the most intense.

As the Rossby number is increased, the amplitude of the gravity wave part of the solution increases, the growth rates increase, and correspondingly the transition at the IL becomes smoother (see Fig. 6).

Now, as in the case of the neutral solutions with $l = 0$, it is possible to obtain the amplitude of the gravity wave part of the solution analytically. For complex σ , two linearly independent and bounded solutions exist. They are combined to obtain a solution verifying the radiating boundary condition aloft. Normalization of the solution then yields an analytical expression for α_u , the amplitude of the gravity waves, where the subscript u refers to unstable. Contrarily to the case of the neutral modes, the derivation of α_u [see appendix B and expression (37)] involves a slight approximation. Nevertheless, α_u compares extremely well with the numerical results, as can be seen from Figs. 7 and 8.

For small \mathcal{R} an asymptotic expression is obtained for $|\alpha_u|$. It retains in a compact formula the essential dependences of the amplitude of the gravity waves on the parameters

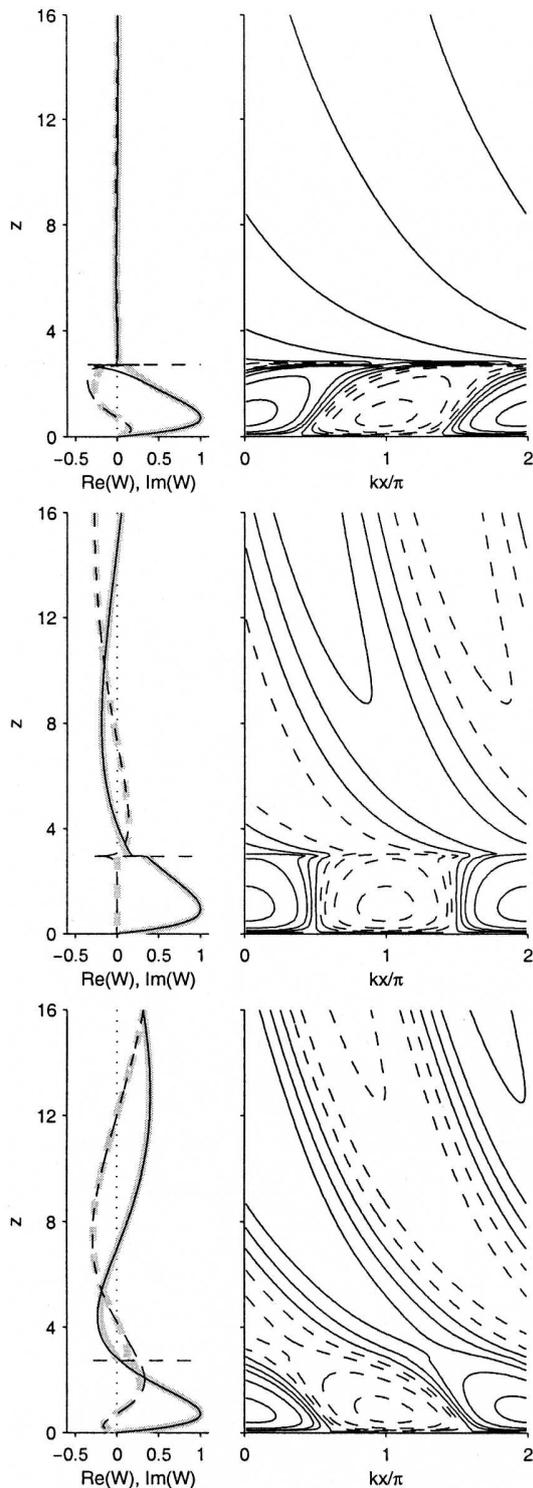


FIG. 5. As in Fig. 1 but for unstable modes at $\mathcal{R} = 0.5$ with a radiating upper boundary condition and (top) $l = 1$, (middle) $l = 0$, or (bottom) $l = -1$.

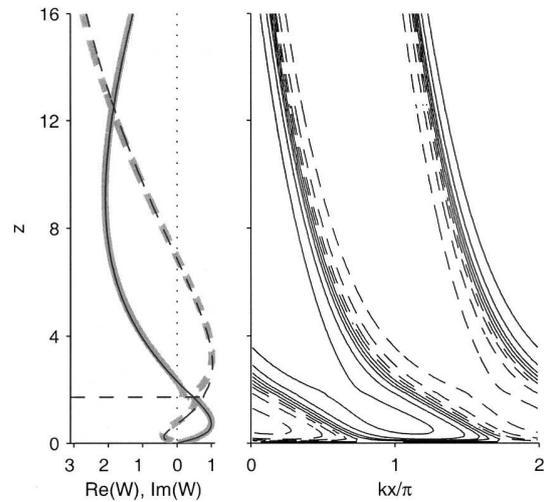


FIG. 6. As in Fig. 5 but for $\mathcal{R} = 1$, $l = -1$: the IL is lower, the amplitude of the waves is larger, and their vertical wavelengths are longer.

$$|\alpha_u(\mathcal{R}, k, l, \bar{\Lambda})| \sim \sqrt{k/\bar{\Lambda}} e^{-\pi l/2k} \frac{1}{\sqrt{\mathcal{R}}} \exp\left[-\frac{\pi}{2\mathcal{R}\bar{\Lambda}} \sqrt{1 + l^2/k^2}\right],$$

for $\mathcal{R} \rightarrow 0$. (23)

Here again the amplitude of the gravity waves is exponentially small in Rossby number. However, the dependence on the meridional wavenumber is also important: note in particular the factor $e^{-\pi l/2k}$, which introduces an asymmetry in the meridional wavenumber l . An interpretation of this is given in the following section.

6. Meridional asymmetry

An asymmetrical dependence on l of solutions near the IL has already been noted by Tokioka (1970), Yamanaka and Tanaka (1984), Yamazaki and Peltier (2001b), and Shutts (2001). Shutts suggested that this asymmetry is related to the horizontal thermal gradient. Our study of the structure of the solutions has suggested that the amplitude of the gravity waves is related to how smoothly they match with the balanced part of the solution at the IL, as is discussed below. However, the physical reasons for this asymmetry are not yet understood.

From plots of $|\alpha_u|$ as a function of l (Fig. 8), it is seen that for each Rossby number there is a preferred meridional wavenumber $l_0(\mathcal{R})$ for which the amplitude of the gravity waves is maximized. Based on the simple asymptotic solutions obtained in section 3, we suggest that the preferred meridional wavenumber l_0 is that which allows the structures of the balanced edge wave

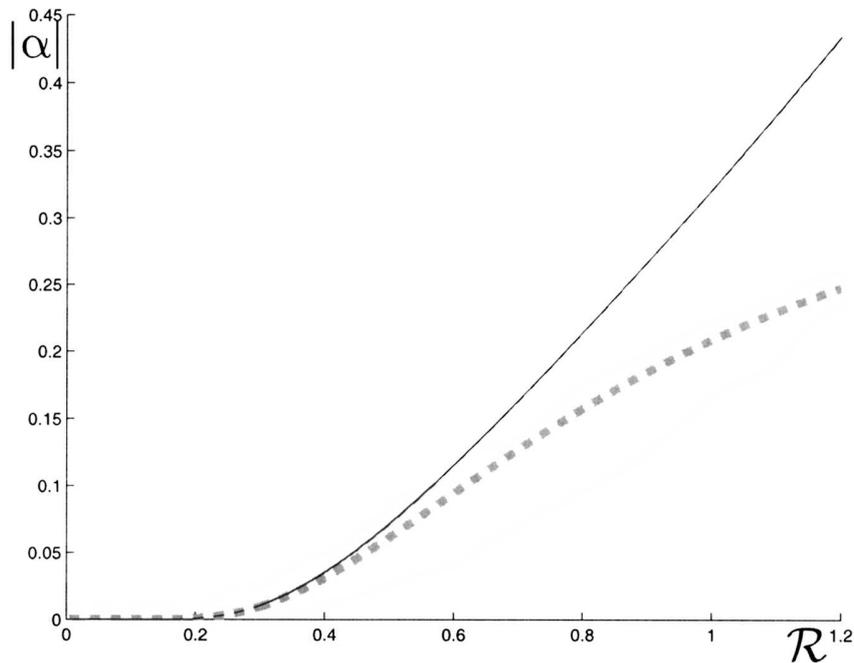


FIG. 7. Numerically obtained amplitude of the gravity waves $|\alpha_u|$ (plain line), with $l = 0$. Superposed are the analytically obtained value (B8) (dashed line) and its asymptotic expression for small Rossby number (23) (thick gray dashed line).

and of the gravity waves to match most smoothly at the IL. We review below, successively for the gravity wave and for the balanced edge wave, the dynamical constraints on the tilts of the phase lines in both the xz and in the yz plane.

The gravity wave part of the solution necessarily corresponds to waves propagating energy upward; hence their phase lines must tilt against the flow in the xz plane (Figs. 3 and 5). This requires that the phase lines in the yz plane tilt northward (in the same sense as the isentropes) for $l < 0$ and southward for $l > 0$, as shown in Fig. 9.

For the balanced edge wave part of the solutions, as was noted in section 3b, the $O(\mathcal{R})$ corrections in Eq. (13) introduce a tilt of the solutions; this tilt in the yz plane is always along the isentropes, that is, northward (see Fig. 9). Thus, in the xz plane, the phase lines of the balanced edge wave tilt westward for $l < 0$ and eastward for $l > 0$, as shown in Fig. 5 (see also Fig. 12 of Tokioka 1970). As a consequence, as can be seen from vertical cross sections in both the xz and yz planes (Figs. 5 and 9), the transition from the structure of the balanced edge wave to that of the gravity waves will be smoother for $l < 0$.

The illustrations are strongly suggestive of this.¹ To

check the relevance of this argument more quantitatively, we have proceeded to the following calculation: the tilts in the xz and yz planes at or near the IL for the gravity wave and the balanced edge wave part of the modes were calculated from the asymptotic solutions (13) and (15a). For each value of \mathcal{R} , there is a preferred meridional wavenumber l_{0x} that minimizes the differences in the tilts in the xz plane; there is another value l_{0y} that minimizes the differences in the tilts in the yz plane. If the above argument is correct, we should expect that the value of l that maximizes the amplitude of the gravity waves is a compromise between these two values, or at least has a similar evolution with \mathcal{R} . Figure 10 shows that this is indeed the case. This calculation cannot, however, be made very precise since the asymptotic expression for the balanced edge wave part of the solution fails at the IL (cf. section 3b). As a consequence, the calculation of the preferred tilts in the xz and yz plane from this asymptotic expression is problematic, and we calculate the tilts not at the IL but slightly below. Thus there is a measure of arbitrariness in the height chosen.

7. Discussion

Although these unbalanced baroclinic modes have been known to exist for some time, their relevance regarding the coupling of balanced motions and gravity waves and the question of the slow manifold has not

¹ These observations do not apply when a rigid lid is present as in Yamazaki and Peltier (2001b, their Fig. 5), although the same asymmetry in l is found.

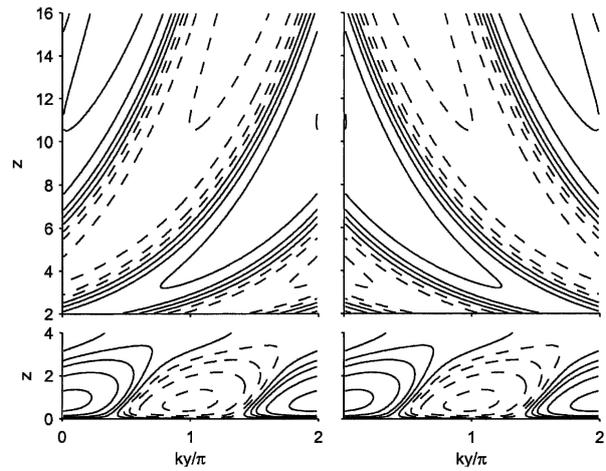
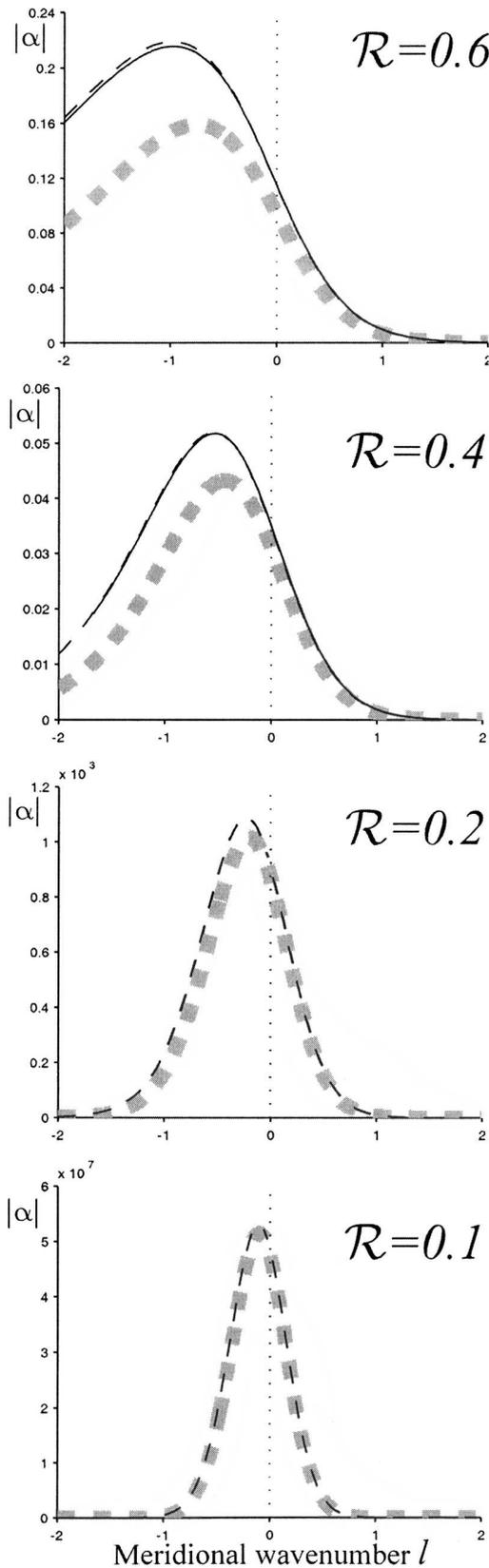


FIG. 9. Contour plots in the (yz) plane (top) of the gravity wave solutions (15a), and (bottom) of the balanced edge wave solution (13), for $\mathcal{R} = 0.5$, and with (left) $l = -1$ and (right) $l = 1$. The IL is located at $z \approx 2.73$.

previously been discussed.² Because the time scales for balanced motions and gravity waves are well separated for synoptic motions, it has been suggested that the two types of motions decouple, leading to the notion of the slow manifold (Leith 1980; Lorenz 1980). Evidence that this decoupling could not be complete first came from investigations of highly truncated, reduced models (e.g., Vautard and Legras 1986; Lorenz and Krishnamurty 1987; for a general discussion on the slow manifold, see Ford et al. 2000, and references therein), which suggested that gravity waves associated with balanced motions are produced in the course of a flow's evolution, but that these gravity waves are exponentially small in Rossby number. Such an exponential dependence on the Rossby number cannot be caught by standard multi-time-scale asymptotic methods; these typically reveal an algebraic dependence.³

Nevertheless, numerical evidence of gravity wave generation from initially balanced flows has been given

² Contemporaneous work by Molemaker et al. (2005) has revisited these modes in a fluid with a rigid lid, focusing on the growth rates and emphasizing the possibility that these modes may be important in the ocean interior for transferring energy from the balanced manifold to unbalanced motions leading to dissipation at the small scales.

³ For example, solving (7) perturbatively in \mathcal{R} as in section 3b, will never reveal the exponentially small gravity waves.

FIG. 8. Amplitude of the gravity waves, $|\alpha_n|$, as a function of the meridional wavenumber, l , for four values of \mathcal{R} : 0.6, 0.4, 0.2, and 0.1. Lines are as in Fig. 7. For finite \mathcal{R} , the asymptotic expression underestimates the amplitudes, but it nevertheless captures well the dependence on the meridional wavenumber.

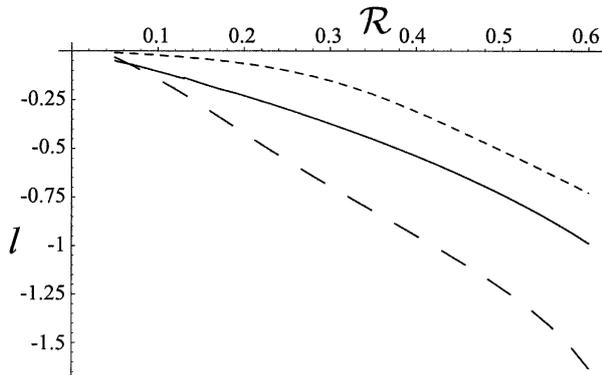


FIG. 10. The value l_0 that maximizes $|\alpha_u|$ in (B8) for each \mathcal{R} (solid line); also plotted are the values of l_{0x} that minimize the difference between the tilts of the balanced edge wave and the gravity wave in the (x, z) plane (long-dashed line), and l_{0y} for the (y, z) plane (short-dashed line).

in the context of frontogenesis (Snyder et al. 1993; Reeder and Griffiths 1996), which emphasized the importance of the time scale of the evolution of the balanced flow, and in the unstable evolution of jets (O'Sullivan and Dunkerton 1995; Zhang 2004).

To our knowledge, theoretical models illustrating a coupling of balanced flow and gravity waves beyond truncated models have been given in only two contexts: in the unstable modes of an axisymmetric vortex and in a horizontal shear.

Ford (1994b) showed that unstable modes of an axisymmetric vortex exist that couple a Rossby wave on the edge of the vortex and gravity waves in the far field. Such modes have also been described as emission of gravity waves from an elliptic vortex, using matched asymptotic expansions (Zeitlin 1991; Ford 1994a; Plougonven and Zeitlin 2002). The gravity waves are excited at the frequency of rotation of the elliptic vortex; hence, this analysis is limited to flows with Rossby number greater than unity (the time scales of the balanced vortex and of the gravity waves are the same, their spatial dimensions differ). Saujani and Shepherd (2002) pointed this out as a weakness, underlining that the small Rossby number regime is the relevant one for geophysical applications.

As an example of a coupling between balanced motions and gravity waves in flows with arbitrary Rossby numbers, Vanneste and Yavneh (2004) have analyzed the excitation of inertia-gravity waves from conditions that are initially balanced, in a horizontal shear, for a stratified fluid. They found that inertia-gravity waves were generated, their amplitude being proportional to $\mathcal{R}^{-1/2} \exp(-K/\mathcal{R})$, where K is a constant.

Our study relates to these previous works in the following ways:

- 1) The spatial coupling we have studied between a balanced edge wave near the ground and gravity waves aloft is analogous to the one described for unstable

modes of an asymptotic vortex (Ford 1994b) between a Rossby wave on the edge of a vortex and gravity waves in the far field. However, whereas the coupling in the case of a vortex is limited to Rossby numbers greater than unity, the coupling in a vertical shear applies for arbitrary Rossby numbers. Finally, whereas radiation is essential to the instability of an axisymmetric vortex, there exist unstable modes in the case of a constant baroclinic shear even with an upper rigid lid (Nakamura 1988; Yamazaki and Peltier 2001b).

- 2) Interestingly, the dependence in Rossby number of the amplitude of the gravity waves has the same form in Vanneste and Yavneh's (2004) investigation and in ours.⁴ However, in contrast to Vanneste and Yavneh, who investigated gravity waves excited from initially balanced conditions (hence a coupling in time), our study focused on the coupling in space.

Note that in the present study and those on the emission of gravity waves from an elliptic vortex, the coupling between gravity waves and balanced motions is not through geostrophic adjustment: balanced motions and gravity waves coexist within each mode. They couple spatially but occupy different regions of space. For the unstable modes, the gravity wave amplitude then grows in time, rather than decaying as in geostrophic adjustment.

8. Summary

We have investigated the spatial coupling of balanced motions and gravity waves in the normal modes of a rotating fluid with linear shear above a rigid lower boundary, using the linearized primitive equations. The key feature of these modes is the spatial transition, at the inertial critical level (IL), from a balanced edge wave near the ground to gravity waves aloft (see Figs. 2 and 3 and the lower panel of Fig. 5). Our interest was to quantify numerically and analytically the amplitude of the gravity waves aloft as a function of the parameters of the problem: the Rossby number \mathcal{R} and the meridional wavenumber l . We have obtained, for neutral solutions with $l = 0$, an exact analytical solution (section 4, Fig. 1). For a given horizontal wavelength, such solutions can only exist if a rigid lid is present at a discrete set of heights, or in an unbounded atmosphere if waves are propagating downward from infinity (section 4).

The more general case of modes with a radiating upper boundary and a nonzero meridional wavenumber l was also considered (section 5, Fig. 5). Such modes appear to be always unstable. The dependence of the

⁴ It also has the same form as the amplitude of the drag due to topographic gravity waves in the linear study of Muraki (2003, manuscript submitted to *J. Atmos. Sci.*).

gravity wave amplitude for the vertical velocity was shown to have the following behavior for small Rossby number \mathcal{R} [cf. (23)]:

$$|\alpha_u| \sim e^{-\pi/2} \frac{1}{\sqrt{\mathcal{R}}} \exp\left[-\frac{\pi}{2} \frac{\sqrt{1+l^2}}{\mathcal{R}}\right]. \quad (24)$$

(For clarity, we have set $\bar{\Lambda} = 1$ and $k = 1$.) Hence, these modes provide an illustration of the coupling of balanced motions to gravity waves where the exponential smallness in \mathcal{R} expected from truncated models is confirmed (cf. section 7).

However, as (24) shows, it is not possible to predict the amplitude of the gravity waves from \mathcal{R} alone, and there is an important asymmetry in the dependence on the meridional wavenumber l . For a given Rossby number, we find that there is a meridional wavenumber for which the amplitude of the gravity waves is maximum. As discussed in section 6, we observe that for modes with a radiating upper boundary condition the horizontal wavevector for which the gravity waves are maximal points toward the warm air and is such that the tilts of the balanced edge wave and the gravity waves match smoothly at the IL.

We are presently investigating, in mesoscale numerical simulations with the Weather and Research Forecast Model, the manifestation of these modes and of the role of the IL in more complex flows.

Acknowledgments. The authors are grateful to R. Rotunno for fruitful discussions and for comments on an earlier version of the manuscript. They wish to thank M. Montgomery and J. C. McWilliams for instructive discussions. They also acknowledge Hiro Yamazaki and two anonymous reviewers for their helpful comments. C. Snyder was supported by NSF Grant 0327582, and D. J. Muraki by NSF Grant 0327658 and NSERC Grant RGPIN238928.

APPENDIX A

Numerical Computations

Two kinds of solutions are displayed in the text: the neutral solution with $l = 0$ (Fig. 1), and radiating, unstable modes without restriction on l (starting from Fig. 5). The technical difficulties in the computation of each kind of solution are different and briefly described below.

a. Neutral solution with $l = 0$

As explained in the text from the Frobenius analysis, for neutral solutions (σ real) there is only one solution that remains finite at the IL. As noted, calculating this solution by integrating (7) directly from the IL becomes problematic at the CL because of the degeneracy. The

singular point at the CL however is only apparent (Tokioka 1970) and can be removed by an appropriate change of variables, as was shown for meridionally uniform disturbances by Nakamura (1988). We now show that the same is true in general for $l \neq 0$.

Making changes of variables (16) and (17) in (7) yields the following equation for $Y(\xi)$:

$$\xi(1 - \xi^2)Y'' + 2\left(\frac{il}{k}\xi^2 - 1\right)Y' - \xi\bar{\text{Ri}}Y = 0, \quad (A1)$$

where $\bar{\text{Ri}} = \text{Ri}(1 + l^2/k^2) + (1 + il/k)il/k$. Following analogously the calculation of Nakamura (1988), we introduce a function ψ such that

$$Y = \psi - \xi\psi', \quad (A2)$$

such that Eq. (A1) becomes

$$(\xi\partial_\xi - 1)\left[(1 - \xi^2)\psi'' + \frac{2il}{k}\xi\psi' - \bar{\text{Ri}}\psi\right] = 0. \quad (A3)$$

The second-order equation in square brackets no longer indicates a singular point at the CL.

The solution discussed in section 3 was obtained numerically by solving (A3), with $l = 0$ upward and downward from the IL ($\xi = 1$), using standard ODE solvers from the Matlab software. Initial conditions were $\psi(1) = 0$, and an arbitrary value for $\psi'(1)$ with

$$\psi''(1) = -\frac{\bar{\text{Ri}}}{2}\psi'(1). \quad (A4)$$

For $\xi < 0$, the first root of $W(\xi) = 0$ determines the real eigenvalue σ of the mode (and hence the height, in physical space, of the CL).

b. Radiating modes

The solutions for the unstable modes are obtained directly from Eq. (7), that is, in physical coordinate z . This is an eigenvalue problem that obtains both the vertical structure of the modes and their complex phase speed, σ .

Nakamura (1988) and Yamazaki and Peltier (2001b) have carried out similar investigations but with a rigid lid, whereas we will impose a radiating boundary condition. Nakamura used a shooting method, and Yamazaki and Peltier used sparse matrices. We have used both, but will discuss only the shooting method, as an adaptive ODE solver efficiently provides the higher resolution often required near the IL.

Using the explicit Runge–Kutta (4, 5) solver from Matlab, Eq. (7) is solved in the interval $[0, z_{\text{top}}]$, where

$z_{\text{top}} = 20$, typically with a radiating upper boundary condition derived from (15a)

$$w'(z_{\text{top}})(z_{\text{top}} - \sigma) - Pw(z_{\text{top}}) = 0. \quad (\text{A5})$$

A Newton method (Tokioka 1970) is used to obtain the eigenvalue σ such that the solution meets the lower boundary condition $w(0) = 0$. The starting point for σ is obtained from the phase speed σ_b , expressed in (14) after which continuation is used for varying l . Finally, the solutions are normalized so that $w(z_{\text{CL}}) = 1$.

To assess the validity of the numerically obtained results, it has been checked that results were not sensitive to changes in z_{top} , to the choice and tolerances of the ODE solver, or to the change of (29) to a second-order boundary condition. Results were most sensitive to variations of z_{top} , yet changing z_{top} from 20 to 50 only introduced changes of order 0.001% in σ and 1% in α_u .

The numerical shooting method failed when the imaginary part of σ became too small (of order 10^{-6}) and the sensitivity of the equation to the eigenvalue becomes too large. Hence this method is limited to regions of parameter space for which the growth rates are not too small [$\text{Im}(\sigma) > 10^{-6}$], that is, corresponding to $\mathcal{R} > 0.3$.

APPENDIX B

Analytical Determination of the Amplitude of the Gravity Waves for the Radiating Modes

As explained in section 4, it is possible to transform (7) into the differential equation for the hypergeometric functions. This allowed an exact analytical determination of the amplitude of the gravity wave part of the solutions for neutral solutions with $l = 0$. For the radiating, unstable modes, we proceed in essentially the same way, but the details differ and a slight approximation is involved.

We consider only modes having complex σ . From the expressions of the indicial roots at the singularities of the equation (AS, section 15.5.2) we know that there are in that case two linearly independent solutions that are well behaved at the IL, $\eta_{\text{IL}} = 1$. Expressions for these two solutions in the neighborhood of the IL are (AS, section 15.5.5–6)

$$Y_1(\eta) = F(a, b, a + b + 1 - c, 1 - \eta) \quad (\text{B1a})$$

and

$$Y_2(\eta) = (1 - \eta)^{i\ell k} F(c - b, c - a, c - a - b + 1, 1 - \eta), \quad (\text{B1b})$$

where a , b , and c are defined in (19b).

The transformation Eq. (15.3.8) in AS is then used to express Y_1 and Y_2 in terms of hypergeometrics with argument $1/\eta$. Setting these to 1 provides the asymptotic behavior as $|\eta| \rightarrow \infty$

$$\text{for } |\eta| \rightarrow \infty, \quad Y_1(\eta) \sim A\eta^{-a} + B\eta^{-b} \quad (\text{B2})$$

and

$$Y_2(\eta) \sim C\eta^{-a} + D\eta^{-b}. \quad (\text{B3})$$

The coefficients A , B , C , and D are functions of the parameters (\mathcal{R} , k , l , and $\bar{\Lambda}$).

Working back through changes of variables (16), (17), and (18), we find that the solution having only outgoing waves aloft must have a far-field asymptotic behavior containing only η^{-b} . Hence, solutions of (19) satisfying the outgoing-wave boundary condition are proportional to the combination

$$Y_o(\eta) = CY_1(\eta) - AY_2(\eta). \quad (\text{B4})$$

For $|\eta| \rightarrow \infty$ the asymptotic form of this solution is $Y_o(\eta) \sim \mathcal{A}\eta^{-b}$, where

$$\mathcal{A} = (-1)^{i\ell k} |\Gamma(i\mu)|^2 |\Gamma(1 + a^* - b)|^2 \left(\frac{1}{|\Gamma(a^*)|^2 |\Gamma(1 - a^*)|^2} - \frac{1}{|\Gamma(b)|^2 |\Gamma(1 - b)|^2} \right). \quad (\text{B5})$$

Next we need to normalize the mode so that $Y(\eta_{\text{CL}}) = 1$, with $\eta_{\text{CL}} = (\mathcal{R}\bar{\Lambda}k)^2 (z_{\text{CL}} - \sigma)^2 = -(\mathcal{R}\bar{\Lambda}k)^2 (\text{Im}(\sigma))^2$. Now, as we do not know analytically the value of $\text{Im}(\sigma)$, we will make the following approximation: the mode will be normalized so that $Y(0) = 1$. This is the only approximation we make, and as the growth rates of the modes are small, the analytical estimation of the amplitude of the gravity waves will turn out to be remarkably good.

To obtain the values of $Y_1(0)$ and $Y_2(0)$, we now use the transformation (15.3.6) in AS, which yields

$$Y_o(0) = \frac{|\Gamma(1 + a^* - b)|^2 \Gamma(-i\mu) \Gamma\left(\frac{3}{2}\right)}{\Gamma(1 - a) \Gamma(1 - b^*)} \left(\frac{(-1)^{i\ell k}}{\Gamma(a^*) \Gamma(1 - a^*)} - \frac{1}{\Gamma(b) \Gamma(1 - b)} \right). \quad (\text{B6})$$

Hence, the normalized solution can be expressed in the far field as

$$\text{for } |\eta| \rightarrow \infty, \quad \frac{Y_o(\eta)}{Y_o(0)} \sim \frac{\mathcal{A}}{Y_o(0)} \eta^{-b}. \quad (\text{B7})$$

The last step is to work through the changes of variable (16), (17), and (18) to obtain the corresponding expression for α_u :

$$\alpha_u(\mathcal{R}, k, l, \bar{\Lambda}) = (\mathcal{R}\bar{\Lambda}k)^P e^{-\pi l/k} \frac{\Gamma(i\mu)}{\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)} \Gamma(1-a)\Gamma(1-b^*) \left[\frac{1}{|\Gamma(a^*)|^2 |\Gamma(1-a^*)|^2} - \frac{1}{|\Gamma(b)|^2 |\Gamma(1-b)|^2} \right] \left[\frac{e^{-\pi l/k}}{\Gamma(a^*)\Gamma(1-a^*)} - \frac{1}{\Gamma(b)\Gamma(1-b)} \right]^{-1}. \quad (\text{B8})$$

For small Rossby numbers, P is dominated by the term involving $1/\mathcal{R}$. Using properties and asymptotics of the Gamma function (AS, sections 6.1.23 and 6.1.39) results in the asymptotic expression for small \mathcal{R} (23).

REFERENCES

- Abramowitz, M., and I. Stegun, Ed., 1964: *Handbook of Mathematical Functions*. National Bureau of Standards, Applied Mathematics Series, Vol. 55, U.S. Government Printing Office, 1046 pp.
- Bender, C. M., and S. A. Orszag, 1978: *Advanced Mathematical Methods for Scientists and Engineers*. International Series in Pure and Applied Mathematics, McGraw Hill, 593 pp.
- Blumen, W., 1972: Geostrophic adjustment. *Rev. Geophys. Space Phys.*, **10**, 485–528.
- Booker, J., and F. Bretherton, 1967: The critical layer for internal gravity waves in a shear flow. *J. Fluid Mech.*, **27**, 513–539.
- Braun, M., 1993: *Differential Equations and their Applications*. Springer Verlag, 578 pp.
- Charney, J. G., 1947: The dynamics of long waves in a baroclinic westerly current. *J. Meteor.*, **4**, 135–162.
- Dewar, W., and P. Killworth, 1995: Do fast gravity waves interact with geostrophic motions? *Deep-Sea Res.*, **42**, 1063–1081.
- Eady, E., 1949: Long waves and cyclone waves. *Tellus*, **1**, 33–52.
- Ford, R., 1994a: The response of a rotating ellipse of uniform potential vorticity to gravity wave radiation. *Phys. Fluids*, **6**, 3694–3704.
- , 1994b: The instability of an axisymmetric vortex with monotonic potential vorticity in rotating shallow water. *J. Fluid Mech.*, **280**, 303–334.
- , M. E. McIntyre, and W. A. Norton, 2000: Balance and the slow quasimanifold: Some explicit results. *J. Atmos. Sci.*, **57**, 1236–1254.
- Gill, A. E., 1982: *Atmosphere–Ocean Dynamics*. Academic Press, 662 pp.
- Hoskins, B. J., and F. P. Bretherton, 1972: Atmospheric frontogenesis models: Mathematical formulation and solution. *J. Atmos. Sci.*, **29**, 11–37.
- , M. McIntyre, and A. Robertson, 1985: On the use and significance of isentropic potential vorticity maps. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **111**, 877–946.
- Iga, K., 1993: Reconsideration of Orlanski’s instability theory of frontal waves. *J. Fluid Mech.*, **255**, 213–236.
- Inverarity, G., and G. Shutts, 2000: A general, linearized vertical structure equation for the vertical velocity: Properties, scalings and special cases. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **126**, 2709–2724.
- Jones, W., 1967: Propagation of internal gravity waves in fluids with shear flow and rotation. *J. Fluid Mech.*, **30**, 439–448.
- Leith, C., 1980: Nonlinear normal mode initialization and quasi-geostrophic theory. *J. Atmos. Sci.*, **37**, 958–968.
- Lorenz, E., 1980: Attractor sets and quasigeostrophic equilibrium. *J. Atmos. Sci.*, **37**, 1685–1699.
- , and V. Krishnamurty, 1987: On the nonexistence of a slow manifold. *J. Atmos. Sci.*, **44**, 2940–2950.
- McIntyre, M., 1965: A separable nongeostrophic baroclinic stability problem. *J. Atmos. Sci.*, **22**, 730–731.
- McWilliams, J. C., and P. R. Gent, 1980: Intermediate models of planetary circulations in the atmosphere and ocean. *J. Atmos. Sci.*, **37**, 1657–1678.
- Molemaker, M. J., J. C. McWilliams, and P. R. Gent, 2005: Baroclinic instability and loss of balance. *J. Phys. Oceanogr.*, in press.
- Nakamura, N., 1988: Scale selection of baroclinic instability—Effects of stratification and nongeostrophy. *J. Atmos. Sci.*, **45**, 3253–3267.
- O’Sullivan, D., and T. Dunkerton, 1995: Generation of inertia-gravity waves in a simulated life cycle of baroclinic instability. *J. Atmos. Sci.*, **52**, 3695–3716.
- Plougonven, R., and V. Zeitlin, 2002: Internal gravity wave emission from a pancake vortex: An example of wave–vortex interaction in strongly stratified flows. *Phys. Fluids*, **14**, 1259–1268.
- Reeder, M. J., and M. Griffiths, 1996: Stratospheric inertia-gravity waves generated in a numerical model of frontogenesis. Part II: Wave sources, generation mechanisms and momentum fluxes. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **122**, 1175–1195.
- Sakai, S., 1989: Rossby–Kelvin instability: A new type of ageostrophic instability caused by a resonance between Rossby waves and gravity waves. *J. Fluid Mech.*, **202**, 149–176.
- Saujani, S., and T. Shepherd, 2002: Comments on “Balance and the slow manifold: Some explicit results.” *J. Atmos. Sci.*, **59**, 2874–2877.
- Shen, B.-W., and Y.-L. Lin, 1999: Effects of critical levels on two-dimensional back-sheared flow over an isolated mountain ridge on an f plane. *J. Atmos. Sci.*, **56**, 3286–3302.
- Shutts, G., 2001: A linear model of back-sheared flow over an isolated hill in the presence of rotation. *J. Atmos. Sci.*, **58**, 3293–3311.
- , 2003: Inertia–gravity wave and neutral Eady wave trains forced by directionally sheared flow over isolated hills. *J. Atmos. Sci.*, **60**, 593–606.
- Snyder, C., 1995: Stability of steady fronts with uniform potential vorticity. *J. Atmos. Sci.*, **52**, 724–736.
- , W. Skamarock, and R. Rotunno, 1993: Frontal dynamics near and following frontal collapse. *J. Atmos. Sci.*, **50**, 3194–3211.
- Stone, P., 1966: On non-geostrophic baroclinic instability. *J. Atmos. Sci.*, **23**, 390–400.
- , 1970: On non-geostrophic baroclinic instability. Part II. *J. Atmos. Sci.*, **27**, 721–726.
- Tokioka, T., 1970: Non-geostrophic and non-hydrostatic stability of a baroclinic fluid. *J. Meteor. Soc. Japan*, **48**, 503–520.
- Vanneste, J., and I. Yavneh, 2004: Exponentially small inertia-gravity waves and the breakdown of quasigeostrophic balance. *J. Atmos. Sci.*, **61**, 211–223.
- Vautard, R., and B. Legras, 1986: Invariant manifolds, quasigeostrophy, and initialization. *J. Atmos. Sci.*, **43**, 565–584.

- Wurtele, M., A. Datta, and R. Sharman, 2000: The propagation of a gravity–inertia wave in a positively sheared flow. *J. Atmos. Sci.*, **57**, 3703–3715.
- Yamanaka, M., and H. Tanaka, 1984: Propagation and breakdown of internal inertia–gravity waves near critical levels in the middle atmosphere. *J. Meteor. Soc. Japan*, **62**, 1–17.
- Yamazaki, Y. H., and W. R. Peltier, 2001a: The existence of subsynoptic-scale baroclinic instability and the nonlinear evolution of shallow disturbances. *J. Atmos. Sci.*, **58**, 657–683.
- , and —, 2001b: Baroclinic instability in an Euler equations-based column model: The coexistence of a deep synoptic-scale mode and shallow subsynoptic-scale modes. *J. Atmos. Sci.*, **58**, 780–792.
- Zeitlin, V., 1991: On the backreaction of acoustic radiation for distributed two-dimensional vortex structures. *Phys. Fluids*, **A3**, 1677–1680.
- Zhang, F., 2004: Generation of mesoscale gravity waves in upper-tropospheric jet-front systems. *J. Atmos. Sci.*, **61**, 440–457.

Comments on “Application of the Lighthill–Ford Theory of Spontaneous Imbalance to Clear-Air Turbulence Forecasting”

RIWAL PLOUGONVEN

Laboratoire de Météorologie Dynamique, Ecole Normale Supérieure, IPSL, Paris, France

CHRIS SNYDER

National Center for Atmospheric Research, Boulder, Colorado*

FUQING ZHANG

Department of Meteorology, The Pennsylvania State University, University Park, Pennsylvania

(Manuscript received 5 December 2008, in final form 15 February 2009)

1. Introduction

Knox et al. (2008, hereafter KMW) document an empirical relation between a diagnostic quantity and clear-air turbulence (CAT) and argue for a theoretical basis involving gravity waves to support this result. While we do not question the empirical evidence for the effectiveness of this diagnostic, KMW justify its success based on the work of Ford (1994a), who described the emission of gravity waves by balanced vortex motions in rotating shallow water. Ford’s work itself was based on the ideas of Lighthill (1952), describing the emission of acoustic waves by small-scale turbulent motions. In fact, that theory is not applicable to the flows and conditions that KMW consider.

2. Diagnosing spontaneous generation of gravity waves in shallow water

KMW argue that “a significant limitation for the forecasting of all types of turbulence is identifying the source of gravity waves” and hence base their approach of CAT forecasting on studies of spontaneous gravity wave generation. Their new indicator finds its origin in a

rearrangement of the equations of motion used by Ford (1994a) to predict the emission of gravity waves by balanced vortex motions, and hence KMW interpret these forcing terms as indicative of generation of gravity waves. They further assume that gravity waves play a role in triggering CAT and hence use their “Lighthill–Ford source term” as an indicator for turbulence.

In this reasoning, KMW overlook two important aspects of the shallow water problem analyzed by Ford (1994a): first, there is a spatial scale separation between the large-scale gravity waves in the far field and the small-scale balanced motions generating the waves (section 2a). Second, the forcing terms obtained on the rhs contribute not only to the generation of gravity waves, but also and predominantly to the balanced dynamics (section 2b).

a. Regarding spatial scales

By rearranging the equations of motion so as to make a linear wave operator appear on the lhs, Ford (1994a) obtained an equation of the general form

$$\mathcal{L}(\partial_t h) = \mathcal{N}(u, v, h), \quad (1)$$

where \mathcal{L} is the linear gravity wave operator and \mathcal{N} is a forcing coming from the nonlinear advection terms and their derivatives. In the case of the rotating shallow water model investigated by Ford (1994a), this equation can be written

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2 - g h_0 \nabla^2 \right) \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} T_{ij}, \quad (2)$$

* The National Center for Atmospheric Research is sponsored by the National Science Foundation.

Corresponding author address: Riwal Plougonven, Laboratoire de Météorologie Dynamique, Ecole Normale Supérieure, 24 rue Lhomond, 75005 Paris, France.
E-mail: riwal.plougonven@polytechnique.org

where g is gravity, h is the height of the free surface, h_0 is the height for the fluid at rest, and f is the Coriolis parameter. The compact form of the nonlinear forcing terms on the rhs, $\partial_{x_i x_j} T_{ij}$, is obtained when the equations for momentum and mass conservation are written in flux form.

To predict the emission of gravity waves, “the key point in Lighthill’s theory is now to assume that the source term T_{ij} is only nonzero over a small enough region that the right-hand side of (2) may be approximated by a quadrupole point source” (Ford 1994a). In other words, it is crucial that there is a separation between the spatial scales of the two types of motions. This scale separation is tied to the smallness of the Froude number $F = U/(gh_0)^{1/2} \ll 1$ and the common height scale [see Plougonven and Zeitlin (2002) or Schecter and Montgomery (2006) for an application to the baroclinic case]. In practice, this scale separation allowed Ford to use either a Green’s function (Ford 1994a) or matched asymptotics (Ford 1994b) to obtain the gravity waves in the far field (i.e., in a different region of space than the balanced vortex motions).

Hence, in configurations such as those described by Ford et al. (2000) (rotating shallow water, small Froude number, Rossby number larger than unity), using large values of the rhs forcing term \mathcal{N} as a local indicator of spontaneously generated gravity waves is at the very least misleading: the waves are present in the far field, where \mathcal{N} is zero, and their spatial scales are much larger.

An additional remark can be made regarding this separation of scales, as this is one of the unresolved issues regarding the laboratory experiments of Williams et al. (2005), to which KMW refer as support for their approach. Williams et al. (2005) describe two-layer flows in a rotating annulus, for which short-scale features, interpreted as inertia–gravity waves, appear within certain regions of a baroclinic wave undergoing vacillation. This region coincides with the large-scale maximum of the Lighthill–Ford forcing term. There are at least two crucial unresolved issues: 1) How does this large-scale forcing generate small-scale waves? 2) Why does a quadratic forcing produce waves with amplitude linear in Rossby number? A spatial coincidence between well-identified inertia–gravity waves and a diagnostic of imbalance—for example, the Lagrangian Rossby number (O’Sullivan and Dunkerton 1995; Plougonven et al. 2003) or the residual of the nonlinear balance equation (Zhang 2004)—is of interest, but without a more systematic investigation of the variations of the excited waves relative to the forcing, it only provides an indication, not compelling evidence for a generation mechanism.

b. Regarding time scales

Regardless of the separation of spatial scales, it is of course always possible to rearrange the equations in such a way that one obtains a linear wave operator on the lhs and forcing terms on the rhs as in Eq. (1). Once the equations have been rearranged, “no profound progress has been made” (Snyder et al. 1993): the forcing terms will force both balanced and gravity wave responses. If one’s purpose is to quantify spontaneous emission, the difficult task is then to determine which part of \mathcal{N} produces gravity waves. In other words, there is no direct relationship between large instantaneous values of \mathcal{N} and strong gravity wave generation. To illustrate this, we obtain below a wave equation forced by nonlinear terms in the case of a continuously stratified fluid and show that the well-known omega equation (e.g., Holton 1992) is embedded in it.

We start from the primitive equations for a hydrostatic fluid in the Boussinesq approximation and on the f plane (McWilliams and Gent 1980):

$$D_t \mathbf{u}_H + f \mathbf{k} \times \mathbf{u}_H + \nabla \phi = 0, \quad (3a)$$

$$\phi_z = \chi, \quad (3b)$$

$$D_t \chi + N^2 w = 0, \quad \text{and} \quad (3c)$$

$$u_x + v_y + w_z = 0, \quad (3d)$$

where ϕ is geopotential; z is a pseudoheight (Hoskins and Bretherton 1972); $\chi = g/\theta_0 \theta$, with θ being the potential temperature; and N^2 is the square of the Brunt–Väisälä frequency, assumed to be uniform; $D_t = \partial_t + \mathbf{u} \cdot \nabla$ is the full Lagrangian derivative.

We rewrite the equations for horizontal momentum [Eq. (3a)] and for the potential temperature [Eq. (3c)] in a way that isolates quasigeostrophic dynamics (Holton 1992):

$$\mu \partial_t \mathbf{u}_a + D_g \mathbf{u}_g + f \mathbf{k} \times \mathbf{u}_a = -\mu \mathcal{M}_{\mathbf{u}} \quad \text{and} \quad (4a)$$

$$D_g \chi + N^2 w = -\mu \mathcal{M}_{\chi}, \quad (4b)$$

where $\mathbf{u}_g = f^{-1} \mathbf{k} \times \nabla \phi$ is the geostrophic wind, $\mathbf{u}_a = \mathbf{u} - \mathbf{u}_g$ is the ageostrophic residual, and $D_g = \partial_t + \mathbf{u}_g \cdot \nabla$ includes only the advection by the geostrophic wind. Setting $\mu = 1$ yields the full primitive equations [Eqs. (3)], whereas $\mu = 0$ leads to the quasigeostrophic approximation. The nonlinear terms on the rhs are the advection terms involving \mathbf{u}_a :

$$\mathcal{M}_{\mathbf{u}} = \mathbf{u}_a \cdot \nabla \mathbf{u}_g + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}_a \quad \text{and} \quad (5a)$$

$$\mathcal{M}_{\chi} = \mathbf{u}_a \cdot \nabla \chi. \quad (5b)$$

Standard manipulations of these lead to

$$\begin{aligned} \mu \partial_{tt} \partial_{zz} w + f^2 \partial_{zz} w + N^2 \Delta_H w = -2 \nabla \cdot \mathbf{Q} \\ + \mu [f \mathbf{k} \cdot \partial_z (\nabla \times \mathcal{M}_{\mathbf{u}}) - \Delta_H \mathcal{M}_\chi + \partial_{tz} \nabla \cdot \mathcal{M}_{\mathbf{u}}], \end{aligned} \quad (6)$$

where $\mathbf{Q} = (\partial_x \mathbf{u}_g \cdot \nabla \chi) \mathbf{i} + (\partial_y \mathbf{u}_g \cdot \nabla \chi) \mathbf{j}$ is the \mathbf{Q} vector (Holton 1992).

Equation (6) is of the same form as Eq. (1). On the lhs, we recognize (for $\mu = 1$) the wave operator for inertia-gravity waves in a fluid at rest (e.g., Holton 1992, chapter 7). On the rhs, one has (for $\mu = 1$) the “forcing” \mathcal{N} .

Now, embedded in Eq. (6), one clearly recognizes (for $\mu = 0$) the \mathbf{Q} -vector form of the omega equation. This provides, within quasigeostrophic theory, a diagnostic of the vertical motion w . Therefore, solutions to Eq. (6) are not only gravity waves, but also include slow, balanced motions. In fact, for midlatitude flows the balanced part of the vertical motion will generally dominate (e.g., Viúdez and Dritschel 2006). Nonzero values of the forcing terms \mathcal{N} do not systematically indicate gravity wave generation, and it is therefore wrong to interpret these simply as a “source of gravity waves.”

Although KMW do not discuss it, this is the essential difficulty of the problem of spontaneous generation: identifying the small fraction of \mathcal{N} that *does* project onto gravity waves rather than slow motions. In support for their approach, KMW refer to Medvedev and Gavrilov (1995), who seek to diagnose gravity wave sources using asymptotic, multi-time-scale expansions. But these authors also evade this difficulty as they relax their multi-time-scale assumption so as to obtain a tentative “gravity wave source.” Without relaxing this assumption, their approach would on the contrary lead to the conclusion that no spontaneous generation occurs (Reznik et al. 2001; Zeitlin et al. 2003) for the flows described (small Rossby number; one unique length scale). Because Medvedev and Gavrilov (1995) do not provide any evidence for the relevance of their gravity wave source—for example, in the form of full primitive equation simulations of synoptic flows exhibiting spontaneous generation (O’Sullivan and Dunkerton 1995; Zhang 2004; Plougonven and Snyder 2007)—their work cannot be considered as support for KMW.

3. Discussion

The previous section shows that the “Lighthill–Ford source term” cannot be used as a local indicator of spontaneously generated gravity waves even in rotating shallow water where the Lighthill–Ford theory is valid. Now, as they acknowledge, KMW are interested in continuously stratified applications, where Lighthill–

Ford theory need not apply. Indeed, the phenomenology of gravity waves spontaneously generated by jets and fronts in both observations (e.g., Thomas et al. 1999; Pavelin et al. 2001; Zülicke and Peters 2006) and simulations (e.g., O’Sullivan and Dunkerton 1995; Zhang 2004; Plougonven and Snyder 2007) is distinctly different than predicted by that theory because the waves are small scale relative to the flow generating them, not large scale.

This fact has important implications for understanding the generation of the waves. For waves that are small scale relative to a nonzero background flow, the advection by this flow becomes essential for determining the characteristics of the waves. The relevant lhs operator in Eq. (1) no longer is the operator for waves in a fluid at rest but should have varying coefficients (Plougonven and Zhang 2007). In general, the properties of a linear wave operator on the background of a complex, three-dimensional, time-dependent flow will not be easily known. Moreover, even for simple flows the large-scale flow relative to the forcing will be crucial to determine the response (as for mountain waves). This makes it very difficult to interpret the forcing term on its own in contrast to the configuration of Ford’s problem, where a temporal Fourier transform of \mathcal{N} was sufficient to isolate the part of \mathcal{N} that contributes to the generation of gravity waves [e.g., Eqs. (9) and (13) in Ford (1994a)].

Last, we can note that continuously stratified flows allow propagation effects such as *wave capture* (Badulin and Shrira 1993; Bühler and McIntyre 2005) that are excluded in shallow water. This mechanism was shown to be relevant for waves generated by a jet in baroclinic life cycle experiments (Plougonven and Snyder 2005) and in dipoles (Snyder et al. 2007; Viúdez 2007; Wang et al. 2009). The opposite separation of scales (small-scale waves in a large-scale flow, not the reverse) and the possibility of wave capture make the problem of spontaneously generated waves by jets and fronts (e.g., O’Sullivan and Dunkerton 1995) fall outside the scope of Lighthill–Ford theory, as clearly explained by McIntyre (2009).

4. Conclusions

In conclusion, it is worth recalling that 1) the new turbulence indicator introduced by KMW may well be very efficient and relevant for CAT and 2) the above arguments do not exclude the possibility that gravity waves can play a role in triggering CAT. Case studies have shown it is possible (e.g., Lane et al. 2004; Koch et al. 2005).

However, we take issue with KMW’s implicit claim to have applied Lighthill–Ford theory (Lighthill 1952; Ford

et al. 2000) to predict the location and intensity of spontaneous gravity wave generation in midlatitude flow. The Lighthill–Ford theory is valid in different regimes than those considered by KMW and even when valid does not provide a spatially local predictor for spontaneously emitted waves. Moreover, it makes predictions that are qualitatively at odds with observations and simulations of inertia–gravity waves generated by midlatitude jets and fronts. Hence, we argue that KMW’s interpretation of their CAT indicator \mathcal{N} as involving gravity waves is not founded and that their study does not bring any element to the debates on the generation of gravity waves or on their role in producing CAT. Only a fraction of \mathcal{N} will contribute to the generation of gravity waves, and KMW evade this difficulty. On the other hand, \mathcal{N} is certainly relevant as an indicator of strong forcing of (mostly balanced) vertical motions and of significant nonlinearity in the flow, as shown by Eq. (6). Balanced motions include frontogenesis, which leads to regions of very strong shears where small-scale shear instabilities likely become important (e.g., Snyder 1995). Hence, it is not necessary to invoke gravity waves to see how \mathcal{N} could be correlated to regions of CAT. In addition, as discussed by KMW, \mathcal{N} is related to several established indicators for CAT, providing further reason to expect that \mathcal{N} should be correlated with CAT regardless of its dynamical underpinnings.

Thus, the effectiveness of \mathcal{N} as a CAT indicator is likely due to reasons other than those put forward in KMW. A more rigorous interpretation will be needed “to place the subject of CAT forecasting on a firmer theoretical footing” (KMW).

Acknowledgments. Author RP is supported by ANR project “FLOWING” (BLAN06-3 137005); FZ is supported by NSF Grant ATM-0618662.

REFERENCES

- Badulin, S., and V. Shrira, 1993: On the irreversibility of internal wave dynamics due to wave trapping by mean flow inhomogeneities. Part 1: Local analysis. *J. Fluid Mech.*, **251**, 21–53.
- Bühler, O., and M. McIntyre, 2005: Wave capture and wave–vortex duality. *J. Fluid Mech.*, **534**, 67–95.
- Ford, R., 1994a: Gravity wave radiation from vortex trains in rotating shallow water. *J. Fluid Mech.*, **281**, 81–118.
- , 1994b: The instability of an axisymmetric vortex with monotonic potential vorticity in rotating shallow water. *J. Fluid Mech.*, **280**, 303–334.
- , M. E. McIntyre, and W. A. Norton, 2000: Balance and the slow quasimanifold: Some explicit results. *J. Atmos. Sci.*, **57**, 1236–1254.
- Holton, J. R., 1992: *An Introduction to Dynamic Meteorology*. 3rd ed., Academic Press, 511 pp.
- Hoskins, B. J., and F. P. Bretherton, 1972: Atmospheric frontogenesis models: Mathematical formulation and solution. *J. Atmos. Sci.*, **29**, 11–37.
- Knox, J., D. McCann, and P. Williams, 2008: Application of the Lighthill–Ford theory of spontaneous imbalance to clear-air turbulence forecasting. *J. Atmos. Sci.*, **65**, 3292–3304.
- Koch, S., and Coauthors, 2005: Turbulence and gravity waves within an upper-level front. *J. Atmos. Sci.*, **62**, 3885–3908.
- Lane, T., J. Doyle, R. Plougonven, M. Shapiro, and R. Sharman, 2004: Observations and numerical simulations of inertia–gravity waves and shearing instabilities in the vicinity of a jet stream. *J. Atmos. Sci.*, **61**, 2692–2706.
- Lighthill, J. M., 1952: On sound generated aerodynamically. I. General theory. *Proc. Roy. Soc. London*, **211A**, 564–587.
- McIntyre, M., 2009: Spontaneous imbalance and hybrid vortex–gravity wave structures. *J. Atmos. Sci.*, **66**, 1315–1326.
- McWilliams, J. C., and P. R. Gent, 1980: Intermediate models of planetary circulations in the atmosphere and ocean. *J. Atmos. Sci.*, **37**, 1657–1678.
- Medvedev, A., and N. Gavrilov, 1995: The nonlinear mechanism of gravity wave generation by meteorological motions in the atmosphere. *J. Atmos. Terr. Phys.*, **57**, 1221–1231.
- O’Sullivan, D., and T. Dunkerton, 1995: Generation of inertia–gravity waves in a simulated life cycle of baroclinic instability. *J. Atmos. Sci.*, **52**, 3695–3716.
- Pavelin, E., J. Whiteway, and G. Vaughan, 2001: Observation of gravity wave generation and breaking in the lowermost stratosphere. *J. Geophys. Res.*, **106**, 5173–5179.
- Plougonven, R., and V. Zeitlin, 2002: Internal gravity wave emission from a pancake vortex: An example of wave–vortex interaction in strongly stratified flows. *Phys. Fluids*, **14**, 1259–1268.
- , and C. Snyder, 2005: Gravity waves excited by jets: Propagation versus generation. *Geophys. Res. Lett.*, **32**, L18802, doi:10.1029/2005GL023730.
- , and —, 2007: Inertia–gravity waves spontaneously generated by jets and fronts. Part I: Different baroclinic life cycles. *J. Atmos. Sci.*, **64**, 2502–2520.
- , and F. Zhang, 2007: On the forcing of inertia–gravity waves by synoptic-scale flows. *J. Atmos. Sci.*, **64**, 1737–1742.
- , H. Teitelbaum, and V. Zeitlin, 2003: Inertia gravity wave generation by the tropospheric midlatitude jet as given by the Fronts and Atlantic Storm-Track Experiment radio soundings. *J. Geophys. Res.*, **108**, 4686, doi:10.1029/2003JD003535.
- Reznik, G., V. Zeitlin, and M. B. Jelloul, 2001: Nonlinear theory of geostrophic adjustment. Part 1. Rotating shallow-water model. *J. Fluid Mech.*, **445**, 93–120.
- Schechter, D., and M. Montgomery, 2006: Conditions that inhibit the spontaneous radiation of spiral inertia–gravity waves from an intense mesoscale cyclone. *J. Atmos. Sci.*, **63**, 435–456.
- Snyder, C., 1995: Stability of steady fronts with uniform potential vorticity. *J. Atmos. Sci.*, **52**, 724–736.
- , W. Skamarock, and R. Rotunno, 1993: Frontal dynamics near and following frontal collapse. *J. Atmos. Sci.*, **50**, 3194–3211.
- , D. Muraki, R. Plougonven, and F. Zhang, 2007: Inertia–gravity waves generated within a dipole vortex. *J. Atmos. Sci.*, **64**, 4417–4431.
- Thomas, L., R. Worthington, and A. McDonald, 1999: Inertia–gravity waves in the troposphere and lower stratosphere associated with a jet stream exit region. *Ann. Geophys.*, **17**, 115–121.
- Viúdez, A., 2007: The origin of the stationary frontal wave packet spontaneously generated in rotating stratified vortex dipoles. *J. Fluid Mech.*, **593**, 359–383.
- , and D. Dritschel, 2006: Spontaneous generation of inertia–gravity wave packets by geophysical balanced flows. *J. Fluid Mech.*, **553**, 107–117.

- Wang, S., F. Zhang, and C. Snyder, 2009: Generation and propagation of inertia–gravity waves from vortex dipoles and jets. *J. Atmos. Sci.*, **66**, 1294–1314.
- Williams, P., T. Haine, and P. Read, 2005: On the generation mechanisms of short-scale unbalanced modes in rotating two-layer flows with vertical shear. *J. Fluid Mech.*, **528**, 1–22.
- Zeitlin, V., G. Reznik, and M. B. Jelloul, 2003: Nonlinear theory of geostrophic adjustment. Part 2: Two-layer and continuously stratified primitive equations. *J. Fluid Mech.*, **491**, 207–228, doi:10.1017/S0022112003005457.
- Zhang, F., 2004: Generation of mesoscale gravity waves in upper-tropospheric jet–front systems. *J. Atmos. Sci.*, **61**, 440–457.
- Zülicke, C., and D. Peters, 2006: Simulation of inertia–gravity waves in a poleward-breaking Rossby wave. *J. Atmos. Sci.*, **63**, 3253–3276.

Chapitre 3

Simulations idéalisées

'Elle apprit au contraire du mécanicien que rien n'était plus facile que d'aller à Saint-Jean-de-la-Haise où il serait en vingt minutes, et que nous y pourrions rester, si nous le voulions, plusieurs heures, ou pousser beaucoup plus loin, car de Quetteholme à la Raspelière il ne mettrait pas plus de trente-cinq minutes. Nous le comprîmes dès que la voiture, s'élançant, franchit d'un seul bond vingt pas d'un excellent cheval. Les distances ne sont que le rapport de l'espace au temps et varient avec lui.'

Marcel Proust [Pro21]

Les mécanismes d'émission spontanée décrits dans le chapitre précédent avaient en commun de décrire des ondes de gravité d'échelle supérieure ou égale à celle des mouvements équilibrés qui les génèrent. Or, dans les observations il est au contraire commun que les ondes soient de petite échelle. Au contraire des approches analytiques, restreintes à des écoulements très simples, les simulations idéalisées décriront des écoulements plus complexes, permettant d'identifier les mécanismes responsables d'ondes émises plus réalistes. En effet, les simulations idéalisées permettent d'explorer des écoulements d'une complexité intermédiaire entre les écoulement simplifiés examinés analytiquement (chapitre 2) et des écoulements réels (chapitre 4) : l'écoulement peut avoir une dynamique complexe, tri-dimensionnelle et dépendant du temps, mais omettre des sources additionnelles d'ondes de gravité (convection, interactions avec la surface et la couche-limite, turbulence et instabilités de petite échelle, ondes provenant d'autres régions de l'écoulement ou de la condition initiale...).

Deux types de simulations idéalisées ont joué un rôle important dans la compréhension de l'émission spontanée au voisinage des jets et des fronts : les simulations de frontogénèse bi-dimensionnelle d'une part, et les simulations tri-dimensionnelles de cycles de vie d'instabilité barocline d'autre part. Les résultats obtenus par ces études antérieures sont rappelés en section 3.1.

Mon apport a consisté à montrer, dans des simulations d'instabilité barocline décrites en section 3.2, que des ondes étaient générées par les jets et par les fronts, et que leur importance relative dépendait du développement nonlinéaire de l'instabilité (section 3.2 et [PS07]). Ces simulations tri-dimensionnelles font ainsi le pont entre les études 2D et 3D antérieures. Ces simulations ont par ailleurs démontré que le mécanisme de '*capture d'ondes*' [BM05] déterminait certaines caractéristiques des paquets d'ondes dans les régions de sortie de jet, où le champ de déformation est fort et la vorticité faible (section 3.2.2 et [PS05]).

Afin de comprendre et quantifier le mécanisme d'émission, il est apparu que des simulations idéalisées d'un écoulement plus simple étaient d'une grande utilité : il s'agit de simulations

d'un dipôle en translation presque constante. Cet écoulement est plus simple car il est, dans le référentiel du dipôle, quasi-stationnaire, mais il est néanmoins assez semblable aux régions de sortie de jets troposphériques pour que l'émission spontanée y soit due au même mécanisme. Ces simulations et leur analyse sont décrites en section 3.3.

Les perspectives, portant notamment sur les questions ouvertes dans le cas du dipole, et sur l'application, dans les cycles de vie d'instabilité barocline, de la compréhension acquise par l'étude des simulations de dipôles, sont présentées en section 3.4.

3.1 Etudes antérieures

Pour bien cerner certaines des questions auxquelles mes travaux apportent des réponses, il importe de décrire les études antérieures qui en constituent le contexte. Mes travaux permettent la jonction entre deux lignées de travaux abordant des thèmes proches mais distincts.

3.1.1 Frontogénèse bidimensionnelle

L'étude semi-géostrophique de frontogénèse bi-dimensionnelle de [HB72] est devenue une référence incontournable, et un point de départ pour les études s'intéressant aux ondes émises dans la frontogénèse bidimensionnelle. Une des premières [LP78] utilise explicitement les solutions analytiques de [HB72] pour estimer l'évolution temporelle de la circulation transverse normale aux fronts et l'utiliser ensuite pour forcer une équation d'ondes sur fond de fluide au repos. Dans la suite, la plupart des études sur ce thème ont eu recours à des simulations numériques [GWC88, Gar89a].

Snyder et al [SSR93] revisitent le problème dans une étude approfondie abordant notamment en détail la question de la sensibilité aux effets numériques (conditions initiales et résolution). Ils montrent que certains des phénomènes mis en évidence dans les études précédentes n'étaient que des artifices numériques liés à l'ajustement de conditions initiales mal équilibrées et à un rapport d'aspect inadapté pour la résolution (il faut que le rapport d'échelle dx/dz soit proportionnel à N/f , où N est la fréquence de Brunt-Väisälä et f le paramètre de Coriolis [LFR89]).

Les simulations de [SSR93] montrent également que la frontogénèse est bien décrite par l'approximation semi-géostrophique. Il est possible de développer asymptotiquement les équations en nombre de Rossby, mais en gardant toutes les dérivées temporelles et donc la possibilité d'ondes de gravité. C'est un simple réarrangement des équations : '*No profound progress has been made*' [SSR93]. La difficulté est toujours d'identifier la fraction du forçage à droite qui peut produire des ondes de gravité.

Les simulations de Griffiths et Reeder [GR96] font un pas significatif vers plus de réalisme en décrivant la frontogénèse bidimensionnelle d'un écoulement comprenant une stratosphère. Il est alors possible véritablement de décrire une frontogénèse de haute troposphère et de discuter de la propagation dans la stratosphère des ondes produites.

Dans le but d'identifier quels facteurs favorisent l'émission spontanée d'ondes de gravité, Griffiths et Reeder [GR96] mènent trois simulations différentes : les trois comportent un champ de déformation de grande échelle. Deux simulations comportent, en plus, un vent transverse cisailé, avec un cisaillement positif pour l'une, négatif pour l'autre. Il apparaît que l'émission d'ondes est beaucoup plus forte dans la simulation qui n'est pas celle comportant la frontogénèse la plus *intense*, mais où la frontogénèse est la plus *rapide*. Ces résultats mettent en évidence l'importance de l'échelle de temps des variations de l'écoulement équilibré. Un diagnostic pour l'émission d'ondes

basé uniquement sur l'intensité de la frontogénèse¹⁵ donnerait donc une indication erronée.

Dans le second volet de leur étude, Reeder & Griffiths [RG96] décrivent le mécanisme d'émission en s'inspirant des travaux de Lighthill [Lig52] et Ford [For94a]. Les termes non linéaires des équations sont envoyés à droite pour constituer un forçage ; à gauche, il reste un opérateur linéaire avec des coefficients variables qui décrivent des perturbations dans un environnement comportant déformation et cisaillement vertical.

En calculant numériquement la réponse linéaire au forçage provenant de la frontogénèse, Reeder & Griffiths reproduisent assez bien la structure des ondes émises dans la stratosphère. Ils obtiennent un résultat semblable en utilisant une approximation semi-géostrophique de la frontogénèse pour les termes de forçage, au lieu de la solution complète (équations primitives). Cela indique que la rétroaction des ondes sur l'écoulement qui les génère (la frontogénèse) est négligeable.

Ces simulations montrent qu'il est possible de prédire les ondes émises avec une connaissance de l'écoulement équilibré, et avec un modèle linéarisé *autour d'un écoulement de référence approprié* (ici la superposition d'un champ de déformation de grande échelle et d'un cisaillement vertical). La propagation des ondes dans cet écoulement de référence particulier contraint déjà une part importante de leurs caractéristiques.

3.1.2 Instabilité barocline

Avant de décrire les simulations d'instabilité, il faut mentionner une première étude sur les ondes de gravité au voisinage des jets, celle de Van Tuyl & Young [TY82], bien qu'il ne s'agisse pas d'instabilité barocline. Ils ont étudié l'ajustement non linéaire d'un courant-jet intense à l'aide de simulations d'un modèle à deux couches. Une de leurs motivations provenait de l'assimilation de données. Des méthodes sophistiquées ont été développées pour cela [BT77] menant notamment à la notion de variété lente ([Lei80], voir discussion dans le chapitre 2). Van Tuyl & Young [TY82] mettent en avant que ces méthodes auront des limitations sérieuses au voisinage des jets pour trois raisons ([TY82], p2039) :

1. les ondes d'inertie-gravité sont identifiées par des solutions sur fond d'un fluide au repos, non sur le fond d'un jet cisailé ;
2. les nombres de Rossby dans ces régions sont proches de 1 ;
3. la séparation des fréquences, dans ces méthodes, est basée sur les fréquences eulériennes, non sur les fréquences lagrangiennes.

Nous verrons dans la suite la pertinence (et la redondance) de ces trois remarques. Entre autres, les auteurs insistent sur la possibilité de signaux d'ondes de gravité de basse fréquence qui persistent dans la région de sortie du courant-jet, avec des vitesses verticales d'amplitudes suffisamment élevées pour modifier significativement le motif quadrupolaire attendu d'après l'approximation quasi-géostrophique. Van Tuyl & Young [TY82] se concentrent cependant sur des expériences d'ajustement géostrophique : un courant-jet intense et équilibré est pris comme condition initiale, auquel des anomalies (divergentes ou non) sont ajoutées. Par conséquent, ils n'abordent pas la question de ce qui produit cet écart à l'équilibre, mais imposent cet écart de manière arbitraire.

Dans les simulations de cycle de vie d'instabilité barocline d'O'Sullivan & Dunkerton [OD95], l'apparition de région hors-équilibre est simulée, et non plus imposée. Leurs simulations s'inspirent des simulations classiques de Simmons & Hoskins [SH78, SH80] (perturbation de nombre

¹⁵Comme c'est le cas dans les premières tentatives de paramétrisations de ces sources [CM02].

d'onde 6 sur la sphère), mais leur domaine inclut une stratosphère plus étendue, et la résolution est évidemment plus grande (jusqu'à T156 pour la résolution horizontale et un niveau tous les 350 m pour la résolution verticale). Ainsi, les ondes émises sont dues à la 'génération spontanée', non aux conditions initiales. Ces ondes sont de basse fréquence ($\omega \sim 1.5 f$), de relativement grande échelle ($\lambda_H \sim 600$ km), et apparaissent en région de sortie de jet. Les ondes sont par la suite étirées et cisailées par le jet, jusqu'à atteindre la limite de la résolution du modèle. Par conséquent seule la phase initiale d'excitation des ondes est analysée en détail. Les auteurs interprètent cette émission comme due à de l'ajustement géostrophique. Les régions hors-équilibre sont diagnostiquées à l'aide du nombre de Rossby Lagrangien ($Ro_L = |d\mathbf{u}/dt|/|\mathbf{u}|$). Dans la haute troposphère, les maxima de Ro_L coïncident dans l'ensemble avec les régions où les ondes semblent apparaître. Toutefois, cette explication n'est pas satisfaisante pour plusieurs raisons (voir aussi section 1.3.2) :

1. il n'y a pas de pouvoir prédictif dans cette interprétation de l'émission. En effet, on peut s'attendre à trouver des ondes plus importantes au voisinage des maxima de Ro_L , mais sans en connaître l'orientation ni l'amplitude ou la fréquence.
2. On ne peut s'appuyer sur les études classiques d'ajustement géostrophique [Ros38, Blu72, FL92, FL93, RZJ01] car elles décrivent l'ajustement de petites perturbations sur fond d'un fluide au repos, tandis qu'ici l'environnement complexe va jouer un rôle déterminant sur la propagation et la dynamique des ondes (comme l'ont montré par exemple [TY82]). Même les études d'ajustement géostrophiques prenant en compte la présence d'un jet [Ou84, BW95, ZMP03, PZ05] ne sont pas utiles ici car elles concernent des jets invariants dans une direction : le problème d'ajustement est alors bien posé (séparation non-ambigüe entre partie ajustée (stationnaire) et ondes de gravité) mais cette configuration ne peut décrire des ondes normales au jet apparaissant dans une région de forte courbure du jet.
3. Il n'y a pas de relation quantitative qui ait été établie entre l'émission et le nombre de Rossby lagrangien, ni en théorie ni en explorant différents cycles de vie, ou même simplement différents niveaux (par exemple, que vaut Ro_L près des fronts de surface) ?

Il convient de revenir plus en détail sur l'objection 2 ci-dessus : les études d'ajustement géostrophique se sont concentrées sur des cas où le problème est bien posé : petites perturbations à un écoulement au repos [Blu72, RZJ01], ou pour des anomalies d'amplitude finie, écoulements contraints de telle sorte que la composante équilibrée est stationnaire (écoulement axisymétrique [SHDF80] ou rectiligne [Ros38, ZMP03]). Dans ces conditions, pour une condition initiale arbitraire donnée, il est possible d'identifier sans ambiguïté l'état final ajusté vers lequel le fluide va tendre, et la partie hors-équilibre qui va se disperser sous forme d'ondes de gravité. Dans un écoulement tri-dimensionnel complexe et dépendant du temps comme un cycle de vie d'instabilité barocline, il n'est plus possible d'identifier un état équilibré vers lequel le fluide va tendre. Différentes approximations peuvent être utilisées pour identifier, dans l'écoulement, une partie équilibrée et le reste, mais cette séparation dépendra de l'approximation équilibrée choisie (quasi-géostrophie, semi-géostrophie, balance nonlinéaire...). Le résidu se composera toujours d'ondes de gravité, mais aussi de contributions équilibrées d'ordre plus élevé.

Les simulations d'O'Sullivan & Dunkerton ont suscité certaines réserves à l'époque, notamment en raison de leur sensibilité à la résolution. Avec l'augmentation des moyens de calcul, des simulations à plus haute résolution ont été entreprises par Fuqing Zhang [Zha04]. Ce dernier a utilisé le modèle météorologique méso-échelle MM5 [Dud93] pour décrire un cycle de vie d'instabilité barocline dans un canal sur le plan- f . Un paquet d'ondes particulièrement intense apparaît à la verticale de l'occlusion, dans la région de sortie de jet sur la dorsale de l'onde barocline.

D'autres simulations d'émission spontanée ont aussi été effectuées par [DV06]. L'intérêt de leurs simulations réside dans l'utilisation d'un modèle numérique original, mis au point en s'appuyant précisément sur le fait que les écoulements géophysiques sont proches de l'équilibre : une des trois variables retenues pour décrire la dynamique de l'écoulement est la vorticité potentielle¹⁶. Sur chaque isentrope, celle-ci est advect e avec une grande richesse de détails grâce à des algorithmes d'advection de contours [DA97].

Dans tous les cas, une question épineuse nécessite d'être abord e avant d'exploiter de telles simulations : quelle est la sensibilité des résultats aux paramètres ou au modèle choisi ? Notamment, quelle est la sensibilité des résultats à la résolution ? Les simulations de O'Sullivan et Dunkerton, par exemple, n'avaient clairement pas convergé, et cela avait suscité une certaine méfiance à l'égard des résultats. Les ondes décrites par O'Sullivan et Dunkerton sont sous-synoptiques, par opposition aux ondes méso-échelles obtenues dans les simulations de Zhang [Zha04].

Plusieurs questions restent ouvertes suite à ces travaux :

- qu'est-ce qui détermine les régions où apparaissent les ondes ? Dans les cycles de vie d'instabilité barocline, des ondes sont-elles produites au-dessus des fronts, ou seulement au voisinage des jets ? Qu'est-ce qui favorise l'apparition des ondes au sommet de la dorsale [UK87, OD95, PT03], ou dans le creux du thalweg [PTZ03] ?
- Qu'est-ce qui rend les régions de sortie de jet particulières ?
- Quel est le mécanisme responsable de l'apparition des ondes, qu'est-ce qui détermine leur amplitude ?

3.2 Simulations d'instabilité barocline avec WRF

J'ai mené des simulations id alis es d'instabilité barocline à l'aide du modèle WRF (Weather Research and Forecast Model, [SKD⁺05]). Ces simulations décrivent l'instabilité barocline dans un canal rectiligne périodique, sur le plan f . L'originalité des simulations a consisté à examiner plusieurs types de cycles de vie, afin d'identifier différentes manifestations possibles d'émission spontanée, et d'identifier les caractéristiques dépendant fortement des détails de l'écoulement.

Ces simulations sont décrites en détail dans [PS07] : l'état de base a été construit en inversant la vorticité potentielle. La distribution initiale ressemble à celle utilis e par [RSS94], et [Zha04] : une tropopause très nette (transition rapide de 0.4 PVU, cf. Figure 1 de [PMS05]) permet de bien identifier, tout au long des simulations, la démarcation entre troposphère et stratosphère. Plusieurs manipulations sur cet état initial (injection dans WRF et moyenne temporelle pour éviter les effets d'ajustement au début de la simulation, calcul du mode normal le plus instable) permettent de garantir que l'état initial est parfaitement équilibré, et que par conséquent les ondes qui apparaissent au cours de la simulation sont nécessairement spontanément émises, et non des produits d'un ajustement de la condition initiale. Pour écarter l'hypothèse d'un artifice numérique, la sensibilité des résultats aux paramètres du modèle a été  tudi e avec soin [PS07]. Enfin, contrairement aux études de [OD95, Zha04], et comme dans celle de [GR96], nous considérerons plusieurs évolutions différentes de l'écoulement : cycle de vie cyclonique et anticyclonique [THM93].

3.2.1 Jets et fronts comme sources

Ce qui suit se rapporte à l'article [PS07], inclus à la fin de ce chapitre.

¹⁶Cette approche s'apparente en fait à la reformulation des équations primitives propos es par [MSR99].

Un des principaux résultats de ces simulations est la mise en évidence de multiples paquets d'ondes dont les importances relatives dépendent du développement de l'instabilité barocline. Les ondes les plus intenses apparaissent ainsi au voisinage du jet de haute troposphère dans le cycle de vie cyclonique, et au voisinage du front froid en surface dans le cycle de vie anticyclonique. Dans un même ensemble de simulations il est donc possible d'obtenir les deux types d'ondes de gravité mis en évidence jusqu'alors dans des configurations différentes (bi- et tri-dimensionnelles).

Les ondes de gravité observées en haute troposphère sont générées par le jet. Ceci est établi en identifiant deux paquets d'ondes émanant du jet, l'un se propageant vers le haut au niveau à partir de la tropopause, et l'autre vers le bas, en moyenne troposphère. Le premier est le plus intense et le plus net. Néanmoins, les caractéristiques des deux paquets d'ondes sont semblables.

Ces ondes sont présentes dans toutes les simulations effectuées, en aval d'une région de sortie de jet. Le jet sur fond duquel elles apparaissent est très déformé, et il est donc difficile de les rapprocher d'ondes décrites dans des modèles idéalisés (par ex. [FL92, FL93, PZ05]). Il est par exemple délicat de résumer leur orientation par rapport au jet : les lignes de phase de ces ondes sont perpendiculaires au vent dans la région de sortie de jet, puis proches de parallèles au vent le long de la dorsale. Selon la configuration du jet, elles apparaissent au niveau de la dorsale (comme dans [UK87, OD95, GRMK00, PT03]) ou au niveau du thalweg (comme dans [PTZ03]).

Des ondes liées aux fronts de surface apparaissent très nettement dans des cycles de vie anticycloniques. Le facteur favorisant leur apparition n'est pas l'intensité de la frontogénèse de surface, qui est comparable dans les deux cycles de vie, ni la rapidité de la frontogénèse. Il semble plutôt que la différence essentielle (pour la génération d'ondes de gravité) entre les deux simulations soit la présence d'un fort vent en surface dans le cycle de vie anticyclonique. Ce fort vent d'est provient du cisaillement anticyclonique ajouté dans l'état de base afin de modifier le cycle de vie (Fig. 1 de [PS07]). A mesure que le front froid s'intensifie et se déplace vers le sud, il constitue un obstacle pour ces forts vents de surface. Des ondes de basse fréquence, ayant des lignes de phase parallèles au front froid, sont émises et se propagent vers la stratosphère, à la verticale du front. La localisation et la forme des ondes ne laisse pas de doute quant à leur source. La forme des ondes émises (lignes de phase inclinées contre le vent, longueur d'onde verticale qui diminue en altitude où le vent décroît) rappelle les ondes émises par une topographie dans un écoulement cisailé [Shu01, Shu03]. Ceci suggère que le mécanisme d'émission est un effet d'obstacle, mécanisme jouant un rôle dans l'excitation d'ondes par la convection [LR01, LRC01].

La sensibilité de ces deux types d'ondes à la résolution n'est pas la même : les ondes émises par le jet ont une fréquence intrinsèque quasiment indépendante de la résolution, tandis que les ondes frontales ont une longueur d'onde verticale essentiellement indépendante de la résolution (voir tableaux 1 et 2 dans [PS07]). Cette constatation suggère que les mécanismes d'émission impliqués sont différents, et qu'il faut donc bien penser aux mécanismes d'émission spontanée au pluriel. Dans la suite, nous nous focalisons sur les ondes émises par le jet, qui sont plus semblables aux ondes obtenues dans les observations.

3.2.2 Effets de propagation

Dans le cas des ondes émises par les jets, j'ai montré que l'indépendance de la fréquence intrinsèque des ondes émises par les jets est expliquée par l'influence de l'environnement sur les ondes émises. Il suffit en effet de considérations simples sur la propagation des ondes pour prédire cette fréquence intrinsèque. La démonstration de ceci fait l'objet de l'article [PS05], et les principaux éléments en sont rappelés ci-dessous. Le fait que la fréquence intrinsèque des ondes se comprenne en considérant la propagation des ondes et qu'il suffise d'une connaissance de l'écoulement à grande échelle pour la prédire est importante dans le débat sur les sources

d'ondes de gravité pour deux raisons :

- Pour les paramétrisations des ondes de gravité dans les modèles de circulation globale, il est nécessaire de relier les caractéristiques des ondes à des diagnostics tirés de l'écoulement à grande échelle.
- Dans les analyses de données s'intéressant aux ondes excitées par les jets et les fronts, une hypothèse sous-jacente a souvent été faite : la région où les ondes sont le plus systématiquement observées doit être la source de ces ondes. Malgré le bon sens attrayant derrière cette hypothèse, on ne peut a priori exclure qu'on observe les ondes dans une certaine région parce que c'est une région particulièrement favorable pour leur propagation [Dun84].

Capture d'ondes

Ce qui suit se rapporte à l'article [PS05], inclus à la fin de ce chapitre.

Nous décrivons ci-dessous brièvement les effets de propagation jouant un rôle au voisinage des jets, et expliquer quelle information sur les ondes nous pouvons tirer de la connaissance de l'écoulement à grande échelle. La région de l'écoulement où les ondes apparaissent est caractérisée par de forts cisaillements verticaux (voir figure 3, colonne de droite, de [PS07]) et un champ de déformation important. Quand on trace le champ de vent dans le référentiel de l'onde barocline (se déplaçant vers l'est à environ 15 m s^{-1}), un point de stagnation apparaît clairement au nord de la dorsale, où le paquet d'ondes est bien défini (voir figure 3 de [PS05]). Les lignes de phase du paquet d'ondes suivent le vent en aval de cette région, de la dorsale au thalweg.

Or, un paquet d'ondes de gravité soumis à une forte déformation et un cisaillement vertical subit ce que Bühler et McIntyre [BM05] ont appelé la '*capture d'ondes*' : le vecteur d'ondes tend asymptotiquement vers une direction déterminée par la déformation et le cisaillement, et croît exponentiellement. La longueur d'onde décroît donc exponentiellement, et inévitablement les gradients deviennent suffisamment intenses pour qu'il y ait dissipation de l'onde. Fondamentalement, ceci traduit le fait que pour des ondes ayant une vitesse de groupe négligeable, le vecteur d'ondes se comporte comme le gradient d'un traceur passif (cf. la section 2 de [BM05]). Mathématiquement, ce mécanisme est mis en évidence en appliquant la méthode WKB pour un paquet d'ondes dans un écoulement

$$U = -\alpha x + \beta z, \quad V = \alpha y + \gamma z, \quad (3.1)$$

où α est le taux de déformation à grande échelle, β et γ sont des cisaillements verticaux.

La direction horizontale vers laquelle tend le vecteur d'ondes est la direction de l'axe de compression du champ de déformation (lignes de phases parallèles à l'axe d'extension, comme observé sur les Figures 2 et 4 de [PS05]). Le rapport entre le nombre d'ondes horizontal et le nombre d'ondes vertical ($|\sqrt{k^2 + l^2}/m|$) tend asymptotiquement vers le rapport entre cisaillement et déformation ($|\alpha/\beta|$).

Le comportement du paquet d'ondes rappelle celui d'un traceur passif quant à l'effet du champ de déformation [BM05] : alignement des lignes de phase avec l'axe d'extension, production d'échelles de plus en plus petites. Ceci se comprend par le fait que les ondes considérées sont des ondes d'inertie-gravité, ayant de faibles vitesses de groupe, et donc étant principalement advectées par l'écoulement.

Bühler et McIntyre [BM05] expliquent que ce mécanisme peut être important car il constitue un chemin vers la dissipation d'ondes de gravité qui diffère des mécanismes habituellement

invoqués (niveaux critiques) par deux aspects : **1**) l'évolution des ondes et leur déferlement dépend des variations **horizontales** du vent, et non seulement du profil vertical $U(z)$, **2**) les ondes voient leur longueur d'ondes décroître sans que la fréquence intrinsèque tende vers la fréquence inertielle.

Application dans les cycles de vie d'instabilité barocline, et implications

Les trois prédictions faites d'après la description théorique du mécanisme ont été testées dans des simulations du cycle de vie standard d'instabilité barocline. Dans des sections horizontales, les lignes de phase s'alignent effectivement avec l'axe d'extension du champ de déformation (Figures 2 et 4 de [PS05]). Nous n'avons pas entrepris dans ce premier travail de tracé de rayons. Une étude reposant sur les tracés de rayons a été effectuée par [LZ08], suggérant que certaines ondes observées au voisinage du jet provenaient en fait des fronts de surface. Par ailleurs, une approche WKB visant à éclairer les mécanismes de production des ondes a été développée en collaboration avec Jacques Vanneste, de l'Université d'Edimbourg, et est en cours d'application dans le cas des simulations d'instabilité barocline. Sans effectuer une approximation WKB, on constate qu'à mesure que la résolution est augmentée, des nouvelles longueurs d'ondes s'ajoutent à l'avant du paquet d'ondes, tandis que l'arrière du paquet d'ondes, comportant des longueurs d'ondes plus grandes, demeure inchangé. Ceci est en accord avec le comportement attendu de contraction exponentielle des longueurs d'ondes à mesure que le champ de déformation agit sur le paquet d'ondes. Enfin, connaître la fréquence intrinsèque du paquet d'ondes est équivalent à connaître l'inclinaison de ses lignes de phase dans un plan vertical. La prédiction faite pour cette inclinaison d'après la seule connaissance de la déformation et du cisaillement à grande échelle est remarquablement pertinente (voir les Figures 3 et 4 de [PS05]). Ceci établit que le mécanisme de *capture d'ondes* détermine plusieurs caractéristiques (orientation, fréquence intrinsèque, tendance de la longueur d'ondes à se contracter) des ondes émises par les jets.

Il convient de discuter des limitations de ce mécanisme : il ne s'appliquera que si les ondes demeurent suffisamment longtemps dans la région du champ de déformation. Le cas considéré théoriquement (avec une déformation et des cisaillements constants dans tout l'espace), constitue évidemment une simplification. Par ailleurs, il n'inclut aucune composante verticale de la vorticité. Or, celle-ci modifiera considérablement le comportement d'un traceur passif dans l'écoulement [LHK99], et modifiera, de même, le comportement des paquets d'ondes d'inertie-gravité. Ceci est évident dans les simulations dans la région fortement cyclonique au nord ouest de la dorsale. Ce mécanisme ne pourra donc jouer un rôle que lorsque la déformation est forte (de l'ordre de f , ce qui signifie une échelle de temps de l'ordre de la demi-journée), la composante verticale de la vorticité faible, et pour des paquets d'ondes de basse fréquence initialement (ayant une propagation assez lente pour que le paquet réside plusieurs heures au moins dans la région de forte déformation). Or c'est bien ce qui caractérise les régions de sortie de jet.

La pertinence de ce mécanisme nous oblige à changer un peu la façon de penser les ondes émises spontanément, du moins par rapport à l'image simplifi e qu'on retient des paramétrisations. Un mécanisme lié à la propagation des ondes détermine certaines caractéristiques des ondes. La source seule ne suffit pas à déterminer les caractéristiques d'ondes qui ensuite se propageraient sur la verticale. Ou alors les effets de propagation font 'partie de la source', et on ne peut considérer la source indépendamment de l'environnement dans lequel les ondes produites se propagent. Décrire l'émission comme un ajustement géostrophique [OD95] pour de petites anomalies sur fond d'un fluide au repos [FL92, FL93] n'est donc pas adapté.

Dans tous les cas, l'environnement complexe dans lequel les ondes sont produites joue un rôle déterminant, et une description du mécanisme d'émission doit inclure un tel environnement. Or,

l'écoulement considéré ici, s'il est idéalisé, demeure néanmoins complexe : il est non seulement tri-dimensionnel, il évolue dans le temps. Un écoulement semblable pour des aspects essentiels (région de sortie de jet, déformation importante, cisaillement vertical) mais beaucoup plus simple car quasi-stationnaire est fourni par les dipôles.

3.3 Emission d'ondes dans un dipole

Un dipôle est un couple de tourbillons de signes opposés, d'amplitude comparable et formant une structure cohérente qui se déplace en préservant sa forme et peut parcourir ainsi des distances considérables par rapport à sa taille. En son centre, le dipôle comporte un maximum de vitesse, et c'est ce qui en fait un modèle idéalisé des courants-jets observés au voisinage de la tropopause [TY82, Hak00, CK00]. Nous décrivons ci-dessous, après quelques remarques sur les dipôles et l'approximation quasi-géostrophique (section 3.3.1), l'émission spontanée d'ondes dans un dipôle (section 3.3.2) et proposons un mécanisme expliquant cette émission (section 3.3.3).

3.3.1 Préambule sur les dipôles et l'approximation quasi-géostrophique

Les dipôles

Les dipôles sont connus de longue date, il est possible d'illustrer simplement ce qu'est un dipôle en considérant deux tourbillons ponctuels d'intensité opposée mais égale en valeur absolue. Un tel dipôle se déplace de manière rectiligne, à vitesse constante [Saf92]. Les études expérimentales en laboratoires montrent la grande pertinence de telles structures cohérentes vorticales (par ex. [FV94]).

Analytiquement, des dipôles plus réalistes qu'une paire de tourbillons ponctuels ont été obtenus dans de nombreux contextes depuis les solutions proposées par Lamb [Lam95] et Chaplygin [Cha03] pour les équations d'Euler. L'étude de telles structures a été ravivée dans les années 1970 suite aux publications de Stern [Ste75] (qui a introduit le terme 'modon' pour désigner une structure vorticale qui se propage sans changer ses paramètres) et de Larychev et Reznik [LR76b, LR76a]. Dans le contexte géophysique, des solutions ont surtout été obtenues en se plaçant dans l'approximation quasi-géostrophique. Ce n'est que très récemment que des dipôles ont été obtenus dans le modèle complet de l'eau peu profonde en rotation [KRF⁺08], par des méthodes numériques. La dynamique de ces dipôles est actuellement étudiée numériquement au Laboratoire de Météorologie Dynamique (travaux en cours de Bruno Ribstein, Jonathan Gula et Vladimir Zeitlin).

Approximations QG, sQG, QG⁺¹

L'approximation quasi-géostrophique (**QG**) a permis de comprendre énormément d'aspects de la dynamique de l'atmosphère et de l'océan aux moyennes latitudes (par ex [Ped87, Hol92]). Comme toute approximation équilibrée (*balanced*), elle simplifie la description de l'écoulement en filtrant les ondes de gravité. La dynamique se ramène alors à l'advection d'une quantité scalaire, la vorticité potentielle q (PV), qui est conserv e lagrangiennement lors de mouvements adiabatiques :

$$\frac{Dq}{Dt} = 0, \quad (3.2)$$

et à l'*inversion* de q pour obtenir toutes les autres variables. Cette structure caractérise tout modèle équilibré [HMR85]. Dans l'approximation **QG**, l'inversion est remarquablement simple

et se résume essentiellement à l'inversion d'un laplacien. Cette inversion requiert des conditions aux limites, par exemple la température potentielle sur les surfaces horizontales délimitant le domaine. Pour être complet, il faut alors ajouter à l'équation (3.2) l'advection de la température potentielle sur ces surfaces horizontales :

$$\frac{D\theta}{Dt} = 0, \quad \text{en } z = z_s, \quad (3.3)$$

où z_s est l'altitude du sol ou d'un toit rigide par exemple.

Il est donc possible d'avoir une dynamique dans le modèle **QG** sans avoir d'anomalies de PV à l'intérieur du fluide, $q(x, y, z, t)$, mais avec des anomalies de température potentielle au sol ou sur un toit rigide $\theta_s(x, y, t) = \theta(x, y, z_s, t)$. L'écoulement se déduit alors d'une distribution bidimensionnelle de température potentielle, $\theta_s(x, y, t)$, voire de deux telles distributions s'il y a un sol *et* un toit. Le modèle très simple (2D au lieu de 3D) ainsi obtenu est désigné comme modèle quasi-géostrophique de surface ('*surface QG*' ou **sQG**). Il a été appliqué avec succès pour décrire certains aspects de la dynamique de la tropopause [Juc94] et a reçu récemment un regain d'intérêt dans le cadre de son application à l'océan [LK06].

Une nouvelle manière d'écrire les équations primitives a été élaborée par [MSR99] en utilisant la PV comme une variable centrale et un changement de variables exprimant u , v et θ à partir de 3 potentiels. Les équations primitives sont réécrites de manière à ce que l'approximation **QG** découle naturellement de la limite $\mathcal{R} \rightarrow 0$, et à ce que, de plus, l'extension aux ordres suivants s'obtienne de manière systématique. Cette réécriture est désignée par **QG**⁺, et l'amélioration de **QG** par les corrections du premier ordre en \mathcal{R} est désignée par **QG**⁺¹. Le modèle **QG**⁺¹ a été utilisé par exemple pour expliquer l'asymétrie entre cyclones et anticyclones à la tropopause [MH01], et le développement de l'instabilité barocline au-delà de **QG**[RMS00].

Un dipôle **sQG**

La quasi-totalité des études sur des dipôles ont porté sur des écoulement barotropes [MS07]. Afin d'obtenir des solutions de dipôles pour une structure barocline, Muraki & Snyder [MS07] ont construit une solution de dipôle dans le modèle **sQG**. Ce modèle est en effet adapté pour décrire la dynamique de la tropopause [RDF92, Juc94, MH01]. La solution de dipôle obtenue est constituée de deux anomalies de surface de température potentielle, l'anomalie chaude correspondant au cyclone, et l'anomalie froide à l'anticyclone (Figure 3.1). Le dipôle est confiné près du sol.

3.3.2 Emission dans un dipôle : phénoménologie

Le dipôle **sQG** décrit ci-dessus a servi de condition initiale à des simulations '*complètes*' (fluide stratifié, équations primitives (PE)) [SMPZ07]. Ces simulations décrivent donc l'ajustement puis l'évolution d'un dipôle initialement quasi-géostrophique dans les équations primitives. Accessoirement, elles montrent que le dipôle **sQG** plongé dans les PE est 'stable'¹⁷ et se déplace en gardant sa cohérence pendant des dizaines de jours (figure 3.1). Surtout, ces simulations décrivent l'émission d'ondes de gravité par le dipôle, s'il en existe une. Une première difficulté, pour

¹⁷On ne peut pas réellement dire que le dipôle **sQG** est stable puisqu'il n'est pas une solution des équations primitives. Il n'est pas non plus exact de dire qu'il s'ajuste vers un dipôle PE, puisque le dipôle évoluera lentement par la suite, et que l'existence d'un dipôle PE, au sens strict d'une structure qui se déplacerait sans se modifier, n'est pas établie, au contraire.

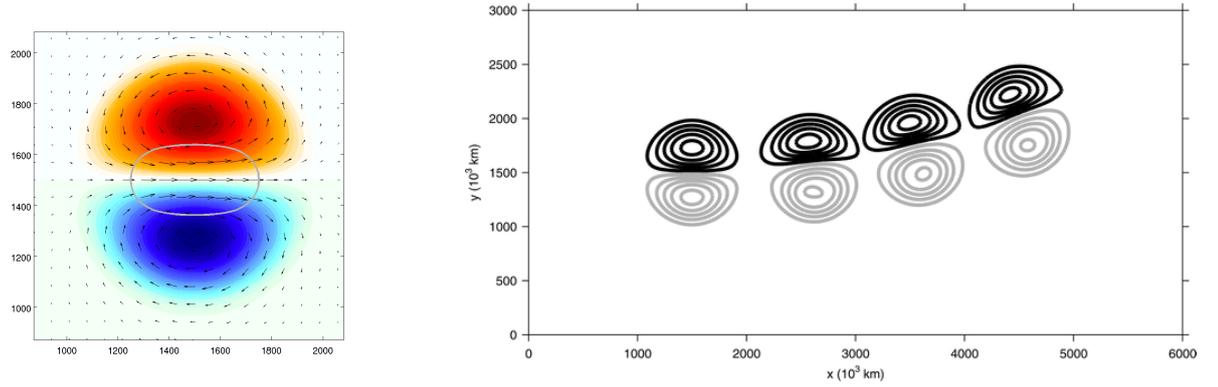


FIG. 3.1 – (*gauche*) : Température à $z = 125$ m (couleurs), vent (flèches) et maximum du vent (contour gris correspondant à la moitié du maximum du vent) dans le dipôle quasi-géostrophique de [MS07]. (*droite*) : trajectoire du dipôle (dimensionné avec $U = 10 \text{ m s}^{-1}$) utilisé comme condition initiale dans le modèle aux équations primitives. Les contours montrent la température potentielle à $z = 125$ m pour l'instant initial, après 12,5 jours, 25 et 37,5 jours (figure issue de [SMPZ07]). Pour la lisibilité, deux périodes successives du domaine ont été juxtaposées. Les axes sont en km.

identifier cette émission, consiste à écarter l'ajustement géostrophique comme origine des ondes présentes dans le dipôle.

Les simulations de dipôle débutent par un ajustement significatif, et des OIG résultant de cet ajustement constituent une part importante du signal ondulatoire dans les premiers jours. En revanche, après une dizaine de jours, les ondes présentes dans le dipôle ont une structure relativement simple et clairement identifiables : un paquet d'ondes est visible à l'avant du dipôle, et se déplace avec lui sans changer de forme ni d'intensité, tandis que le dipôle se déplace de manière presque constante (figures 3.2 et 3.3). Les ondes provenant de l'ajustement de la condition initiale, après quelques dizaines de jours, se sont dispersées et/ou dissipées (voir [SMPZ07] pour une analyse plus détaillée des ondes résultant de l'ajustement géostrophique initial). La présence d'un paquet d'ondes stationnaire dans le référentiel du dipôle, qui de surcroît comporte des longueurs d'ondes très courtes (à l'échelle de quelques mailles) et est donc assurément dissipé (le modèle comporte une faible hyperdiffusion en ∇^4 , à laquelle s'ajoute de la dissipation numérique), montre qu'un équilibre est atteint entre émission spontanée et dissipation des ondes.

Dorénavant, on se concentre sur l'écoulement après que l'ajustement initial et transitoire est terminé (après une vingtaine de jours par exemple). En première approximation, on peut considérer l'écoulement comme stationnaire dans le référentiel du dipôle, et comportant un paquet d'ondes stationnaire dans la région de sortie de jet (figures 3.2 et 3.3).

Ondes spontanément émises dans le dipôle

Le paquet d'ondes a des longueurs d'ondes courtes par rapport à l'échelle du dipôle. Les lignes de phase sont perpendiculaires à l'axe du dipôle. Enfin, ces ondes de gravité montrent une asymétrie assez nette : elles sont plus importantes du côté anticyclonique, alors qu'elles ne pénètrent qu'à peine dans le cyclone. Des paquets d'ondes semblables ont été obtenus dans des simulations de dipôles à l'intérieur du fluide [Viu07, Viu08, WZS09], utilisant des modèles numériques complètement différents. Cette émission d'ondes n'est donc pas spécifique à notre configuration, à l'utilisation d'un dipôle de surface, ou à notre configuration initiale.

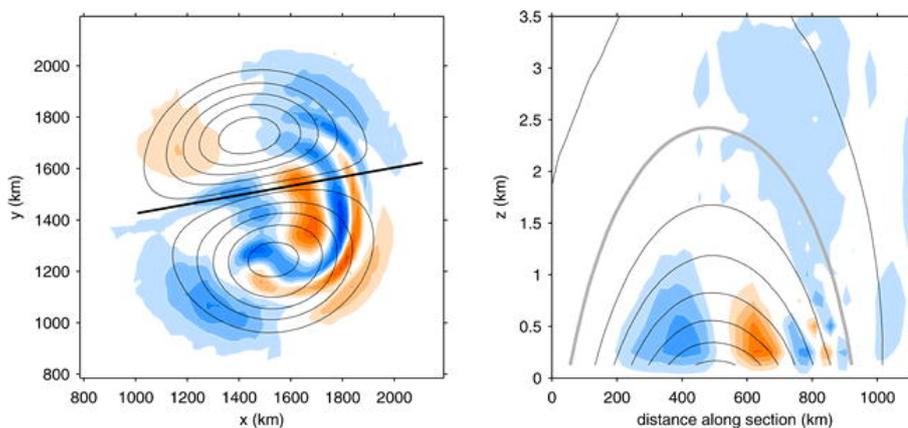


FIG. 3.2 – (*gauche*) : Coupe horizontale de la vitesse verticale à $z = 250$ m (couleurs) et de la température potentielle θ à $z = 125$ m (contours) pour le dipôle à 22 jours. La valeur maximale de w dans la section est 0.8 m s^{-1} . (*droite*) : coupe verticale, selon le segment indiqué à gauche, de w et de la vitesse parallèle à la section. Le contour gris correspond à 0.87 m s^{-1} , vitesse de propagation du dipôle.

Ce paquet d'ondes est stationnaire par rapport au dipôle et son amplitude varie peu une fois l'ajustement initial passé. Ceci est établi dans [SMPZ07] : notamment, des moyennes temporelles dans le référentiel du dipôle pour établissent sans ambiguïté que les ondes sont stationnaires par rapport au dipôle. Elles semblent constituer une partie inhérente du dipôle dans les équations primitives.

Caractéristiques des ondes Le paquet d'ondes spontanément émis dans le dipôle est qualitativement semblable à ceux qui sont présents à l'avant des jets dans les simulations idéalisées d'instabilité barocline, et une partie de leurs caractéristiques est fortement influencée par la capture d'ondes : lignes de phase alignées avec l'axe d'extension du champ de déformation, longueurs d'ondes plus courtes à l'avant du paquet d'ondes, fréquence intrinsèque proche de la prédiction basée sur la capture d'ondes. Viudez a proposé une autre façon d'aboutir à la même conclusion [Viu07], en cherchant quelles caractéristiques permettent à un paquet d'ondes de rester stationnaire à l'avant du dipôle.

Cette similarité entre les ondes émises par les dipôles et par les jets confirme l'importance du mécanisme de capture d'ondes et nous conforte dans la pertinence de l'étude du dipôle. De plus, la question de l'amplitude des ondes peut être abordée ici plus simplement que dans les simulations d'instabilité barocline.

Amplitude des ondes Deux remarques préliminaires sont nécessaires : une sur le nombre de Rossby utilisé pour caractériser l'écoulement, et l'autre sur l'identification des ondes dans les simulations :

1. Le **nombre de Rossby** $\mathcal{R} = U/fL$ est utilisé pour caractériser les différents dipôles, avec U la vitesse maximale dans le jet du dipôle, et L le rayon du dipôle. Dans toutes les simulations, $f = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ et $L = 500 \text{ km}$. L'essentiel des analyses décrites dans [SMPZ07] porte sur des simulations avec un dipôle ayant $U = 10 \text{ m s}^{-1}$, soit $\mathcal{R} = 0.2$. Pour une telle valeur du nombre de Rossby, les ondes de gravité sont assez identifiables dans l'écoulement

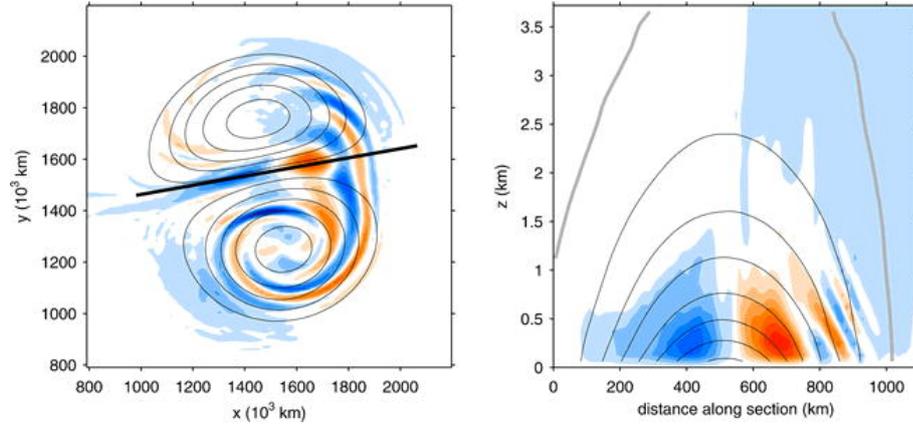


FIG. 3.3 – Pareil que la figure 3.2, mais pour une simulation dont la résolution est doublée ($dx = 12,5$ km). A cette résolution, θ est connue à $z = 62.5$ m et w à $z = 125$ m.

(elles dominent w), mais l'ajustement initial est important et le dipôle PE diffère significativement du dipôle **QG**. Une autre définition du nombre de Rossby compare la vorticité relative à la vorticité planétaire : $\mathcal{R}_\zeta = \max(|\partial_x v - \partial_y u|)/f$. Or, pour $\mathcal{R} = 0.2$, il se trouve que la vorticité relative dans le cyclone atteint $0.7f$ et dans l'anticyclone $-0.8f$. Il n'est donc pas possible d'effectuer des simulations pour des dipôles beaucoup plus intenses car une zone inertielle instable (vorticité relative plus faible que $-f$) apparaît alors au cœur de l'anticyclone.

2. **L'identification des ondes de gravité** s'appuie sur la décomposition de l'écoulement en une partie équilibrée et un résidu. Toutefois, ce résidu sera composé à la fois de corrections équilibrées et d'ondes d'inertie-gravité. Par exemple pour la vitesse zonale u on souhaiterait pouvoir décomposer $u = \tilde{u} + u_{gw}$, où \tilde{u} est la partie équilibrée et u_{gw} la partie liée aux ondes de gravité. Or nous ne connaissons \tilde{u} que par des approximations, dont **QG** est celle d'ordre le plus bas (qu'on peut écrire \tilde{u}_0). Par conséquent, nous ne pourrions pas étudier u_{gw} , mais seulement le résidu $u' = u - \tilde{u}_0$ ou $u' = u - \tilde{u}_1$, selon la précision de notre approximation équilibrée. Avec une définition **QG**⁺¹ de la partie équilibrée, cette décomposition s'écrit :

$$u = \tilde{u}_0 + \mathcal{R}\tilde{u}_1 + u', \quad \text{où} \quad u' = u_{gw} + \underbrace{\mathcal{R}^2\tilde{u}_2 + O(\mathcal{R}^3)}_{\text{corrections équilibrées}}. \quad (3.4)$$

Dans les travaux publiés [SMPZ07, SPM09] nous avons utilisé simplement l'approximation **QG**, ce qui est suffisant pour identifier les ondes dans la vitesse verticale w à partir de $\mathcal{R} > 0.1$. Dans les travaux en cours, nous avons mis en place une inversion **QG**⁺¹ permettant d'isoler les ondes de gravité dans tous les champs (u, v, w, θ, p).

L'amplitude des ondes en fonction du nombre de Rossby a été étudié par des simulations de dipôles plus ou moins intenses, avec $U = 1.25, 2.5, 5, 7.5, 10, 12.5, 15$ ms^{-1} , soit $\mathcal{R} = 0.025, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3$ (voir figure 3.3.2). Pour de faibles nombres de Rossby ($\mathcal{R} \leq 0.1$), les ondes ne sont pas perceptibles dans le champ de vitesse verticale, qui est proche du quadrupôle qu'on peut obtenir dans l'approximation QG. Les corrections dominant sont les corrections équilibrées. La structure de w pour les simulations $\mathcal{R} \leq 0.1$ est presque inchangée, seule l'amplitude change. Pour des nombres de Rossby supérieurs à 0.1, le signal ondulatoire devient clair, et il domine complètement à partir de $\mathcal{R} = 0.2$.

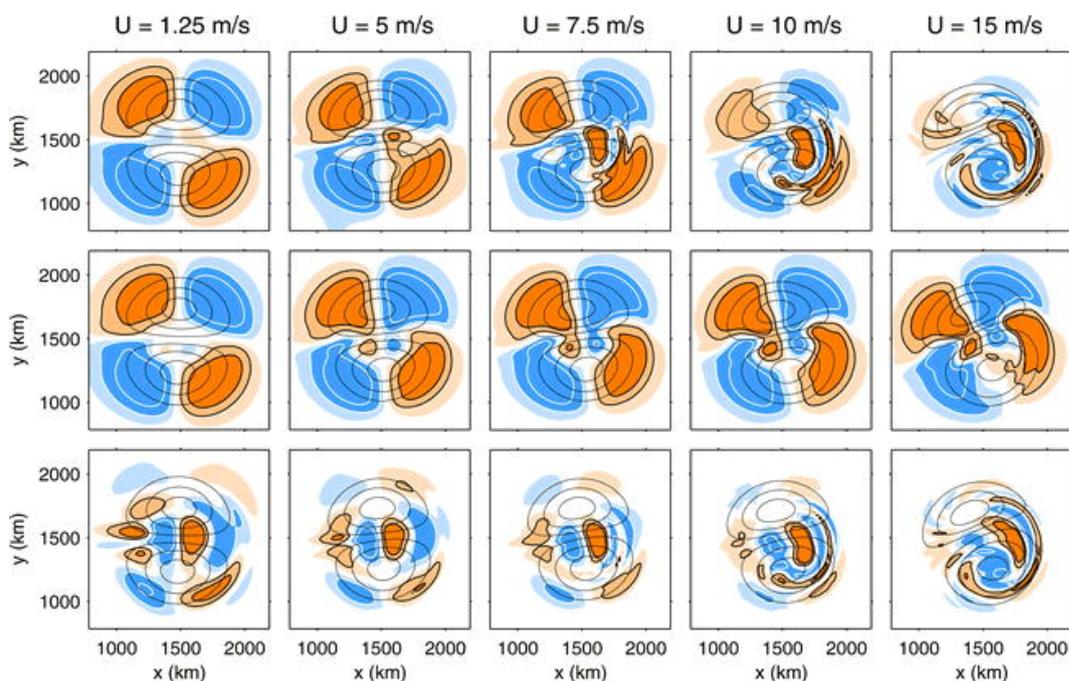


FIG. 3.4 – Coupes horizontales de température potentielle et de vitesse verticale w (rangée du haut), w_{qg} ou \tilde{w}_0 (milieu) et $w' = w - \tilde{w}_0$ (rangée du bas), pour des dipôles d'intensité $U = 1.25 \text{ m s}^{-1}$, $U = 5 \text{ m s}^{-1}$, $U = 7.5 \text{ m s}^{-1}$, $U = 10 \text{ m s}^{-1}$ et $U = 15 \text{ m s}^{-1}$, d'après [SMPZ07].

Dans le prolongement de ce travail, j'ai mis en place une inversion \mathbf{QG}^{+1} de la vorticité potentielle permettant d'identifier plus précisément la partie équilibrée de l'écoulement ($\tilde{u}_0 + \tilde{u}_1$) et donc de mieux identifier la signature des ondes de gravité, surtout dans les variables autres que w . Ce travail est en cours, et permettra d'explorer les effets non linéaires des ondes émises.

3.3.3 Emission dans un dipôle : mécanisme

Comme évoqué précédemment, l'ajustement géostrophique a souvent été mis en avant comme explication de l'émission d'ondes par les jets. L'émission d'ondes par le dipôle montre clairement que les ondes ne résultent pas d'un ajustement géostrophique : l'émission est continue et l'écoulement n'évolue pas vers une solution plus équilibrée et plus dépourvue d'ondes.

Viudez a souligné que les parcelles de fluide subissent des accélérations et décélérations régulières lorsqu'elles passent au travers du jet du dipôle, et que ces fluctuations lagrangiennes excitent des ondes [Viu07]. Cette explication reste cependant qualitative.

Notre explication du mécanisme d'émission [SPM09] commence par reconnaître que les ondes sont un signal faible sur fond d'un dipôle essentiellement équilibré, comme indiqué par l'équation 3.4. Dès lors, il est possible de linéariser la dynamique autour de ce dipôle et de décrire les ondes comme de petites perturbations linéaires.

Prenons l'équation du mouvement pour u à titre d'exemple afin d'expliquer plus précisément

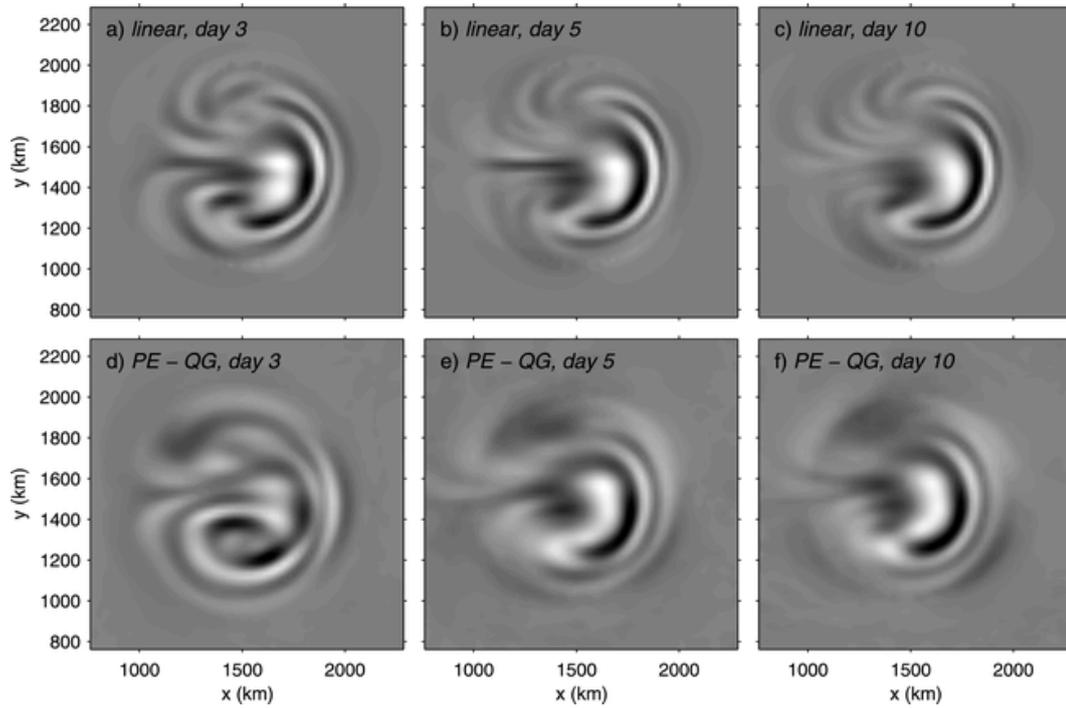
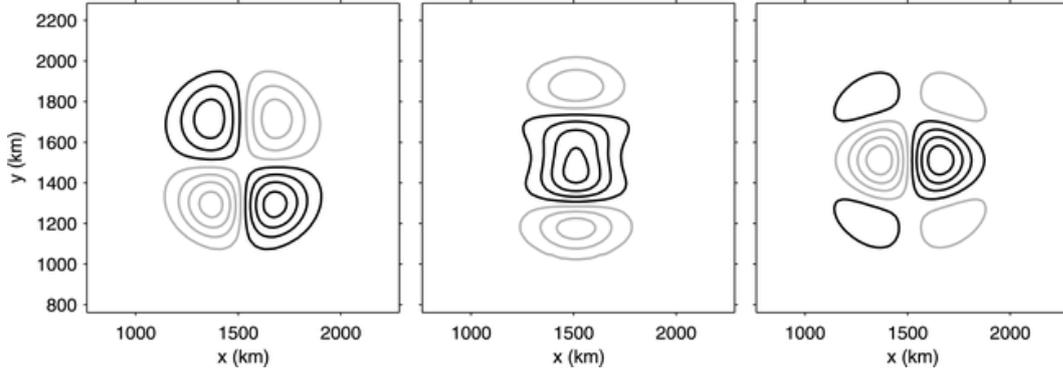


FIG. 3.5 – Coupes horizontales au plus bas niveau au-dessus du sol, pour la vitesse verticale des simulations linéaires forcées ((a)-(c)) et pour le résidu $w - \tilde{w}_0$ d'après les simulations complètes (équations primitives) ((d)-(f)). Sur chaque panneau, les teintes vont de 0.9 fois le maximum de $|w'|$ (blanc) à -0.9 fois ce maximum (noir). Les maxima de $|w'|$ valent respectivement 0.20, 0.17, 0.15, 0.16, 0.08 et 0.08 cm s^{-1} .


 FIG. 3.6 – Coupes horizontales des tendances résiduelles \mathcal{F}_u , \mathcal{F}_v et \mathcal{F}_θ .

ces manipulations¹⁸. L'équation complète s'écrit :

$$\frac{Du}{Dt} - f v + \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0, \quad (3.5)$$

En décomposant chaque champ en une composante équilibrée et des ondes de petite échelle, $u = \tilde{u} + u'$, on obtient :

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + \tilde{\mathbf{u}} \nabla \tilde{u} - f \tilde{v} + \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x} \dots \quad (3.6a)$$

$$+ \frac{\partial u'}{\partial t} + \tilde{\mathbf{u}} \nabla u' + \mathbf{u}' \nabla \tilde{u} - f v' + \frac{\partial \phi'}{\partial x} \dots \quad (3.6b)$$

$$+ \mathbf{u}' \nabla u' = 0, \quad (3.6c)$$

A ce stade, aucune approximation n'a été faite, mais il n'y a pas non plus d'avancée véritable (*'No profound progress has been made,'* [SSR93], p 3206).

$$\begin{aligned} \partial_t u' + \tilde{\mathbf{u}} \cdot \nabla u' + \mathbf{u}' \cdot \nabla \tilde{u} - f v' + \partial_x \phi' &= \mathcal{F}(\tilde{\mathbf{u}}) + \mathcal{O}(u'^2), \\ \text{où } \mathcal{F}(\tilde{\mathbf{u}}) &= - \left(\partial_t \tilde{u} + \tilde{\mathbf{u}} \cdot \nabla \tilde{u} - f \tilde{v} + \partial_x \tilde{\phi} \right). \end{aligned}$$

Si on néglige les termes quadratiques en u' , et qu'on suppose connue la partie équilibrée de l'écoulement, et son évolution, on peut réécrire :

$$\mathcal{L}_{\tilde{\mathbf{u}}}(u') = \mathcal{F}(\tilde{\mathbf{u}}), \quad (3.8)$$

où $\mathcal{L}_{\tilde{\mathbf{u}}}$ est un opérateur linéaire à coefficients variables, et où $\mathcal{F}(\tilde{\mathbf{u}})$ est un terme de forçage calculé à partir de la solution équilibrée. nous appelons ces forçages des tendances résiduelles, car ils sont en effet le résidu obtenu après avoir injecté l'approximation équilibrée dans les équations primitives. Ces forçages sont illustrés dans la figure 3.3.3. Ce qui est remarquable est que ces forçages sont de grande échelle. Les échelles mises en jeu sont à peine plus courtes que celles du dipôle original et surtout il n'y a aucune trace d'échelle spatiale plus courte vers l'avant du

¹⁸Pour être plus complet, il faudrait écrire les équations u , v , w , θ et p , ou il faudrait écrire ce qui suit de manière plus abstraite, comme cela a été fait dans [SPM09]. Pour la simplicité de l'exposé, nous préférons illustrer les manipulations ici en se concentrant sur une seule variable.

dipole. En d'autres termes, le forçage ne porte aucune indication de la structure particulière du paquet d'ondes qui va apparaître.

La structure particulière du paquet d'ondes qui apparaît est liée à l'opérateur linéaire à coefficients variables à gauche de l'équation. Les champs produits par des simulations linéaires forcées sont assez proches en structure et en amplitude (à un facteur 2 près) des champs calculés dans les simulations complètes (voir figure 3.3.3).

Un point crucial dans cette équation (3.8), par rapport au paradigme de l'émission de Lighthill (voir chapitre 2), est que l'opérateur linéaire à gauche n'est pas l'opérateur à coefficients constants qu'on obtient pour de petites perturbations à un fluide au repos. Les ondes qui sont excitées diffèrent donc des ondes 'habituelles' sur fond de fluide au repos.

Ceci est d'une certaine façon trivial. Néanmoins, cela implique que la connaissance du forçage $\mathcal{F}(\bar{\mathbf{u}})$ seul est insuffisante pour déterminer les ondes émises, et qu'il faut aussi étudier l'opérateur linéaire $\mathcal{L}_{\bar{\mathbf{u}}}$. Celui-ci dépend de l'écoulement et sa réponse à un forçage quelconque peut être complexe. Quelque chose de relativement simple, comme la réponse d'une couche cisailée à des perturbations.

3.4 Discussion et perspectives

Les travaux sur les ondes excitées dans un dipôle ont montré que :

1. les ondes de gravité sont systématiquement présentes dans le dipôle, à l'avant de celui-ci, dans la région de sortie de jet. Elles forment une partie inhérente des dipôles dans un fluide continuellement stratifié, dans les équations primitives¹⁹.
2. la région de sortie de jet, caractérisée par une forte déformation et un cisaillement vertical important, est la région où les ondes se manifestent le plus distinctement. Le mécanisme de capture d'ondes y influence les caractéristiques des ondes.
3. Il est possible d'expliquer l'excitation des ondes comme un phénomène forcé, linéaire : il s'agit de perturbations linéarisées autour d'une approximation équilibrée du dipôle, et forcées par les tendances résiduelles.

Certaines des questions restant ouvertes les plus intéressantes sont à mon avis :

1. L'effet non linéaire des ondes sur le dipôle qui les a excitées n'est pas clair. Des simulations avec des nombres de Rossby variables ont été effectuées dans le but de comparer l'évolution à long terme du dipôle. Il est cependant difficile de démêler l'effet des ondes de gravité et celui des corrections équilibrées d'ordre plus élevé. La meilleure décomposition de l'écoulement, utilisant \mathbf{QG}^{+1} , permettra de progresser dans cette voie.
2. Ce n'est que très récemment que des solutions dipolaires ont été obtenues pour des écoulements dans les équations primitives. Des dipôles (ou modons) ont été obtenus dans le modèle de l'eau peu profonde [KRF⁺08]. Dans les conditions permettant d'obtenir ces solutions, la forme de la relation de dispersion des ondes en eau peu profonde importe²⁰ Comme cette condition ne peut plus être vérifiée dans le fluide continuellement stratifié (les ondes courtes peuvent avoir des vitesses de phase et de groupes tendant vers 0), et comme les résultats numériques suggèrent que l'émission spontanée d'ondes et leur dissipation dans la région de forte déformation sont systématiquement présents, une conjecture plausible est

¹⁹ ceci est établi non seulement par nos analyses [SMPZ07], mais aussi par les ondes exhibées dans des dipôles différents (à l'intérieur du fluide) simulés avec des codes différents [Viu07, Viu08, WZS09]

²⁰ Les ondes courtes sont nécessairement rapides : leurs vitesses de phase et de groupe tendent vers \sqrt{gH} .

qu'il n'y aura pas, dans les équations primitives, de modes équivalents à ceux trouvés dans le modèle de l'eau peu profonde.

Ces études sont assez idéalisées. Elles ont été un maillon nécessaire de la chaîne permettant d'aller des études de mécanismes fondamentaux aux écoulements réalistes. Les études analytiques de processus présentées au Chapitre 2 ne permettent pas d'aborder des écoulements ayant cette complexité spatiale (fort champ de déformation, maximum local du jet, cisaillement vertical). La simplicité du dipôle (essentiellement stationnaire dans son référentiel) a permis de quantifier précisément les ondes et leur génération [SPM09]. En s'appuyant sur ces résultats et la compréhension acquise dans l'étude du dipôle, il sera désormais possible de revenir quantitativement sur les simulations d'instabilité barocline. Par ailleurs, il sera intéressant de commencer à tester aussi certaines idées dans les simulations de cas réels autour de Vorcore.

Inertia–Gravity Waves Spontaneously Generated by Jets and Fronts. Part I: Different Baroclinic Life Cycles

RIWAL PLOUGONVEN*

School of Mathematics and Statistics, University of St Andrews, St Andrews, United Kingdom

CHRIS SNYDER

National Center for Atmospheric Research, Boulder, Colorado

(Manuscript received 9 June 2006, in final form 17 October 2006)

ABSTRACT

The spontaneous generation of inertia–gravity waves in idealized life cycles of baroclinic instability is investigated using the Weather Research and Forecasting Model. Two substantially different life cycles of baroclinic instability are obtained by varying the initial zonal jet. The wave generation depends strongly on the details of the baroclinic wave's development. In the life cycle dominated by cyclonic behavior, the most conspicuous gravity waves are excited by the upper-level jet and are broadly consistent with previous simulations of O'Sullivan and Dunkerton. In the life cycle that is dominated by anticyclonic behavior, the most conspicuous gravity waves even in the stratosphere are excited by the surface fronts, although the fronts are no stronger than in the cyclonic life cycle. The anticyclonic life cycle also reveals waves in the lower stratosphere above the upper-level trough of the baroclinic wave; these waves have not been previously identified in idealized simulations. The sensitivities of the different waves to both resolution and dissipation are discussed.

1. Introduction

The mechanisms responsible for the excitation of gravity waves from initially balanced motions remain poorly understood. A good starting point to investigate this problem consists in idealized baroclinic life cycles: these are realistic enough to allow direct comparison with observations, yet retain simplicity as we can perfectly control the initial conditions and exclude moist processes. Previous studies of gravity wave excitation in baroclinic life cycles (O'Sullivan and Dunkerton 1995; Zhang 2004) have emphasized at least two classes of waves being generated. These studies agree with evidence from observations [e.g., the key role of jet exit regions (Uccellini and Koch 1987)], but do not investigate other aspects, such as waves associated with upper-level troughs (Plougonven et al. 2003) or surface fronts

(Eckermann and Vincent 1993). The latter have also been identified in numerical simulation of two-dimensional frontogenesis (Snyder et al. 1993).

In this paper, we also investigate gravity wave emission by idealized baroclinic waves. There is as yet no theory for wave emission directly applicable to this context and so we do not attempt a quantitative comparison of the simulations against theory. Instead, we document the various inertia–gravity waves appearing in multiple regions within the baroclinic wave, how those can change for different baroclinic life cycles and how they depend on numerical aspects of the simulations such as resolution and dissipation.

Improving our understanding of sources of gravity waves is motivated by the several roles of gravity waves in the atmosphere. At small scales, gravity waves can induce turbulence (e.g., Lane et al. 2004), influence chemistry when there is sensitivity to small temperature fluctuations (Shibata et al. 2003; Buss et al. 2004), and modulate severe weather (e.g., Stobie et al. 1983; Bosart and Sanders 1986). On the global scale the vertical transfers of momentum due to gravity waves are crucial to the circulation of the middle atmosphere (Fritts and Alexander 2003). At present, the main weakness of parameterizations of these waves in gen-

* Current affiliation: Laboratoire de Météorologie Dynamique, ENS, IPSL, Paris, France.

Corresponding author address: Riwal Plougonven, Laboratoire de Météorologie Dynamique, Ecole Normale Supérieure, 24 rue Lhomond, 75231 Paris CEDEX 05, France.
E-mail: riwal.plougonven@polytechnique.org

eral circulation models is the largely arbitrary description of the sources (Kim et al. 2003; McLandress and Scinocca 2005), in particular jet/front systems. Attempts to parameterize jet/front systems as sources remain limited owing to our lack of understanding of the generation mechanisms (Charron and Manzini 2002).

Previous studies of gravity waves excited by jets and fronts follow three lines of investigation. The first is studies based on observations, which have often emphasized the jet exit region upstream of a ridge as a key region of intense gravity wave activity (Uccellini and Koch 1987; Guest et al. 2000; Pavelin et al. 2001). Intense, low-frequency gravity waves have also been observed in jet exit regions upstream of an upper-level trough (Plougonven et al. 2003). Plougonven et al. (2003), as well as Thomas et al. (1999), noted gravity wave packets propagating upward in the lower stratosphere and downward in the midtroposphere, indicating that the jet was the likely source. Other observations have highlighted surface fronts as important sources of gravity waves (Fritts and Nastrom 1992; Eckermann and Vincent 1993), though they have the complication of including wave emission by the balanced motions as well as other possible sources, such as deep convection along the front.

The second line of investigation is numerical studies of two-dimensional frontogenesis. Snyder et al. (1993) and Griffiths and Reeder (1996) showed that fronts can be significant sources of gravity waves. In those simulations, the wave emission becomes more pronounced as the frontal scale contracts (Snyder et al. 1993) or when the frontogenesis varies rapidly (Reeder and Griffiths 1996). Though idealized, the simulations also demonstrated the importance of numerical considerations in wave-emission studies by showing that spurious gravity waves were produced when resolution was insufficient (Snyder et al. 1993).

The third is numerical studies of idealized three-dimensional baroclinic instability. O'Sullivan and Dunkerton (1995) simulated baroclinic waves on the sphere and found that inertia-gravity waves with near-inertial frequencies appeared in the stratosphere above and just downstream from the upper-level ridge. Zhang (2004) considered baroclinic waves in a channel on the f plane. He identified a second class of waves in the stratosphere, above a jet-exit region near the ridge axis and of shorter wavelength and higher frequency than the waves found by O'Sullivan and Dunkerton.

The gravity waves associated with both fronts and jets in the aforementioned studies potentially arise from wave emission by the larger-scale, balanced flow (this has been called spontaneous emission or Lighthill radiation; cf. Ford et al. 2000). This radiation can be

described theoretically for the emission of large-scale gravity waves from small-scale balanced motions (Ford 1994; Ford et al. 2000; Plougonven and Zeitlin 2002). In the case of small Rossby numbers and for gravity waves having scales similar to those of the balanced motions, a classical weakly nonlinear approach does not reveal any emission of gravity waves (e.g., Reznik et al. 2001). Only for some specific flows (constant horizontal or vertical shear) have mechanisms of coupling between gravity waves and balanced motions at small Rossby number been theoretically described (Vanneste and Yavneh 2004; Plougonven et al. 2005; Molemaker et al. 2005), and this coupling was found to be exponentially small in Rossby number.

As yet, the above theoretical investigations do not provide a quantitative prediction of the gravity waves to be excited by baroclinic waves. In this context, geostrophic adjustment has often been invoked (O'Sullivan and Dunkerton 1995; Zhang 2004; Pavelin et al. 2001) to explain qualitatively the generation of the waves from jets, but here again, theoretical studies are constrained to situations that are too idealized (e.g., Fritts and Luo 1992; Plougonven and Zeitlin 2005) to provide quantitative predictions in flows that are time-dependent and spatially complex, and where the imbalance is not a given initial condition but is continuously forced and ambiguously defined. Hence, in the present paper we will not yet attempt to quantitatively explain the excited gravity waves but simply, as a first step, describe them and identify the regions generating them.

To bring together the various threads outlined above, we use the Weather Research and Forecasting Model (WRF; see Skamarock et al. 2005) to simulate different baroclinic life cycles (section 2). The gravity waves appearing in a standard life cycle, dominated by cyclonic behavior (section 3), differ markedly with those appearing in an anticyclonic life cycle (section 4). They nevertheless have in common their ground-based phase speed (section 5). Crucial numerical issues, in particular sensitivity to resolution and dissipation, are discussed in section 6. Results and directions for further investigation are summarized in 7.

2. Experimental setup

The numerical simulations employ the Advanced Research dynamical core of the WRF model (Skamarock et al. 2005), which solves the compressible, nonhydrostatic equations of fluid motion. We assume the flow is confined to a periodic channel on the f plane, with period 4000 km in the zonal (x) direction and walls separated by 10 000 km in the meridional (y) direction.

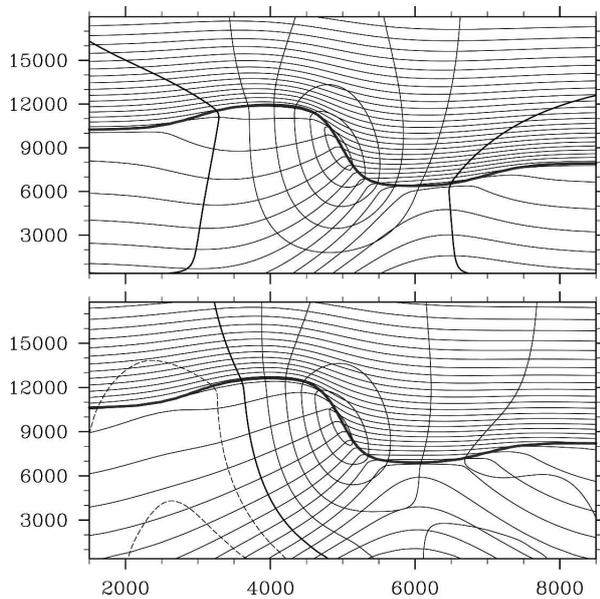


FIG. 1. Meridional cross sections of the initial balanced jets used in the two experiments. Horizontal axis is the meridional coordinate y in km; vertical axis is altitude z in m. The lines show the potential temperature (contours every 5 K), and the zonal velocity (contours every 10 m s^{-1} ; the zero contour is thicker and negative contours are dashed). Also indicated as a thick gray line is the tropopause (3 PVU).

To study the spontaneous generation of inertia-gravity waves, the initial fields must be as unambiguously free of gravity waves as possible. The initial conditions are taken as a superposition of a geostrophically balanced zonal jet and its most unstable normal mode having a 4000-km zonal wavelength. The first life cycle exhibits predominantly cyclonic behavior. To obtain a second life cycle with a predominant anticyclonic behavior, we add a strong anticyclonic shear ($0.18f$) at the surface to the zonal jet (cf. appendix A).

The initial jets are shown in Fig. 1. They are obtained by inverting two-dimensional potential vorticity (PV) distributions in the y - z plane, prescribed in a way similar to that of Rotunno et al. (1994): a troposphere with uniform PV of 0.4 potential vorticity units (PVU; $1 \text{ PVU} = 10^{-6} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ K kg}^{-1}$), separated by a sharp tropopause from a stratosphere with uniform PV of 4 PVU (see appendix A). When used as initial conditions, these jets undergo a small adjustment. To eliminate this, all fields were time-averaged over two inertial periods. The obtained fields defined a new initial condition, and the process was repeated twice, so that the initial adjustment is reduced to oscillations that are less than 10^{-3} m s^{-1} in horizontal wind.

The most unstable mode with 4000-km wavelength is

computed by evolving a small perturbation to the jet for 4 days, then rescaling the perturbation to a smaller amplitude and starting the cycle again. After 16 total days of integration, the normal mode is extracted, rescaled so that its maximum perturbation in potential temperature is 0.1 K and added to the zonal jet.

The resolution used, unless indicated otherwise, was $dx = 50 \text{ km}$ and $dz = 250 \text{ m}$ (reference). Lower ($dx = 100 \text{ km}$, $dz = 500 \text{ m}$) and higher resolution ($dx = 25 \text{ km}$, $dz = 125 \text{ m}$) runs were made to test the sensitivity of results to resolution and will be discussed in section 6. The vertical resolution was always chosen so that $dx/dz = 200$.

The simulations include explicit numerical dissipation in order to avoid the development of spurious structures at the smallest scales of the flow, in particular near the surface fronts. Several different forms of dissipation were tested. The scheme retained for the simulations presented here consisted in a fourth-order hyper-diffusion multiplied by a spatially varying coefficient that was proportional to the deformation of the flow where the deformation was weaker than $2f$, and constant where deformation exceeded that value. For the reference runs ($\Delta x = 50 \text{ km}$), the maximum diffusivity was $-2.75 \times 10^{14} \text{ m}^4 \text{ s}^{-1}$. The proportionality constant was set so that the dissipation coefficient was continuous (e.g., $-1.375 \times 10^{18} \text{ m}^4$ in the reference runs). For lower or higher resolution, the maximum value of diffusivity was adequately multiplied or divided so that $\nu dt/dx^4$ remained constant. The sensitivity of our experiments to the choice of the dissipation scheme will be discussed in section 6.

3. Gravity waves generated in a standard baroclinic life cycle

In the standard life cycle (see Figs. 1 and 2), the development of the baroclinic wave is dominated by a cyclonic behavior (LC2 in the terminology of Thorncroft et al., 1993), which is typical of baroclinic instability in Cartesian geometry (Polavarapu and Peltier 1990; Snyder et al. 1991).

a. Inertia-gravity waves along the jet, from ridge to trough

The most conspicuous inertia-gravity wave packet appearing in this simulation appears along the jet, from the ridge to the trough. This packet is clearest in the lower stratosphere propagating upward, but it also has a counterpart propagating downward from the jet in the troposphere.

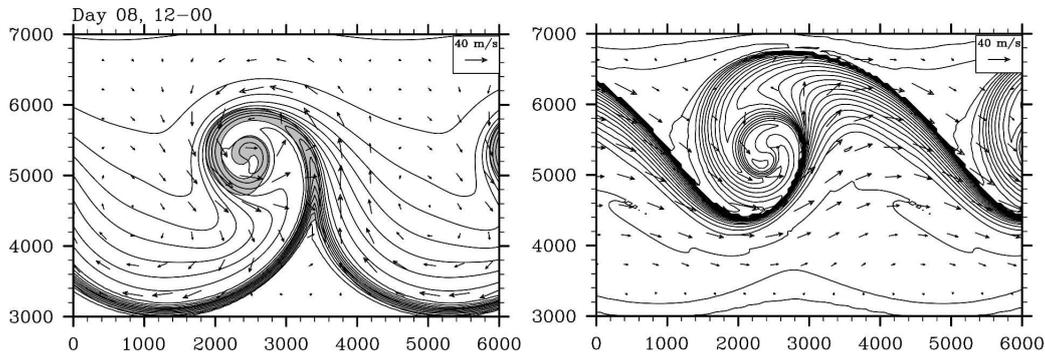


FIG. 2. Maps of the potential temperature (contours every 2 K) (left) at $z=150$ m and (right) on the tropopause (taken as the 3-PVU surface) showing the cyclonic development of the standard life cycle, at day 8, 1200 UTC. The shaded region in the left panel indicates regions where the relative vorticity exceeds $1.25f$, where $f=10^{-4} \text{ s}^{-1}$ is the Coriolis parameter.

The location and orientation of the inertia-gravity waves appearing in the lower stratosphere are shown in Fig. 3. The waves appear just above the core of the jet, in the region of strong vertical shear near the tropopause, on the eastern side of the ridge of geopotential. In the horizontal, the phase lines are oriented from northwest to southeast, and are nearly parallel to the tropopause and the upper-level front.

The characteristics of the waves were determined by finding the sinusoidal wave packet that best correlated with the variations of the divergence or of the vertical velocity (see appendix B). The characteristics of the waves obtained from this analysis at day 8.5 of the simulation are listed in Table 1. From these, the dispersion relation (e.g., Gill 1982) provides a first estimate of the intrinsic frequency $\bar{\omega}$:

$$\bar{\omega}^2 = \frac{f^2 m^2 + N^2(k^2 + l^2)}{k^2 + l^2 + m^2}, \quad (1)$$

where (k, l, m) are the wavenumbers, f is the Coriolis parameter, and N is the Brunt-Väisälä frequency. The waves are found to be near-inertial, with a frequency of about $1.3f$.

Another estimate of the frequency can be obtained, independently, by analyzing Eulerian time series of $\nabla \cdot \mathbf{u}_H$ at one point in space. For the example shown in Fig. 4, the absolute frequency, ω_a , is about $2\pi/(7 \text{ h})$. The intrinsic frequency of the wave is then recovered from $\bar{\omega} = \omega_a - \mathbf{k} \cdot \mathbf{U}$, where $\mathbf{U} \sim (37 \text{ m s}^{-1}, -2 \text{ m s}^{-1})$ is the background horizontal wind, yielding $\bar{\omega} \sim 1.44f$. The consistency with our first estimate provides evidence that the feature is indeed a gravity wave.

Even wave packets that are clearly defined (Fig. 3), have some spatial inhomogeneity, which leads to uncertainty in the packet's characteristics (see Table 1 and

section 3b). In observational studies, this uncertainty will compound that arising from an incomplete knowledge of the flow (Zhang et al. 2004).

Investigation of the phase relations between the small-scale perturbations of the ageostrophic wind (see Fig. 5) brings further confirmation that the signal described above is indeed a gravity wave.¹ Moreover, the phase relations show that the waves above the jet are propagating upward, whereas the waves below the jet are propagating downward.

The zonal phase velocity relative to the ground can be calculated in several ways [intrinsic phase velocity plus the average background wind, directly from ω_d/k , of from Hovmöller diagrams (see section 5)], and is found to be about 15 m s^{-1} . Hence, given the wind velocities in the stratosphere (Fig. 1), the inertia-gravity waves generated above the jet are free to propagate upward, as they will not encounter a critical level.

Estimates of the group velocities from the values given in Table 1 yield $\mathbf{c}_g = (2.2, 2.0, 0.016) \text{ m s}^{-1}$ for the simulation with 50-km resolution, corresponding to displacements over one day of roughly 190, 175, and 1.35 km in x , y , and z , respectively. In the simulations, the wave packet is indeed found to propagate upward into the stratosphere by approximately 3–5 km in two days (see Fig. 3 of Plougonven and Snyder 2005).

Finally, the waves are of moderate amplitudes: at the standard resolution, the maximum perturbation divergence due to the wave signal is found to be of order $0.15\text{--}0.2f$ (see Table 4). In horizontal and vertical velocity, they were found to have signatures of the order

¹ The small-scale part of different fields was obtained by removing a smoothed version of the field. The smoothing was done by running averages, averaging values in cubes around each point.

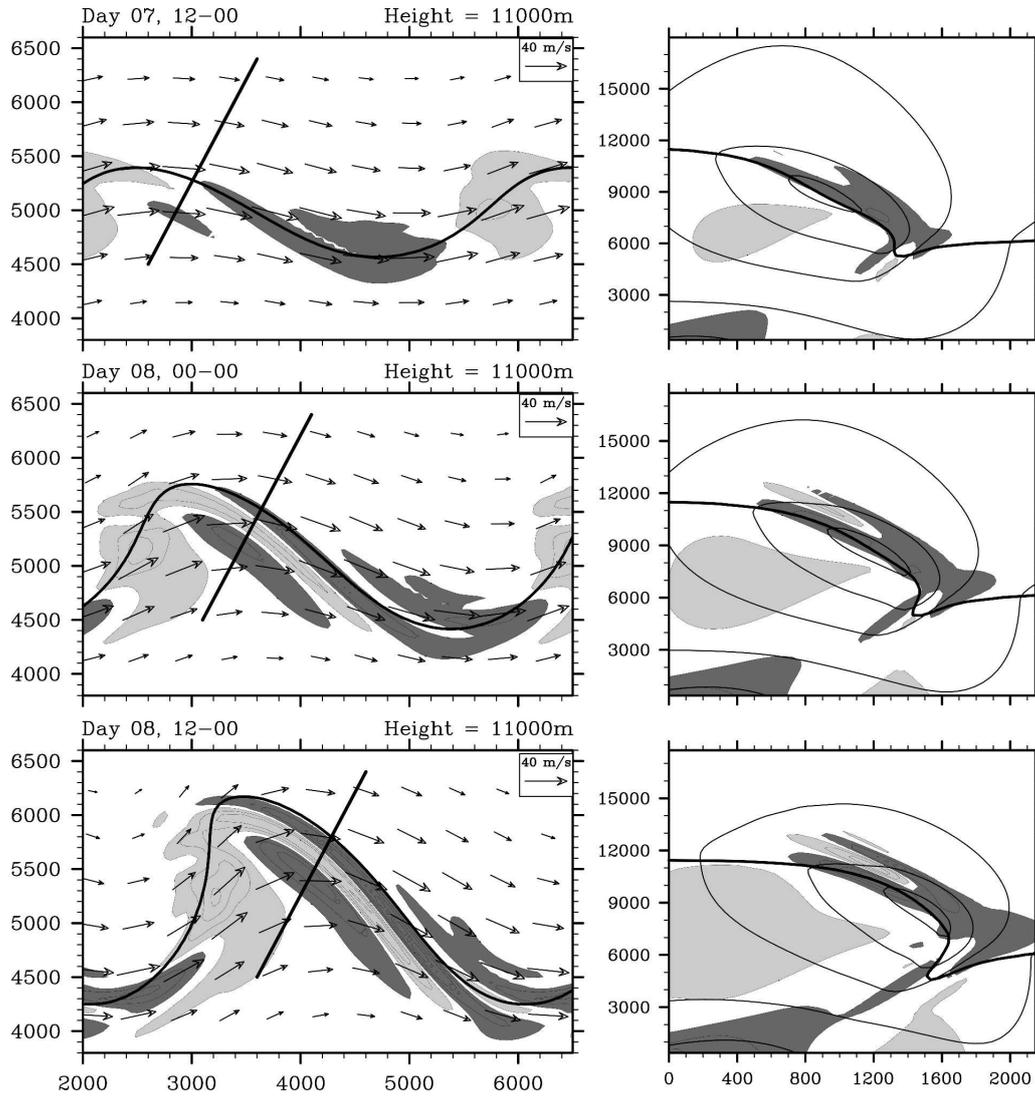


FIG. 3. Inertia-gravity waves appearing in the vicinity of the jet stream: (left) horizontal maps (at $z = 11$ km) of $\nabla \cdot \mathbf{u}_H$ (contours are every $0.08f$, with the values closest to 0 being $-0.04f$ and $0.04f$; dark gray for values lower than $-0.04f$, light gray for values larger than $0.04f$) and wind. The thick curve indicates the location of the tropopause (3 PVU) at $z = 9$ km. (right) Cross sections taken from location given by line segment at left. The tropopause (3 PVU), $\nabla \cdot \mathbf{u}_H$ (same contours), and the velocity normal to the cross section (contours every 15 m s^{-1}) are shown.

TABLE 1. Characteristics (wavelengths in km, and intrinsic frequency scaled by f) of the inertia-gravity waves present above and below the flank of the jet stream in the standard life cycle. For each resolution, the first line gives the values for the waves above the jet stream, and the second for those below (section 3a).

Resolution	λ_x	λ_y	λ_{it}	λ_z	$\tilde{\omega}$ from dispersion relation
$\Delta x = 100$ km	735 ± 60	810 ± 40	545 ± 30	2.40 ± 0.2	1.25 ± 0.02
	770 ± 140	790 ± 155	550 ± 100	2.50 ± 0.15	1.17 ± 0.05
$\Delta x = 50$ km	475 ± 55	525 ± 70	350 ± 45	1.70 ± 0.2	1.29 ± 0.02
	520 ± 55	490 ± 50	355 ± 35	2.10 ± 0.15	1.26 ± 0.05
$\Delta x = 25$ km	305 ± 45	330 ± 50	225 ± 35	1.10 ± 0.1	1.30 ± 0.03
	285 ± 35	295 ± 40	205 ± 25	1.45 ± 0.25	1.33 ± 0.04

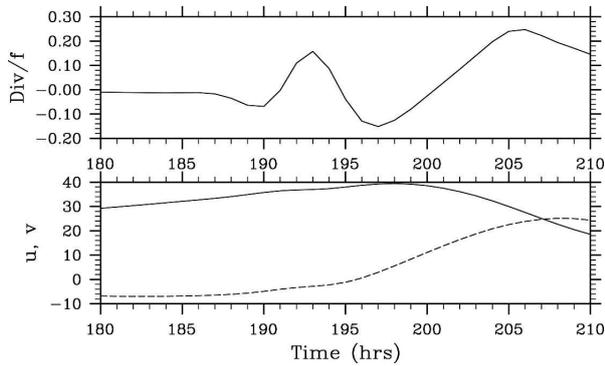


FIG. 4. Temporal evolution of (upper) the divergence and (lower) the horizontal wind at point ($x = 500$ km, $y = 5500$ km, $z = 11$ km) from the standard baroclinic life cycle. The horizontal axis shows the time in hours (180 h corresponds to 1200 UTC day 7, 210 h corresponds to 1800 UTC day 8).

of $1\text{--}1.2$ m s⁻¹ and $3\text{--}4 \times 10^{-3}$ m s⁻¹, respectively. They are weaker than what has been observed in case studies of large inertia-gravity waves in the atmosphere (e.g., wind anomalies of up to $5\text{--}8$ m s⁻¹). This is in part because we focus here on the early times when gravity waves appear in the flow and in part to the effects of the resolution and of the dissipation scheme (see Fig. 6 and section 6), but it is also possible that the waves described in observational case studies represent particularly intense examples of wave emission, and that other mechanisms combine with the dry mechanisms described in the present study to produce stronger gravity waves (e.g., Zhang et al. 2001).

The waves discussed in the present section are in several ways comparable with the ones discussed in

O’Sullivan and Dunkerton (1995). In both cases the waves are low frequency (the ratio of the intrinsic frequency to the local value of f is $1.4\text{--}1.6$ in O’Sullivan and Dunkerton’s simulations). The wavelengths indicated in O’Sullivan and Dunkerton (1995) are comparable to the ones found in our low-resolution run (see Table 1). In both cases, the waves appear in a jet exit region in the highly sheared region just above the jet core. Their phase lines are nearly normal to the flow there. Nevertheless, the comparison cannot be developed further as the two baroclinic life cycles differ substantially.

In contrast to O’Sullivan and Dunkerton (1995), the inertia-gravity waves found here in the lower stratosphere have a tropospheric counterpart below the core of the jet (see vertical cross sections in Fig. 3 and right panel of Fig. 5) at altitudes between 4 and 8 km. Both wave packets appear in regions of strong vertical shear, with similar characteristics (see Table 1), but the waves below the jet have weaker amplitudes (Table 4) and have downward group velocity (Fig. 5). This is clear evidence that the upper-level jet is the source of these waves.

b. Stratospheric wave packet comparable to Zhang

Another inertia-gravity wave packet is found in the upper-troposphere, lower-stratosphere region, above the jet and on the northwest side of the ridge (Fig. 7). This wave packet is very similar to the mesoscale waves described by Zhang (2004) in idealized simulations of baroclinic instability using a similar initial jet, and we will call it the Zhang wave packet. Zhang described

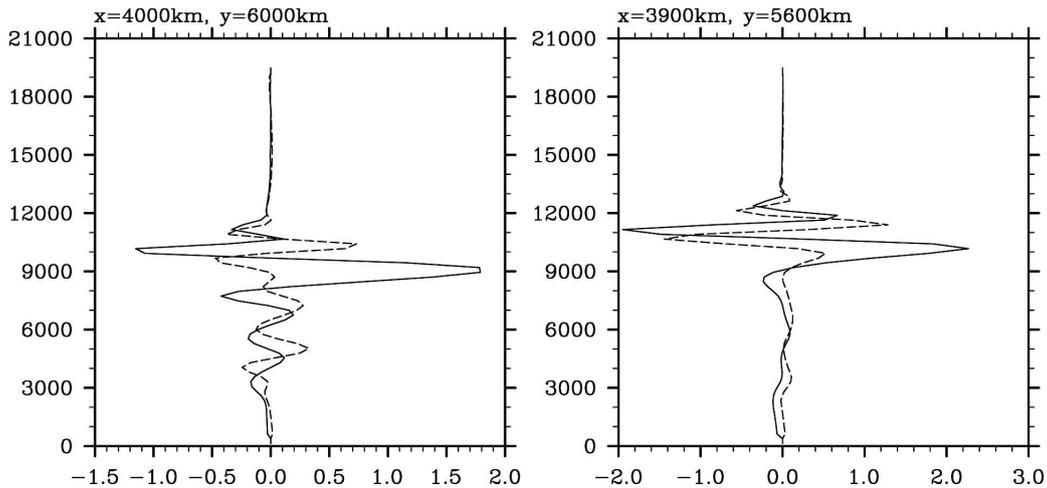


FIG. 5. Vertical profiles of the small-scale part to the ageostrophic wind (u' is solid line; v' is dashed line) at points (left) $x = 4000$ km and $y = 6000$ km and (right) $x = 3900$ km and $y = 5600$ km for 1200 UTC day 8 of the standard life cycle. The phase relations between the two velocity components indicate that the wave below the jet is propagating energy downward, whereas the wave above the jet is propagating energy upward.

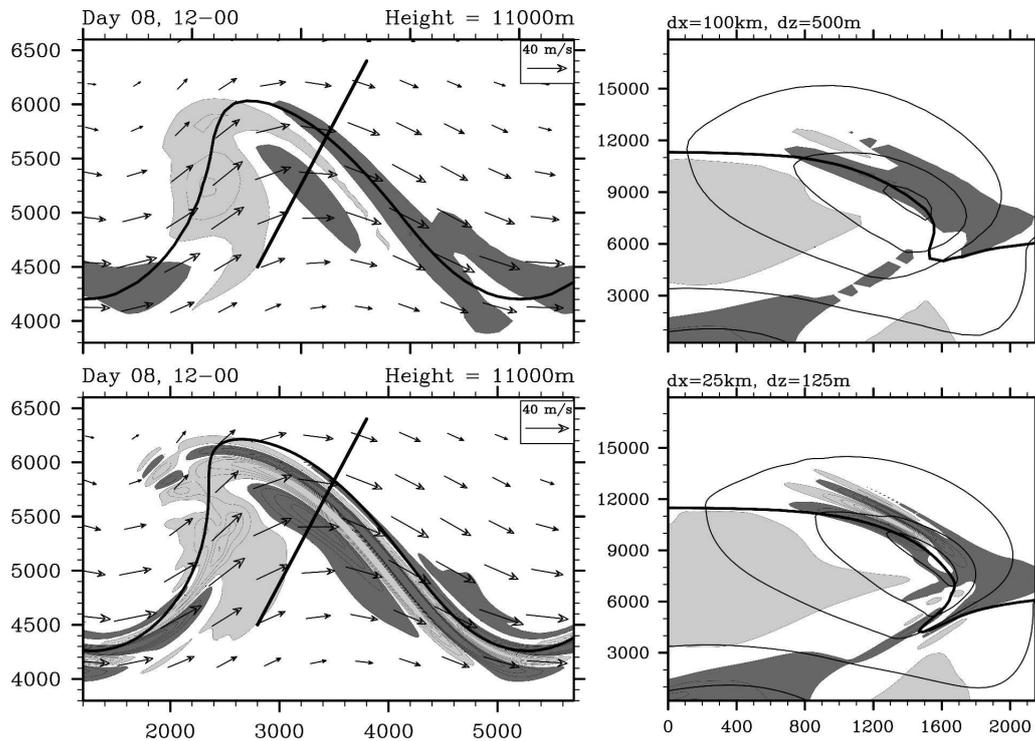


FIG. 6. (left) Horizontal and (right) vertical cross sections to be compared with those of the bottom row in Fig. 3 (standard life cycle, 1200 UTC day 8). The resolution is halved in the top panels and doubled in the bottom panels.

these waves as mesoscale to distinguish them from the longer-wavelength waves described by O'Sullivan and Dunkerton (1995). However, in our simulations the waves described in section 3a and those described in the present section have similar wavelengths and both belong to the mesoscale.

Figure 7 shows cross sections of the Zhang wave packet at the three resolutions used, in the same format as the one used by Zhang (2004) for his Figs. 4d and 6d. Although the models used are not the same and the synoptic-scale baroclinic system is periodic in our case and localized in Zhang's simulations, the signature of these waves is remarkably similar, which adds credibility to both sets of simulations. The amplitude of the divergence signal in our high-resolution run ($\Delta x = 25$ km, lower panel of Fig. 7) is very comparable to the one obtained in the domain with $\Delta x = 30$ km in Zhang (2004, his Fig. 4d).

The Zhang wave packet has a more complex spatial structure than the one described in section 3a. In the cross sections at $z = 13$ km (Fig. 7), the orientation of the phase lines in the region where the wave packet is most intense indicate a wave vector pointing between north and north-northeast. The phase lines connect to

those of the wave packet described in section 3a. Yet at lower heights, there is clearly the signature of two distinct wave packets. At $z = 11$ km, the smaller wave packet is seen in the lower panel of Fig. 6 to have a wave vector pointing to the northwest, and to have a very limited extent. At lower heights still (not shown), the smaller wave packet is oriented further toward the west. The two wave packets also differ in their sensitivity to resolution and dissipation, the Zhang wave packet being much more sensitive to both (see section 6 and Fig. 15).

Because of the complex spatial structure and the limited extent of this wave packet, its characteristics are more difficult to define. Horizontal and vertical wavelengths are determined visually to be about 300 and 3 km, respectively, in the reference simulation. In the high-resolution run, the corresponding wavelengths are 200 and 2 km (Fig. 7), comparable to the ones described by Zhang (2004). This yields, from the dispersion relation, an intrinsic frequency of about $2f$, and hence a higher vertical group velocity (~ 0.05 m s $^{-1}$ or ~ 4 km day $^{-1}$) than the wave packet described in section 3a.

The complex structure of this wave packet and its location make it difficult to identify a possible source.

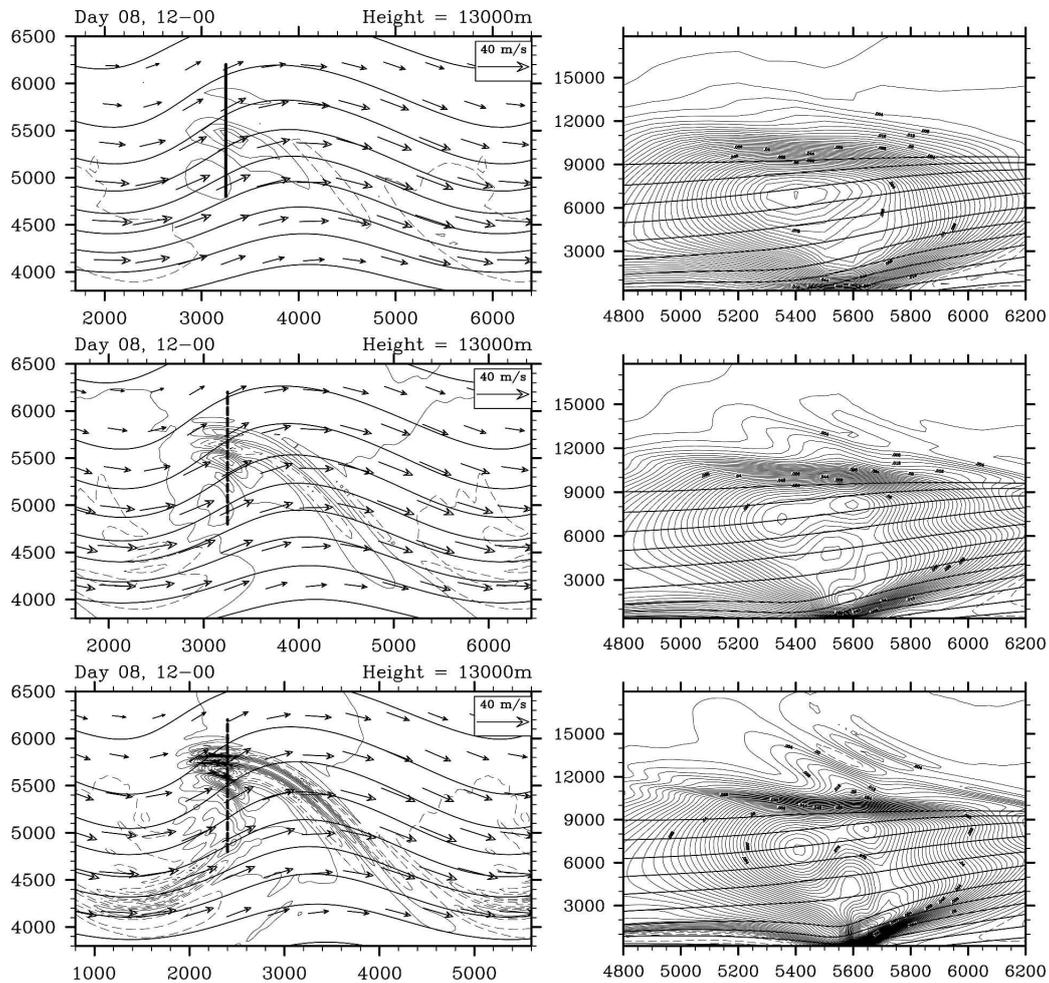


FIG. 7. (left) Horizontal and (right) vertical cross sections showing the wave packet similar to the one described by Zhang (2004), in the standard life cycle, at (top) low resolution ($\Delta x = 100$ km), (middle) moderate resolution ($\Delta x = 50$ km), and (bottom) high resolution ($\Delta x = 25$ km). The figures are made to be comparable to Figs. 4d and 6d of Zhang (2004). The horizontal cross sections are taken at $z = 13$ km. They show $\nabla \cdot \mathbf{u}_H$ (contour interval $0.02f$), and wind and pressure (contour interval is 2 hPa). The vertical cross sections show the vertical velocity (contour interval is $2 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-1}$), and tropospheric values of the potential temperature (contour interval is 5 K).

As can be seen from the vertical cross sections in Fig. 7, it appears above the occlusion, a region where the flow and trajectories are known to become small-scale and complex (Rotunno et al. 1994).

c. Gravity waves associated with surface fronts

Finally, we note that the simulations also contain indications of weak gravity waves above surface fronts, both warm and cold, as can be seen from Fig. 8. The waves are qualitatively comparable to the ones generated by surface fronts in idealized two-dimensional simulations (Snyder et al. 1993). Similar gravity waves excited from the surface fronts are much more intense

and identifiable in the anticyclonic life cycle, presented below.

4. Gravity waves generated in an anticyclonic baroclinic life cycle

To confirm that surface fronts can be significant sources of inertia-gravity waves, a second baroclinic life cycle is presented below, in which waves generated by the surface fronts are the most conspicuous gravity wave signal present. The initial state for this different baroclinic life cycle exhibits strong anticyclonic shear in u at the surface (up to $0.18f$) and in the lower troposphere, see Fig. 1. The development of the baroclinic

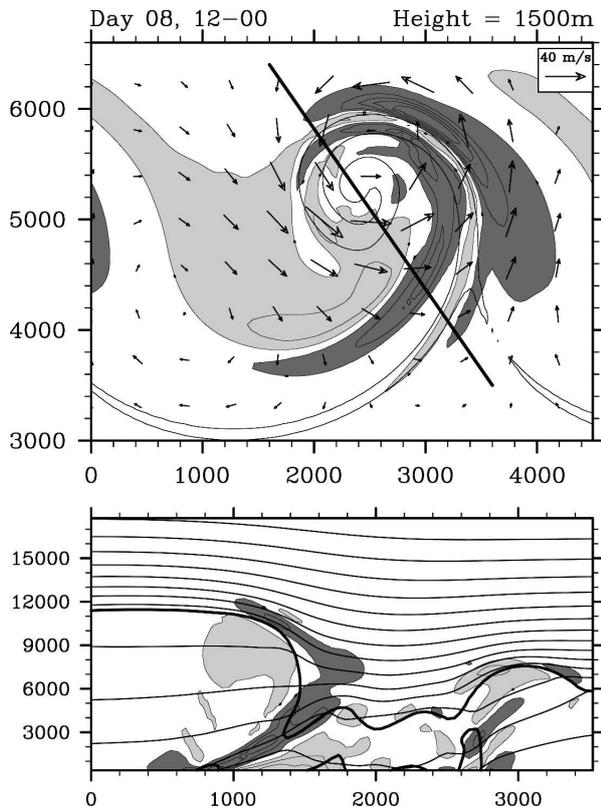


FIG. 8. Gravity waves associated to the warm and cold fronts for the standard life cycle, at 1200 UTC day 8. (top) Horizontal cross section of $\nabla \cdot \mathbf{u}_H$, wind at $z = 1500$ m. As a reminder of the location of the surface fronts below, a thin line indicates the contour where relative vorticity at $z = 150$ m is equal to $1.25f$. (bottom) Vertical cross section through the line indicated in the top panel. Contours as in Fig. 3, but the thin lines indicate the potential temperature (every 10 K) instead of the normal velocity.

instability is here dramatically different, as displayed in Fig. 9. A strong cold front develops at the surface, and advances southward into regions of surface easterly winds as the anticyclone that dominates the flow broadens.

a. Waves generated by the surface cold front

Inspection of the horizontal divergence field reveals that the most conspicuous wave signal in this case appears in the troposphere, just ahead of the cold front to the south (Fig. 10). The phase lines of the waves are essentially parallel to the cold front below. Again, phase relations and vertical cross sections show that these waves propagate upward and hence that the surface front is unambiguously the source.

The horizontal wavelengths (Table 2) are slightly shorter but comparable to those found in the vicinity of

the upper-level jet in section 3a. On the other hand, their vertical wavelengths are much longer (5–6 km), yielding larger intrinsic frequencies ($2\text{--}3f$). This implies that these waves propagate upward much more rapidly, and this is easily seen in Fig. 10. The vertical group velocity of these waves estimated from the linear dispersion relation is $0.25 \pm 0.03 \text{ m s}^{-1}$, which corresponds to roughly 10 km in 12 h, consistent with Fig. 10.

The zonal phase velocity relative to the ground was found to be about $14 \pm 1 \text{ m s}^{-1}$. Again, this implies that the waves excited by the front are free to propagate upward, given the vertical distribution of winds in our simulation. As the waves are excited in a region of strong easterlies, their phase velocity relative to the wind is quite fast (about $24 \pm 2 \text{ m s}^{-1}$). The waves have a signature in $\nabla \cdot \mathbf{u}_H$ of the order of $0.1\text{--}0.15f$ (see Table 4) in the reference simulation, which is comparable to the waves described in the standard life cycle.

Again, note that the notion of a wave packet is convenient but has limitations: the waves extend along the whole front, and their characteristics are spatially inhomogeneous. For instance, note how the phase lines follow the distortion of the surface front to the northeast in the high-resolution run (Fig. 11, vicinity of $x = 5000$ km, $y = 6400$ km).

It is likely that the generation mechanism here differs substantially from the one responsible for the waves excited by the jet in the standard run (section 3a). The latter had their phase lines roughly parallel to the tropopause or to the tropopause fold (Fig. 3). Here, the waves emanating from the surface fronts have their phase lines tilt in the direction opposite to the frontal region (Fig. 10), as in the 2D simulations of Snyder et al. (1993). Note also that this tilt is consistent with an interpretation of the waves as topographic waves excited in a sheared flow above an obstacle (Ralph et al. 1999). Zonal cross sections are suggestive of this interpretation (not shown). It would also be consistent with the fact that waves emanating from the surface fronts in the standard run were much weaker, and with the vertical wavelengths of the waves being rather insensitive to resolution [m being set by the background values for u and N , e.g., Gill (1982)]. Nevertheless, further work is needed to determine the relevance of this interpretation.

b. Waves in the tropopause region

In the lower stratosphere, two wave packets can be identified in the anticyclonic life cycle. The first is simply the one described in the previous section, propagating upward to the stratosphere where the winds allow (Figs. 12). The second, located farther north, is a smaller wave located above a deep tropopause fold. Its

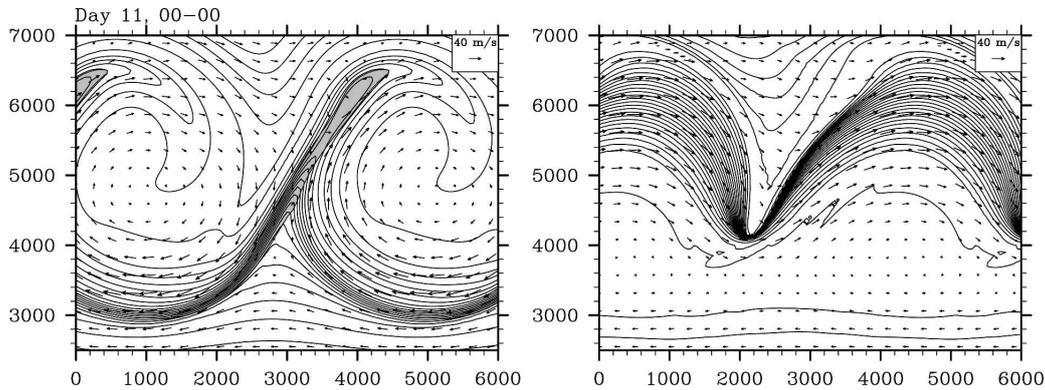


FIG. 9. Maps of the potential temperature, as in Fig. 2, showing the anticyclonic development of the second baroclinic life cycle (initial condition shown in the lower panel of Fig. 1), for 0000 UTC day 11.

phase lines tilt westward; that is, against the winds present there. Its location and relation to the flow are somewhat different from the wave packets discussed in section 3. As seen in Fig. 12, they are found away from the tropopause, with the tilt of their phase lines no longer clearly related to the slope of the tropopause.

The horizontal wavelengths of this wave packet are again found to be of a few hundred kilometers (see Table 3). The vertical wavelength in the reference run ($\Delta x = 50$ km) is comparable to the ones of the lower-stratospheric waves described in section 3a. However, its sensitivity to resolution is different: as for the surface front waves (section 4a), the vertical wavelength is fairly stable relative to resolution. In consequence, their intrinsic frequency increases from $1.4f$ to $2f$ when resolution is increased from moderate to high, and the vertical group velocity correspondingly increases from $(3 \pm 0.5) \times 10^{-2} \text{ m s}^{-1}$ to $(6.5 \pm 1) \times 10^{-2} \text{ m s}^{-1}$ (see Fig. 13).

The sensitivity of the vertical wavelength to resolution and the vertical cross sections of Figs. 12 and 13 again suggest, as for the surface front waves, that the generation mechanism could be interpreted in terms of a topographic effect. Note indeed how the height of the isentropes varies above the deep tongue of stratospheric air. Further work is again needed.

5. Phase speed of the excited gravity waves

The purpose of the present section is to highlight a characteristic that all the wave packets identified above share. In horizontal maps at successive times, their phase lines clearly remain attached to a feature of the baroclinic wave. In other words, their phase speed relative to the ground matches that of the baroclinic wave (typically $13\text{--}15 \text{ m s}^{-1}$). This is shown most conve-

niently using Hovmöller diagrams in Fig. 14, where phase lines of the baroclinic and gravity waves are parallel or nearly parallel.

This point, already noted by O'Sullivan and Dunkerton (1995), is worth emphasizing again because of the importance of the phase speed of gravity waves for the parameterizations of these waves in global models (Fritts and Alexander 2003).

6. Discussion

The spontaneous generation of gravity waves in idealized simulations is a numerically sensitive problem and several issues need to be discussed. First, one could fear that these gravity waves are not spontaneously generated but come from the initial condition. Care has been taken here to prepare initial conditions that are as balanced as possible (section 2, appendix A), in order to rule out this possibility. Moreover, preliminary simulations in which the initial conditions were not as cleanly prepared gave the same results. Hence, we are confident that the gravity waves do not come from the initial condition.

Second, inertia-gravity waves and front have scales near the grid resolution in certain regions and that scale decreases with increased resolution and decreased hyperdiffusion. This raises two issues: the possibility that some aspects of the solution are artifacts arising from numerical discretization errors and the dependence of the solutions on the form and magnitude of the explicit dissipation.

Discretization errors associated with insufficient vertical resolution may lead to spurious, numerically generated waves near fronts (e.g., Snyder et al. 1993; Bush et al. 1995). In such cases the frontal surface exhibits distinct corrugations at each grid level and standing

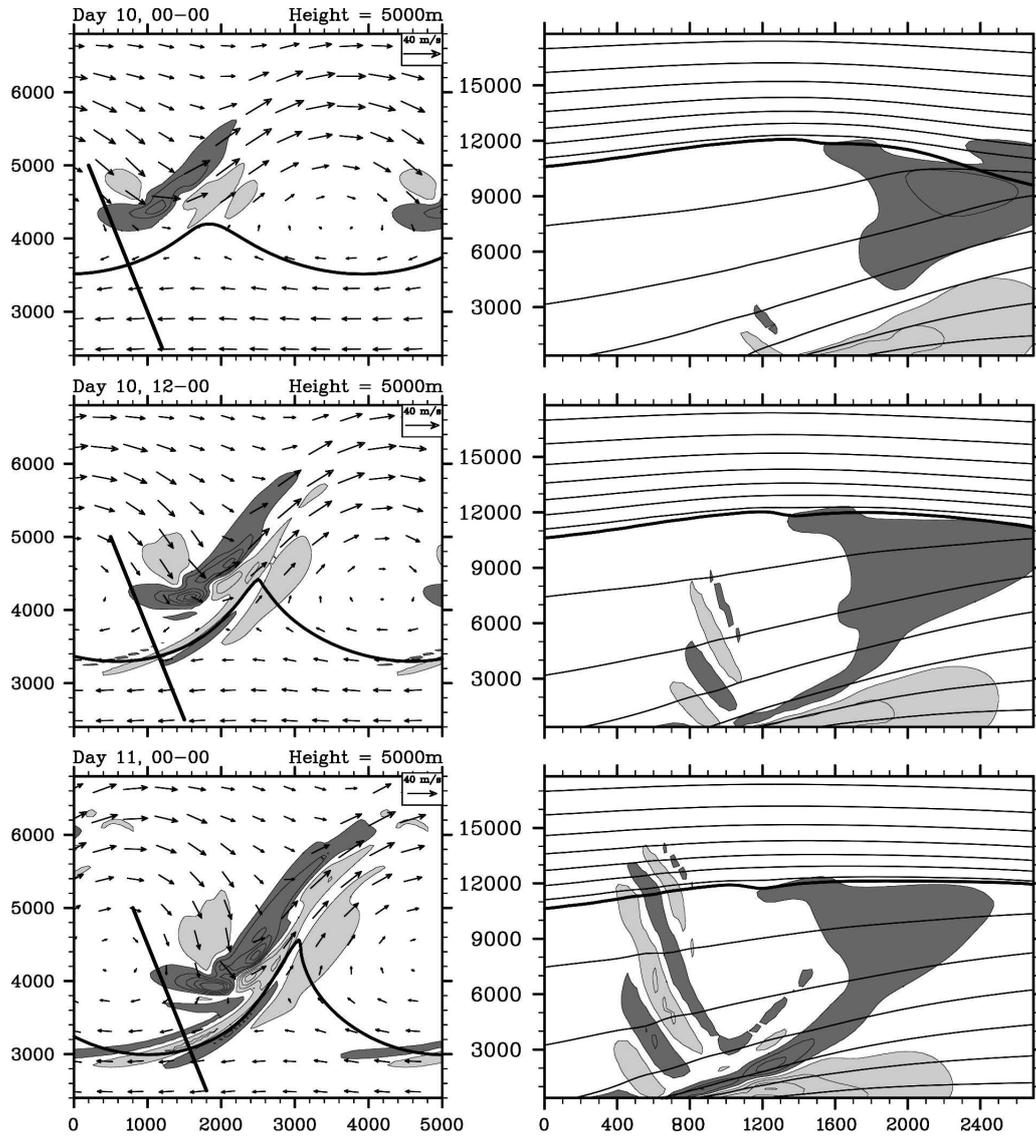


FIG. 10. Inertia-gravity waves appearing in the vicinity of the surface fronts, in the life cycle with added anticyclonic shear. Plots are as in Fig. 3, except that horizontal cross sections of $\nabla \cdot \mathbf{u}_H$ (left column) are shown at $z = 5$ km and include one isentrope (thick line) depicting the surface fronts, and times shown are (top) 0000 UTC day 10, (middle) 1200 UTC day 10, and (bottom) 0000 UTC day 11. As in Fig. 8, the lines in the vertical cross sections at right indicate the potential temperature (every 10 K).

waves trapped between the front and the surface. Avoiding these spurious features requires that the grid aspect ratio dx/dz should be comparable to the frontal slope, of the order of N/f (Snyder et al. 1993; Pecnick

and Keyser 1989; Lindzen and Fox-Rabinowitz 1989). In our simulations, N is typically 0.01 s^{-1} in the troposphere and nearly 0.02 s^{-1} in the lower stratosphere, and $f = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$. The vertical resolution we use ($dz = dx/200$)

TABLE 2. Characteristics of the inertia-gravity waves present in the anticyclonic run above the surface front (section 4a). Column headings are the same as Table 1.

Resolution	λ_x	λ_y	λ_H	λ_z	$\bar{\omega}$
$\Delta x = 100 \text{ km}$	915 ± 80	555 ± 40	475 ± 35	5.45 ± 0.15	1.48 ± 0.05
$\Delta x = 50 \text{ km}$	715 ± 25	345 ± 25	310 ± 20	5.55 ± 0.1	2.0 ± 0.1
$\Delta x = 25 \text{ km}$	490 ± 60	230 ± 30	210 ± 25	6.4 ± 0.2	3.0 ± 0.4

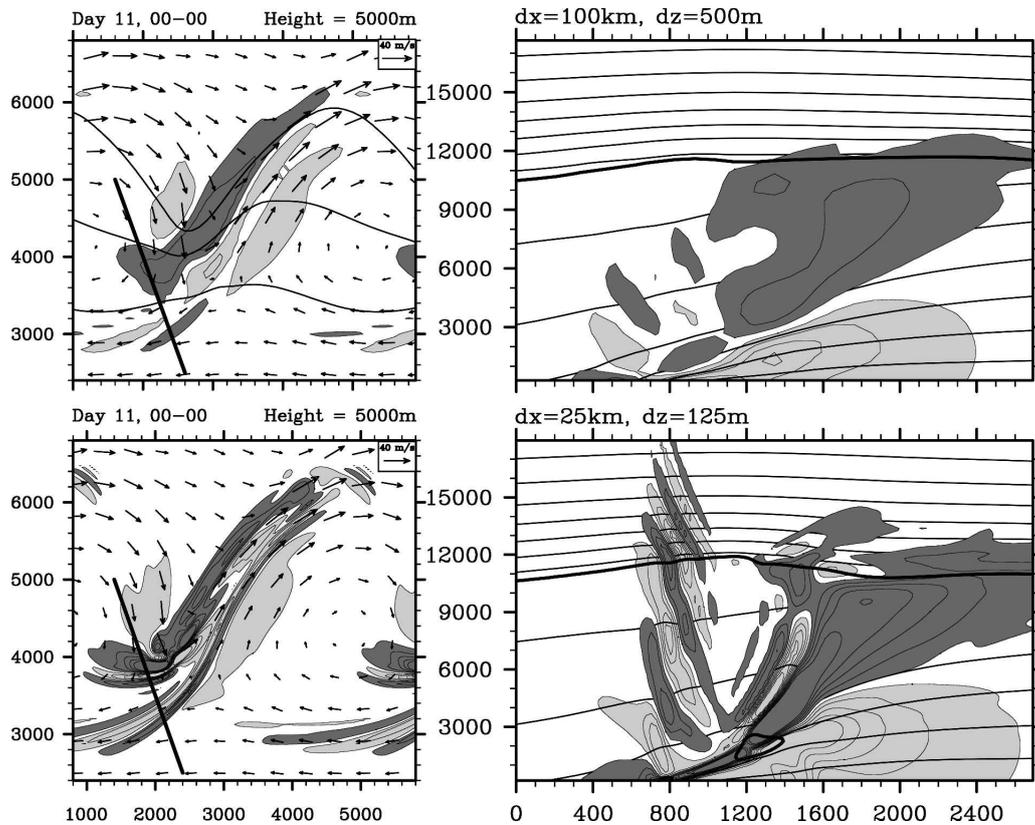


FIG. 11. (left) Horizontal and (right) vertical cross sections to be compared with those of the bottom row in Fig. 10 (anticyclonic life cycle, 0000 UTC day 11). The resolution is (top) halved and (bottom) doubled.

is thus as advised in the lower stratosphere and more than sufficient elsewhere. With this resolution, the solutions exhibit neither the corrugations of the frontal surface nor the standing waves beneath the front that would indicate numerical discretization errors were important. More important, the solutions are not sensitive to changes in the vertical resolution; doubling the vertical resolution hardly changes the results (not shown), which argues strongly against a role for numerical discretization errors. Hence, the authors are also confident that the inertia-gravity waves in the simulations are not numerical artifacts.

At the same time, the solutions presented here clearly depend on the magnitude and form of explicit dissipation in the numerical model. Both the frontal scale and the wavelength of any excited gravity waves decrease rapidly in regions of strong deformation. Without explicit small-scale dissipation in the model, gradients at the grid scale increase until the simulations are obviously contaminated by numerical errors. Explicit dissipation is therefore essential in our simulations. Moreover, we have chosen the dissipation to be

large enough to limit the power in near grid-scale features and thus to avoid significant numerical errors.

We have explored the sensitivity of our simulations to the explicit dissipation both by varying the form of the dissipation operator and by employing different resolutions with the explicit hyperdiffusion reduced at higher resolution as described in section 2. Considering first the form of the dissipation, Fig. 15 shows horizontal cross sections of $\nabla \cdot \mathbf{u}_H$ that have been obtained from four simulations of the standard life cycle: without explicit dissipation, with second-order diffusion ($\nu_2 = 1.5 \times 10^4 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$), with fourth-order diffusion ($\nu_4 = 3.75 \times 10^{13} \text{ m}^4 \text{ s}^{-1}$), and with fourth-order diffusion with a variable diffusivity coefficient (see section 2). Although the waves are qualitatively similar across all these simulations, they are sensitive in amplitude to the form of the dissipation, especially where their wavelengths have shrunk and approach the grid scale. We emphasize, however, that this sensitivity does not imply that the dissipation plays a role in the generation of these waves—the waves are affected by dissipation as

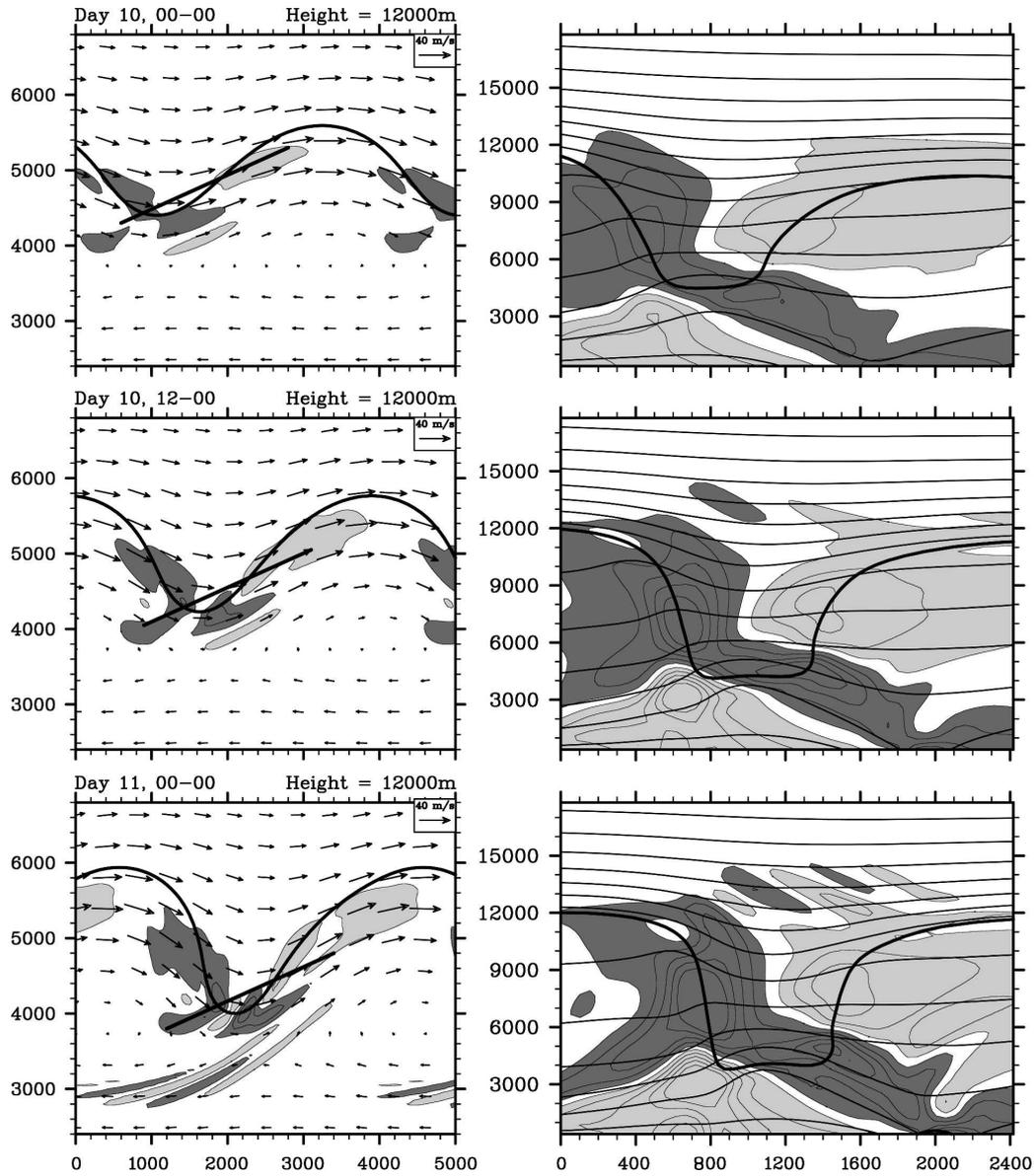


FIG. 12. Second wave packet identified in the anticyclonic run, in the lower stratosphere. The presentation is the same as Figs. 3 and 10. The horizontal cross sections in the left column are made at $z = 12$ km.

are all other small-scale motions, even if they are excited by an inviscid process. Moreover, the waves increase as dissipation decreases, which is strongly suggestive of an inviscid emission.

The waves also change when the dimensional coefficient of the hyperdiffusion changes for higher- or lower-resolution simulations. Recall from section 2 that we choose the maximum hyperdiffusion to scale as dx^4

TABLE 3. Characteristics of the inertia-gravity waves present in the anticyclonic run in the tropopause region. Column headings are the same as Table 1.

Resolution	λ_x	λ_y	λ_H	λ_z	$\tilde{\omega}$
$\Delta x = 100$ km	585 ± 35	785 ± 60	470 ± 23	2.9 ± 0.25	1.36 ± 0.05
$\Delta x = 50$ km	440 ± 20	550 ± 37	343 ± 18	2.2 ± 0.1	1.38 ± 0.02
$\Delta x = 25$ km	220 ± 17	430 ± 21	195 ± 12	2.3 ± 0.10	2.0 ± 0.1

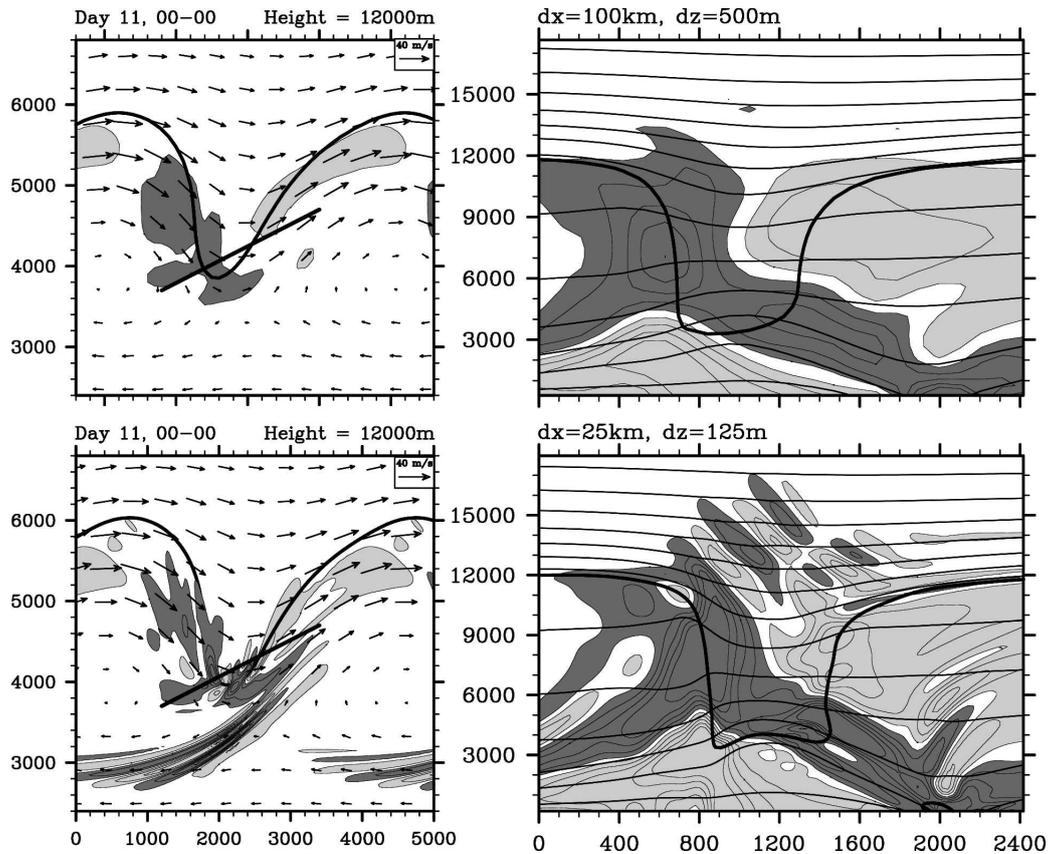


FIG. 13. (left) Horizontal and (right) vertical cross sections to be compared with those of the bottom row in Fig. 12 (anticyclonic life cycle, 0000 UTC day 11). The resolution is (top) halved and (bottom) doubled.

dt , so that doubling resolution (and halving the time step) decreases the hyperdiffusion by a factor of 8. Two sensitivities need to be considered, that of the baroclinic life cycle itself, and that of the inertia-gravity waves.

For the overall development of the baroclinic instability itself, the sensitivity to resolution and dissipation is small: the growth rate changes by a little more than 2% as the resolution is doubled. Details of the baroclinic wave do change as the resolution is increased: the surface fronts, and to a much lesser extent the upper-level front, collapse further when the dissipation is smaller, leading to stronger gradients.² When the reso-

lution is doubled, the maximum relative cyclonic vorticity in the surface front roughly doubles, whereas it increases only by about 25% in the upper-level front. This sensitivity of the frontal features to dissipation is well known from previous studies (e.g., Snyder et al. 1993), and is inevitable unless one adds unrealistically high dissipation. It is also worth noting that local Rossby numbers calculated as the ratio of relative to planetary vorticity are comparable in both the cyclonic and anticyclonic simulations (at the standard resolution: 4–5 near the surface fronts, around 1.5 at $z = 9$ km), and hence that these are not a sufficient indicator to diagnose regions of generation of gravity waves.

Regarding the inertia-gravity waves, we will first note that nesting could possibly have been used to obtain additional resolution and lower dissipation. However, this would come at the cost of potential numerical artifacts in the transitions from one domain to another, in particular in sensitive fields such as the vertical velocity and in crucial regions such as the fronts. Hence it was chosen not to use nesting in the present study.

² Thus, the frontal scale in our simulations is clearly set by the model's explicit dissipation. It is not clear what process, if any, limits frontal scales the atmosphere. Nevertheless, intense atmospheric fronts form rapidly and frequently, and typically persist for several days. Thus, the process by which the frontal scale equilibrates in our solutions is not realistic but existence and persistence of intense fronts is realistic.

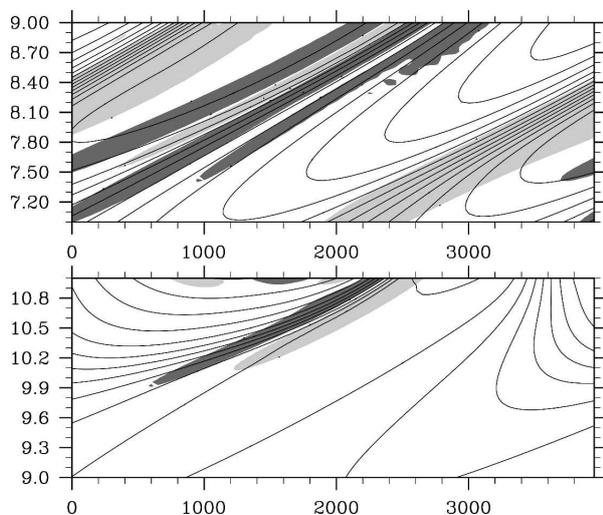


FIG. 14. Hovmöller diagrams showing the propagation of the gravity waves at the same phase speed as the baroclinic waves. Horizontal axis shows x in km, vertical axis is time in days. (upper) $\nabla \cdot \mathbf{u}_H$ (gray shading, as in Fig. 3) and potential temperature for $y = 5000$ km, $z = 11$ km (contours every 5 K) in the standard life cycle (wave packet described in section 3a). (lower) Similarly, $\nabla \cdot \mathbf{u}_H$ for $y = 4300$ km, $z = 2.5$ km, and potential temperature for $y = 4300$ km, $z = 150$ m (contours every 2.5 K) in the anticyclonic life cycle (wave packet described in section 4a).

For the sensitivity of the inertia-gravity waves themselves to dissipation and resolution, several reasons are possible. The waves may change because the source and generated waves change as resolution increases and dissipation decreases, allowing a source with smaller scales to generate waves with smaller scales, or, the source and generated waves being unchanged, because propagation effects lead to finer and finer wavelengths [effect of the shear as in O'Sullivan and Dunkerton (1995), or of deformation as in Plougonven and Snyder (2005)]. This latter effect, due to propagation of waves in a complex flow, is unavoidable, as it is for the advection of a passive tracer leading to finer and finer scales as resolution is increased (Bühler and McIntyre 2005).

Now, for the four wave packets that have been identified in sections 3a, 3b, 4a, and 4b, different sensitivities to resolution need to be distinguished: sensitivity in amplitude and in characteristics (wavelengths, intrinsic frequency).

The waves excited by the upper-level jet (section 3a), show some sensitivity in both characteristics (wavelengths only) and amplitude. The wavelengths within the wave packet are inhomogeneous. As resolution is doubled (Table 1), the minimal wavelength at the front of the wave packet decreases, yet the rest of the cross sections show quite comparable signals (Figs. 3, 6) and the intrinsic frequency is remarkably insensitive to

resolution. This suggests that although the simulations do not converge, they are describing correctly a part of the wave dynamics, even at the lowest resolution.³ Plougonven and Snyder (2005) argued that this can be due to propagation effects (wave capture; Bühler and McIntyre 2005) that are well described even at low resolution.

The Zhang wave packet (section 3b) showed a very important sensitivity for the amplitude of the waves: in the low resolution run, these waves were essentially absent, yet they had significant amplitudes at high resolution (Table 4). Similarly, these waves were also very sensitive to the dissipation. On the other hand, the aspect ratio of the waves was not found to vary significantly as resolution was increased from moderate to high.

For the waves excited by the surface fronts (section 4a), the sensitivity in amplitude is similar to the one found for the main wave packet of the standard run, but the sensitivity in the characteristics is very different. Intrinsic frequency increases as the resolution is increased (see Table 2). Phase lines become steeper and the waves propagate upward more quickly (Fig. 11): as the resolution is increased from $\Delta x = 100$ km to $\Delta x = 50$ km and to $\Delta x = 25$ km, the vertical group velocity goes from 0.15 to 0.25 m s^{-1} and finally to 0.53 m s^{-1} .

Finally, the waves excited above the tip of the tropopause fold in the anticyclonic run exhibit significant sensitivity in both amplitude and characteristics (section 4b). These waves are essentially absent from the low-resolution run, and their intrinsic frequency increases as resolution is increased, though not as significantly as that of the waves excited above the surface cold front.

In summary, the waves excited in the idealized baroclinic life cycles are likely not numerical artifacts. A number of features remain stable as resolution is increased, suggesting that these simulations will provide valuable information to understand the mechanisms generating the waves. On the other hand, the sensitivity to resolution makes it difficult to conclude on the amplitudes that these waves may have in nearly inviscid flows.

7. Conclusions and perspectives

The spontaneous generation of gravity waves from jets and fronts in simulations of idealized baroclinic life

³ In the same way, the European Centre for Medium-Range Weather Forecasts (ECMWF) analyses contain valid information on underresolved inertia-gravity waves (Plougonven and Teitelbaum 2003).

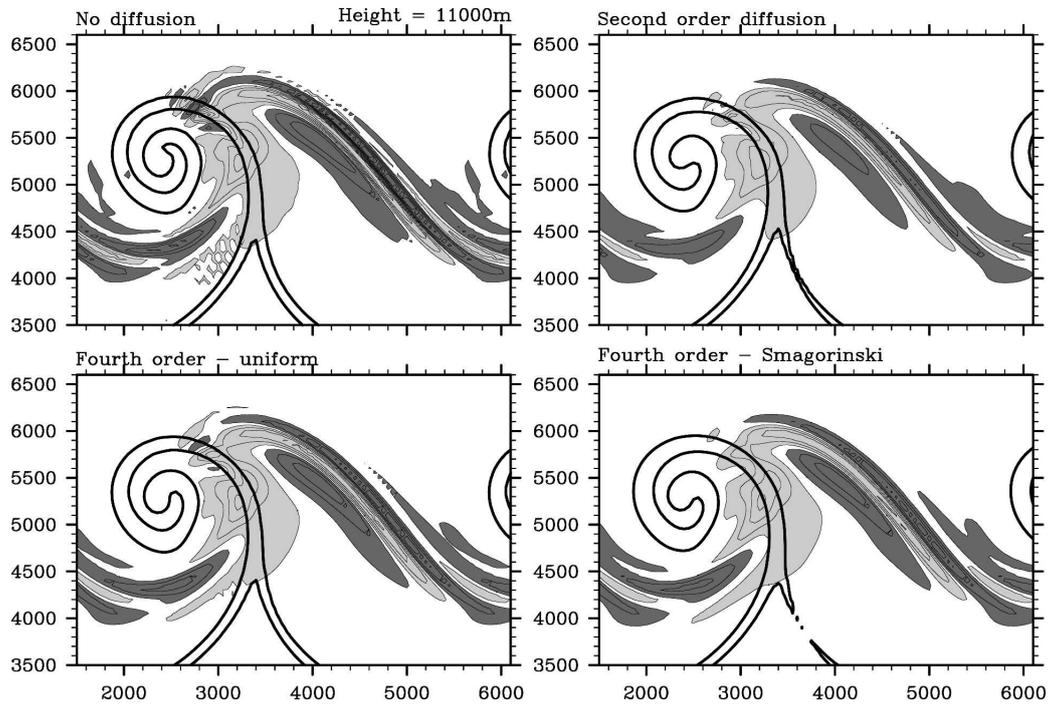


FIG. 15. Horizontal maps of $\nabla \cdot \mathbf{u}_H$ (contours as in Fig. 3) at $z = 11$ km, in simulations of the standard life cycle using different dissipation schemes: (upper left) no explicit diffusion, (upper right) second-order horizontal diffusion, (lower left) fourth order, and (lower right) fourth order with a varying coefficient. As a reminder of the location of the surface front, the contour where the relative vorticity at $z = 150$ m is equal to $1.25f$ is included. In the run without horizontal dissipation, the noisy features that start to appear above the cold front ($x = 3000$ km, $y = 4300$ km) are spurious numerical features that made it necessary to include explicit diffusion.

cycles has been described. The investigation of two very different life cycles showed that the generation can depend strongly on the details of the baroclinic wave's development.

The first baroclinic life cycle was dominated by the development of cyclonic vortices (Fig. 2). The most conspicuous gravity wave packets are found in the highly sheared regions just above and below the jet core, from ridge to trough (Fig. 3). Their upward and downward propagation away from the jet is clear indication that the source of the waves is the jet. The stratospheric waves are similar to the ones described by O'Sullivan and Dunkerton (1995). Their low intrinsic

frequency ($\sim 1.3f$), on the other hand, is stable regardless of resolution, which is likely evidence of the importance of propagation effects (Plougonven and Snyder 2005).

Another wave packet was found in this first baroclinic life cycle. It is located in the upper-troposphere and lower stratosphere, above the location of the occlusion at the surface (section 3b), and is very similar to the one described by Zhang (2004). The complex structure of this wave packet and of the flow around and below it make it difficult to determine clear values for its characteristics or to identify tentatively a source.

The second baroclinic life cycle was dominated by

TABLE 4. Order of magnitude for the amplitudes of the divergence associated with the different wave packets. From the standard baroclinic life cycle: main wave packet (section 3a) above the jet (column 1), below the jet 2, Zhang wave packet (3, section 3b), and the surface front waves (4, section 3c). From the anticyclonic life cycle: waves above the cold front (5, section 4a), and waves in the lower stratosphere (6, section 4b).

	1	2	3	4	5	6
$\Delta x = 100$ km	0.05–0.06 <i>f</i>	0.04–0.08 <i>f</i>	—	—	0.05–0.07 <i>f</i>	0.02–0.04 <i>f</i>
$\Delta x = 50$ km	0.15–0.2 <i>f</i>	0.1–0.14 <i>f</i>	0.02–0.04 <i>f</i>	0.008–0.012 <i>f</i>	0.1–0.15 <i>f</i>	0.08–0.12 <i>f</i>
$\Delta x = 25$ km	0.25–0.3 <i>f</i>	0.15–0.20 <i>f</i>	0.1–0.15 <i>f</i>	0.015–0.02 <i>f</i>	0.25–0.3 <i>f</i>	0.15–0.2 <i>f</i>

anticyclonic behavior (Fig. 9). The most conspicuous gravity wave packet was found in the troposphere ahead of the cold front (Fig. 10). The waves had higher intrinsic frequencies ($1.5\text{--}3f$; Table 2), and hence larger group velocities. In contrast to the waves in the standard life cycle, their intrinsic frequency was sensitive to resolution (Fig. 11; Table 2) but their vertical wavelength was not. This difference likely indicates that the generation mechanism is different.

A second wave packet was found in this anticyclonic baroclinic life cycle. It is located in the tropopause region, in the trough and just downstream of it (section 4b). In contrast to the lower-stratospheric wave packet described in the standard baroclinic life cycle (section 3a), the waves do not appear confined a region of sharp vertical shear just above the tropopause (see Fig. 12). Moreover, they also differ by the sensitivity of their intrinsic frequency to the resolution.

All these different wave packets share one important feature (section 5): they are nearly stationary with respect to the synoptic-scale baroclinic wave and thus their zonal phase speed relative to the ground is the same as that of the baroclinic wave ($13\text{--}15\text{ m s}^{-1}$). This may be of importance to modelers, as the corresponding momentum fluxes will always be in the eastward direction.

We have not emphasized the amplitude of these simulated wave packets as it depends significantly on the dissipation in the numerical model and on resolution, to the extent that we decrease the model's explicit dissipation as resolution increases. The wave amplitude increases as the dissipation decreases (and resolution increases) and the present simulations thus underestimate wave amplitude in these idealized flows. In the real atmosphere, surface drag and mixing in the planetary boundary layer likely have the opposite effect, slowing the development of the baroclinic system and its fronts and reducing wave generation (though not eliminating it; see Fig. 11 of Rotunno et al. 1998).

Overall, the different life cycles emphasize different source regions and possibly different generating mechanisms. This study brings together, in one set of simulations, results from several previous works, and presents a new type of excited wave packet. With the possibility of producing other (intermediate) baroclinic life cycles, this provides a consistent framework that will be used in Part II (in preparation) to pursue the study of the spontaneous generation of gravity waves from balanced flows.

The challenge remains to explain quantitatively this generation. Because of the dependence on dissipation and resolution, previous studies (O'Sullivan and Dunkerton 1995; Zhang 2004) have focused on one

case and increased the resolution as much as possible. Our approach is complementary: we have shown that simulations at an intermediate resolution ($\Delta x = 50\text{ km}$) already carry valuable and reliable information. Comparison of different simulations at this resolution is underway to test systematically the relevance of different imbalance diagnostics as predictors for inertia-gravity wave generation (Plougonven and Zhang 2007 and references therein), and to discuss the effects of the horizontal propagation, as it was shown that these effects could be important (Plougonven and Snyder 2005).

Acknowledgments. The authors wish to thank Rich Rotunno for discussions and comments on the manuscript, David J. Muraki and Fuqing Zhang for stimulating discussions, and Bill Skamarock, Wei Wang, George Bryan, and Todd Lane for help with the numerical model. RP was supported by an Award for Newly Appointed Lecturers of the Nuffield Foundation, and by the Programme National de Chimie Atmosphérique. Computing resources were provided by NCAR's Scientific Computing Division. CS acknowledges support from the National Science Foundation through Grant CMG-0327582.

APPENDIX A

Initial Conditions for the Simulations

To have a sharp and well-defined tropopause, we obtain the balanced zonal jet by inverting a specified PV distribution in the (y, z) plane. This distribution is specified in a form similar to that described by Rotunno et al. (1994). In contrast to these authors however, we are not making the Boussinesq approximation. To invert the PV in the primitive equations, we change coordinates to (y, π) coordinates (cf. Davis and Emanuel 1991), where $\pi = c_p(P/P_0)^\kappa$ is the Exner function, with $c_p = 1004\text{ J K}^{-1}\text{ kg}^{-1}$, P_0 a reference pressure value, and $\kappa = 287/1004$. As we consider a purely zonal flow, the geostrophic solution is an exact stationary solution of the full equations. Expressing PV in (y, π) coordinates leads to a single equation for q involving only one variable, Φ , the geopotential height [cf. Davis and Emanuel (1991), their Eq. (2.3)]. This equation is solved by successive overrelaxation, as in Rotunno et al. (1994).

The boundary conditions specified are zero wind on the lateral walls, the potential temperature at the top of the domain in (y, π) , and the value of Φ at the bottom of the domain in (y, π) . To change the nonlinear development of the baroclinic instability and obtain different life cycles, previous authors have typically added barotropic shear (e.g., Thorncroft et al. 1993). Here, in order to preserve the structure of the PV field, we have

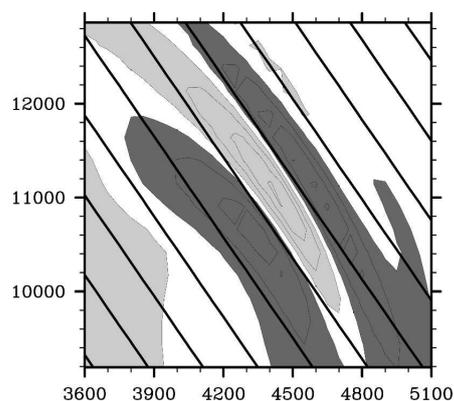


FIG. B1. Zonal cross section comparing the raw divergence field and the spatial wave characteristics obtained as described in appendix B, for the standard run, 1200 UTC day 8. Horizontal axis is x in km, vertical axis is z in m, and the section is taken at $y = 5300$ km. The black lines show the zero phase lines for a sinusoidal signal with wavelengths $\lambda_x = 475$ km, $\lambda_y = 525$, and $\lambda_z = 1.7$ km.

simply modified the lower boundary condition, specifying Φ on $\pi = c_p$ so as to have constant shear in the center of the domain, and a smoothly vanishing zonal velocity and relative vorticity near the lateral boundaries.

APPENDIX B

Quantifying the Characteristics of the Waves

To identify the wavelengths (λ_x , λ_y , and λ_z), a volume containing the wave packet of interest was isolated for two fields, the divergence and the vertical velocity, either raw or filtered using running averages. For each zonal, meridional, and vertical profile, the wavenumber such that a sinusoidal signal best correlated with the initial field was found. The wavenumbers thus obtained were then averaged and considered robust if two conditions were met: 1) plots confirmed that they described well the wave packet (see, e.g., Fig. B1); 2) the results exhibited only small variations when different filters were used. The method in general is robust, although it may tend to slightly overestimate the wavelengths. In Tables 1–3, the error bars indicated were obtained as the standard deviation of the results obtained from applying the method either to the vertical velocity or to divergence, using different filters or no filter.

REFERENCES

- Bosart, L. F., and F. Sanders, 1986: Mesoscale structure in the megalopolitan snowstorm of 11–12 February 1983. Part III: A large-amplitude gravity wave. *J. Atmos. Sci.*, **43**, 924–939.
- Bühler, O., and M. E. McIntyre, 2005: Wave capture and wave-vortex duality. *J. Fluid Mech.*, **534**, 67–95.
- Bush, A. B., J. C. McWilliams, and W. R. Peltier, 1995: Origins and evolution of imbalance in synoptic-scale baroclinic wave life cycles. *J. Atmos. Sci.*, **52**, 1051–1069.
- Buss, S., A. Hertzog, C. Hostettler, T. P. Bui, D. Lüthi, and H. Wernli, 2004: Analysis of a jet stream induced gravity wave associated with an observed ice cloud over Greenland. *Atmos. Chem. Phys.*, **3**, 5875–5918.
- Charron, M., and E. Manzini, 2002: Gravity waves from fronts: Parameterization and middle atmosphere response in a general circulation model. *J. Atmos. Sci.*, **59**, 923–941.
- Davis, C. A., and K. A. Emanuel, 1991: Potential vorticity diagnostics of cyclogenesis. *Mon. Wea. Rev.*, **119**, 1929–1953.
- Eckermann, S. D., and R. A. Vincent, 1993: VHF radar observations of gravity-wave production by cold fronts over Southern Australia. *J. Atmos. Sci.*, **50**, 785–806.
- Ford, R., 1994: The response of a rotating ellipse of uniform potential vorticity to gravity wave radiation. *Phys. Fluids*, **6**, 3694–3704.
- , M. E. McIntyre, and W. A. Norton, 2000: Balance and the slow quasimanifold: Some explicit results. *J. Atmos. Sci.*, **57**, 1236–1254.
- Fritts, D. C., and Z. Luo, 1992: Gravity wave excitation by geostrophic adjustment of the jet stream. Part I: Two-dimensional forcing. *J. Atmos. Sci.*, **49**, 681–697.
- , and G. D. Nastrom, 1992: Sources of mesoscale variability of gravity waves. Part II: Frontal, convective, and jet stream excitation. *J. Atmos. Sci.*, **49**, 111–127.
- , and M. J. Alexander, 2003: Gravity wave dynamics and effects in the middle atmosphere. *Rev. Geophys.*, **41**, 1003, doi:10.1029/2001RG000106.
- Gill, A. E., 1982: *Atmosphere–Ocean Dynamics*. Academic Press, 662 pp.
- Griffiths, M., and M. J. Reeder, 1996: Stratospheric inertia-gravity waves generated in a numerical model of frontogenesis. I: Model solutions. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **122**, 1153–1174.
- Guest, F. M., M. J. Reeder, C. J. Marks, and D. J. Karoly, 2000: Inertia-gravity waves observed in the lower stratosphere over Macquarie Island. *J. Atmos. Sci.*, **57**, 737–752.
- Kim, Y.-J., S. D. Eckermann, and H.-Y. Chun, 2003: An overview of the past, present and future of gravity-wave drag parameterization for numerical climate and weather prediction models. *Atmos.–Ocean*, **41**, 65–98.
- Lane, T. P., J. D. Doyle, R. Plougonven, M. A. Shapiro, and R. D. Sharman, 2004: Observations and numerical simulations of inertia-gravity waves and shearing instabilities in the vicinity of a jet stream. *J. Atmos. Sci.*, **61**, 2692–2706.
- Lindzen, R. S., and M. Fox-Rabinowitz, 1989: Consistent vertical and horizontal resolution. *Mon. Wea. Rev.*, **117**, 2575–2583.
- McLandress, C., and J. F. Scinocca, 2005: The GCM response to current parameterizations of nonorographic gravity wave drag. *J. Atmos. Sci.*, **62**, 2394–2413.
- Molemaker, M. J., J. C. McWilliams, and I. Yavneh, 2005: Baroclinic instability and loss of balance. *J. Phys. Oceanogr.*, **35**, 1505–1517.
- O’Sullivan, D., and T. J. Dunkerton, 1995: Generation of inertia-gravity waves in a simulated life cycle of baroclinic instability. *J. Atmos. Sci.*, **52**, 3695–3716.
- Pavelin, E., J. Whiteway, and G. Vaughan, 2001: Observation of gravity wave generation and breaking in the lowermost stratosphere. *J. Geophys. Res.*, **106** (D6), 5173–5179.
- Pecnick, M. J., and D. Keyser, 1989: The effect of spatial resolution on the simulation of upper-tropospheric frontogenesis

- using a sigma-coordinate primitive equation model. *Meteor. Atmos. Phys.*, **40**, 137–149.
- Plougonven, R., and V. Zeitlin, 2002: Internal gravity wave emission from a pancake vortex: An example of wave–vortex interaction in strongly stratified flows. *Phys. Fluids*, **14**, 1259–1268.
- , and H. Teitelbaum, 2003: Comparison of a large-scale inertia–gravity wave as seen in the ECMWF analyses and from radiosondes. *Geophys. Res. Lett.*, **30**, 1954, doi:10.1029/2003GL017716.
- , and C. Snyder, 2005: Gravity waves excited by jets: Propagation versus generation. *Geophys. Res. Lett.*, **32**, L18892, doi:10.1029/2005GL023730.
- , and V. Zeitlin, 2005: Lagrangian approach to the geostrophic adjustment of frontal anomalies in a stratified fluid. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, **99**, 101–135.
- , and F. Zhang, 2007: On the forcing of inertia–gravity waves by synoptic-scale flows. *J. Atmos. Sci.*, **64**, 1737–1742.
- , H. Teitelbaum, and V. Zeitlin, 2003: Inertia gravity wave generation by the tropospheric midlatitude jet as given by the Fronts and Atlantic Storm-Track Experiment radio soundings. *J. Geophys. Res.*, **108**, 4686, doi:10.1029/2003JD003535.
- , D. J. Muraki, and C. Snyder, 2005: A baroclinic instability that couples balanced motions and gravity waves. *J. Atmos. Sci.*, **62**, 1545–1559.
- Polavarapu, S. M., and W. R. Peltier, 1990: The structure and nonlinear evolution of synoptic scale cyclones: Life cycle simulations with a cloud-scale model. *J. Atmos. Sci.*, **47**, 2645–2673.
- Ralph, F. M., P. J. Neiman, and T. L. Keller, 1999: Deep-tropospheric gravity waves created by leeside cold fronts. *J. Atmos. Sci.*, **56**, 2986–3009.
- Reeder, M. J., and M. Griffiths, 1996: Stratospheric inertia–gravity waves generated in a numerical model of frontogenesis. Part II: Wave sources, generation mechanisms and momentum fluxes. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **122**, 1175–1195.
- Reznik, G. M., V. Zeitlin, and M. Ben Jelloul, 2001: Nonlinear theory of geostrophic adjustment. Part 1. Rotating shallow-water model. *J. Fluid Mech.*, **445**, 93–120.
- Rotunno, R., C. Snyder, and W. C. Skamarock, 1994: An analysis of frontogenesis in numerical simulations of baroclinic waves. *J. Atmos. Sci.*, **51**, 3373–3398.
- , —, and —, 1998: Effects of surface drag on fronts within numerically simulated baroclinic waves. *J. Atmos. Sci.*, **55**, 2119–2129.
- Shibata, T., K. Sato, H. Kobayashi, M. Yabuki, and M. Shiobara, 2003: Antarctic polar stratospheric clouds under temperature perturbation by nonorographic inertia gravity waves observed by micropulse lidar at Syowa Station. *J. Geophys. Res.*, **108**, 4105, doi:10.1029/2002JD002713.
- Skamarock, W. C., J. B. Klemp, J. Dudhia, D. O. Gill, D. M. Barker, W. Wang, and J. G. Powers, 2005: A description of the Advanced Research WRF Version 2. NCAR Tech. Note NCAR/TN-468+STR, 100 pp.
- Snyder, C., W. C. Skamarock, and R. Rotunno, 1991: A comparison of primitive-equation and semigeostrophic simulations of baroclinic waves. *J. Atmos. Sci.*, **48**, 2179–2194.
- , —, and —, 1993: Frontal dynamics near and following frontal collapse. *J. Atmos. Sci.*, **50**, 3194–3211.
- Stobie, J. G., F. Einaudi, and L. W. Uccellini, 1983: A case study of gravity waves–convective storms interaction: 9 May 1979. *J. Atmos. Sci.*, **40**, 2804–2830.
- Thomas, L., R. M. Worthington, and A. J. McDonald, 1999: Inertia–gravity waves in the troposphere and lower stratosphere associated with a jet stream exit region. *Ann. Geophys.*, **17**, 115–121.
- Thorncroft, C. D., B. J. Hoskins, and M. E. McIntyre, 1993: Two paradigms of baroclinic-wave life-cycle behaviour. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **119**, 17–55.
- Uccellini, L. W., and S. E. Koch, 1987: The synoptic setting and possible energy sources for mesoscale wave disturbances. *Mon. Wea. Rev.*, **115**, 721–729.
- Vanneste, J., and I. Yavneh, 2004: Exponentially small inertia–gravity waves and the breakdown of quasigeostrophic balance. *J. Atmos. Sci.*, **61**, 211–223.
- Zhang, F., 2004: Generation of mesoscale gravity waves in upper-tropospheric jet–front systems. *J. Atmos. Sci.*, **61**, 440–457.
- , S. E. Koch, C. A. Davis, and M. L. Kaplan, 2001: Wavelet analysis and the governing dynamics of a large amplitude mesoscale gravity wave event along the east coast of the United States. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **127**, 2209–2245.
- , S. Wang, and R. Plougonven, 2004: Uncertainties in using the hodograph method to retrieve gravity wave characteristics from individual soundings. *Geophys. Res. Lett.*, **31**, L11110, doi:10.1029/2004GL019841.

Gravity waves excited by jets: Propagation versus generation

R. Plougonven

School of Mathematics and Statistics, University of St. Andrews, St. Andrews, UK

C. Snyder

National Center for Atmospheric Research, Boulder, Colorado, USA

Received 6 June 2005; revised 10 August 2005; accepted 18 August 2005; published 17 September 2005.

[1] Atmospheric jets are known to be an important source of inertia-gravity waves, yet remain poorly understood as such. Previous studies on the subject have concentrated on the generation mechanisms for the gravity waves, with the underlying assumption that the characteristics of the waves were imposed by the generation mechanism. In proceeding so, effects due to the propagation of the waves through a complex three-dimensional flow have been overlooked. Using numerical simulations of idealized baroclinic instability in a periodic channel, we show that propagation effects can determine several characteristics of the gravity waves emitted into the middle atmosphere from tropospheric jets. Specifically, the numerical simulations demonstrate that the propagation of inertia-gravity waves through horizontal deformation and vertical shear strongly influences the spatial organization of the waves and imposes the 3D orientation of their wave-vector. **Citation:** Plougonven, R., and C. Snyder (2005), Gravity waves excited by jets: Propagation versus generation, *Geophys. Res. Lett.*, 32, L18802, doi:10.1029/2005GL023730.

1. Introduction

[2] As general circulation models are extended to higher altitudes, it is necessary to better understand the tropospheric sources of gravity waves which provide a crucial forcing to the circulation of the Middle Atmosphere [Fritts and Alexander, 2003]. In particular, tropospheric jets are known to be significant sources of gravity waves, yet the reasons for this remain poorly understood. Another motivation for the investigation of gravity waves excited by jets is the turbulence that they can induce in the lower stratosphere, above the jet stream [Lane et al., 2004].

[3] Intense inertia-gravity waves associated to jets are often observed in the vicinity of the jet-exit regions, either near a ridge [Uccellini and Koch, 1987; Guest et al., 2000], or near a trough [Plougonven et al., 2003]. Numerical studies investigating gravity wave excitation in idealized baroclinic life-cycles have also found that gravity waves typically appear in jet-exit regions [O'Sullivan and Dunkerton, 1995; Zhang, 2004]. Both sorts of studies have generally argued in consequence that the gravity waves are generated in the jet-exit region.

[4] To date, such arguments have ignored how propagation through the time-dependent, three-dimensional baroclinic flow might influence the observed and simulated gravity waves. The importance of propagation effects is,

however, clear in simpler problems. Geostrophic adjustment within a flow as simple as a barotropic zonal jet already differs significantly from the standard scenario because the jet modifies the propagation of the gravity waves [Plougonven and Zeitlin, 2005]. Studies of gravity-wave generation in two-dimensional frontogenesis [Snyder et al., 1993; Reeder and Griffiths, 1996] have also illustrated that the propagation of the excited waves can explain essential features of the wave pattern.

[5] In this article, we analyse gravity waves spontaneously generated in simulations of an idealized baroclinic life cycle and show that the propagation of the waves sets several of their characteristics. In the lower stratosphere, the gravity waves concentrate in specific regions of the flow with strong horizontal deformation and vertical shear. We show that simple considerations of linear propagation may explain the location of the waves and provide predictions for the 3D orientation of their wave-vector [Bühler and McIntyre, 2005].

2. Propagation in a Deformation Flow With Vertical Shears

[6] We present here an effect recently highlighted by Bühler and McIntyre [2005] (previously identified by Badulin and Shrira [1993]), which these authors have called 'wave capture.' Consider as a steady background flow the superposition of a horizontal deformation field and vertical shears:

$$\mathbf{U} = (U, V) = (-\alpha x + \beta z, \alpha y + \gamma z). \quad (1)$$

[7] We obtain the evolution of the three components of the wavenumber $\mathbf{k} = (k, l, m)$ of a gravity wave packet from the ray-tracing equations [Lighthill, 1978]:

$$D_g(k, l, m) = \left(-\frac{\partial \Omega}{\partial x}, -\frac{\partial \Omega}{\partial y}, -\frac{\partial \Omega}{\partial z} \right). \quad (2)$$

where $D_g = \partial/\partial t + \mathbf{c}_g \cdot \nabla$ is the total derivative along a ray, $\Omega = \tilde{\omega} + \mathbf{k} \cdot \mathbf{U}$ is the absolute frequency of the wave packet, and $\tilde{\omega}$ is the intrinsic frequency.

[8] Using (1) in (2), and integrating from (k_0, l_0, m_0) as the initial wavevector, we obtain:

$$(k, l, m) = \left(k_0 e^{\alpha t}, l_0 e^{-\alpha t}, m_0 - \frac{\beta}{\alpha} k_0 (e^{\alpha t} - 1) + \frac{\gamma}{\alpha} l_0 (e^{-\alpha t} - 1) \right). \quad (3)$$

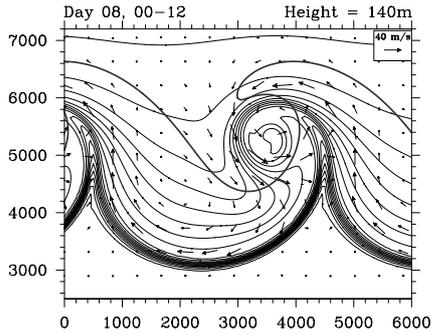


Figure 1. Mature stage of the baroclinic life-cycle, depicted by the potential temperature near the surface ($z = 140$ m, contours every 1.25 K) at day 08, 12:00. Also shown as a thick line is the 3 pvu line at $z = 8$ km, to suggest the deformation of the tropopause aloft. The domain is 4000 km long and periodic in x ; for clarity, one and a half periods are shown.

[9] Provided the wave vector is not initially purely along the y axis, it tends to infinity at an exponential rate given by the deformation α , and aligns with the direction given by

$$(\alpha^2 + \beta^2)^{-1/2}(\alpha, 0, \beta). \quad (4)$$

[10] As the wavelengths of the waves shrink, the group velocity of the wavepacket vanishes and it is advected toward the dilatation axis taken from the stagnation point (the y -axis in the above) and concentrates there [Bühler and McIntyre, 2005].

[11] The above theoretical arguments ignore the possibility of additional spatial or temporal variations of the background flow. Nevertheless, from these simple theoretical considerations we may form three predictions to test in simulations of baroclinic life cycles:

[12] 1. Regions within the baroclinic wave where the horizontal deformation is large and where the flow relative to the baroclinic wave is weak will play a key role in organizing the gravity wave field.

[13] 2. The wavevector of the gravity waves will align with a direction, given by (4), that one can obtain from a coarse-grained knowledge of the background flow.

[14] 3. The wavelengths of the gravity waves will decrease and their phase lines in the horizontal will align with the local dilatation axis as they approach the region of wave capture.

3. Model Setup and Baroclinic Life Cycle

[15] The Weather Research and Forecast Model [Skamarock *et al.*, 2005] is used to simulate the evolution of baroclinic instability of a jet on the f -plane, in a channel that is periodic in the x direction. The domain is 4000 km in x , 10000 km in y , and 20 km deep. The upper boundary is a free surface. Below we will concentrate on moderate-resolution simulations having 50 km grid spacing in the horizontal and 250 m in the vertical. A Smagorinski scheme with fourth-order diffusion provides dissipation.

[16] The initial state consists of a superposition of a purely zonal jet in geostrophic equilibrium and its most unstable normal mode with a small amplitude. The zonal jet is obtained in a fashion similar to Rotunno *et al.* [1994]. A sharp tropopause separates the troposphere (with uniform potential vorticity (PV) of 0.4 PVU) from the stratosphere (with uniform PV of 4 PVU).

[17] During the first 7 to 8 days, the normal mode grows exponentially, as expected. The evolution of the mature baroclinic instability then becomes nonlinear (Figure 1): strong fronts form near the surface and a tongue of warm air rolls up cyclonically. Once the instability has saturated, a strong cyclonic vortex dominates the flow from the surface to the lower stratosphere.

[18] Gravity waves are seen clearly in several locations by day 7 (not shown), in particular above and below the jet.

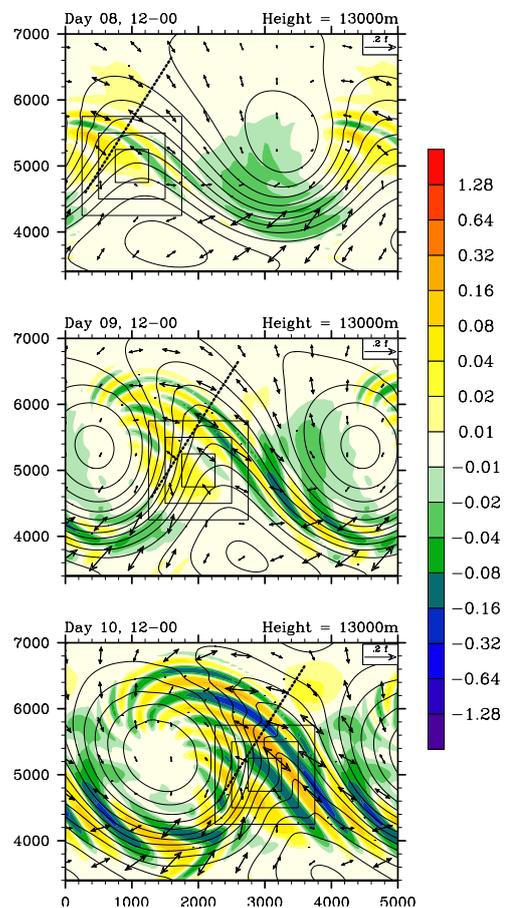


Figure 2. Maps of divergence of the horizontal wind at $z = 13$ km, for day 8, 12:00 (upper panel), day 9, 12:00 (middle panel) and day 10, 12:00. Contours of the divergence are logarithmic, as shown by the label bar (units are 10^{-4}s^{-1}). Double arrows indicate the direction and intensity of the local deformation. Potential temperature is indicated by the black lines (contour every 5K). The squares indicate the volumes over which averages of the background deformation and vertical shears were calculated. The thick dashed line shows the location of the cross-sections shown in Figure 3. In the last panel, note a secondary wavepacket, near $x = 2000$ km and $y = 3800$ km, that is also oriented along the local dilatation axis.

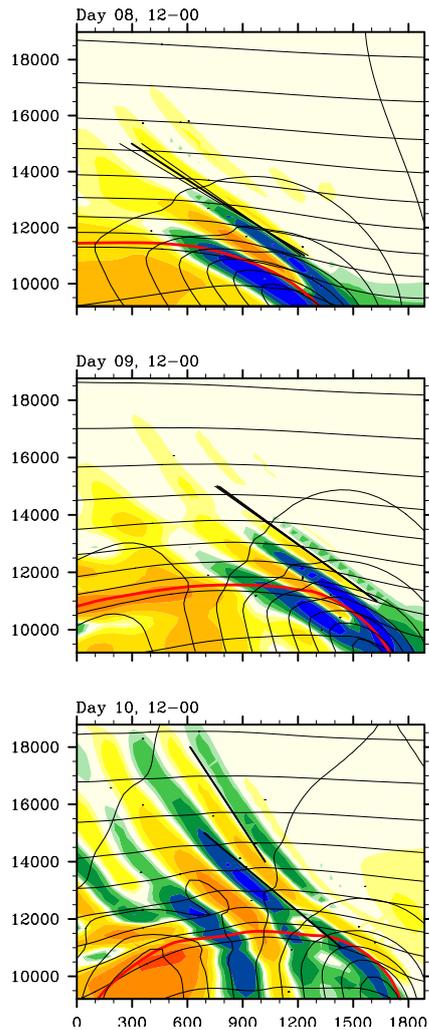


Figure 3. Vertical cross-sections along the dotted lines indicated in Figure 2. Vertical axis shows altitude in m, the horizontal axis shows distance in km along the cross-section. The background flow is depicted by normal velocity and potential temperature as black contours (every 10 m s^{-1} and 10 K respectively), and the tropopause (3 pvu) as the thick red line. Colors indicate the divergence of horizontal wind, with the same contours as in Figure 2. The black line segments show the slope obtained according to (4), from averages of the background flow taken in the squares shown in Figure 2 and at most between 11 and 15 km. To show the spread of the slopes obtained from averaging over different volumes, three lines are plotted, corresponding to the mean, and \pm one standard deviation. Except in the upper panel, the three lines are indistinguishable. Finally, in the lower panel, the slope obtained from averaging over volumes between 14 and 18 km is also shown.

We will focus on the gravity waves that propagate into the lower stratosphere above the jet.

4. Results

[19] The divergence of horizontal wind is used to identify the gravity waves present in the flow [Plougonven

and Teitelbaum, 2003]. Horizontal cross-sections of the wave field in the lower stratosphere are displayed in Figure 2. In agreement with the arguments of section 2, we find that regions with strong horizontal deformation play a key role in organizing the gravity-wave field, and that the phase lines tend to align with the dilatation axis.

[20] To compare the orientation of the wave vector with the prediction (4), the mean deformation ($\alpha = 0.5 \sqrt{(\partial u/\partial x - \partial v/\partial y)^2 + (\partial u/\partial y + \partial v/\partial x)^2}$) and vertical shear ($\gamma = \partial u_{\text{contr}}/\partial z$, where u_{contr} is the component of velocity parallel to the contraction axis), of the flow were obtained by averaging over large volumes of fluid. (As shown in Figure 3, the predicted orientation varies little as the dimensions of the volume over which the averages are calculated varies from 500 to 1500 km in the horizontal, and from 1 to 4 km in the vertical.)

[21] The vertical cross-sections of Figure 3 show a striking agreement between the slope of the phase lines and that predicted by (4). Furthermore, as expected from section 2, the wavelengths decrease as the wave packet approaches the dilatation axis.

[22] Finally, the amplitude of the gravity waves is very sensitive to the resolution, but their location and orientation is not (Figure 4). The dependence of the wavelength on model resolution is consistent with the theoretical arguments of section 2 and the finite resolution and dissipation of the model. In the simulations, a balance between the small-scale dissipation and the tendency for the wavelength to decrease (cf. (3)) is attained. Since the dissipation is decreased as the resolution increases,

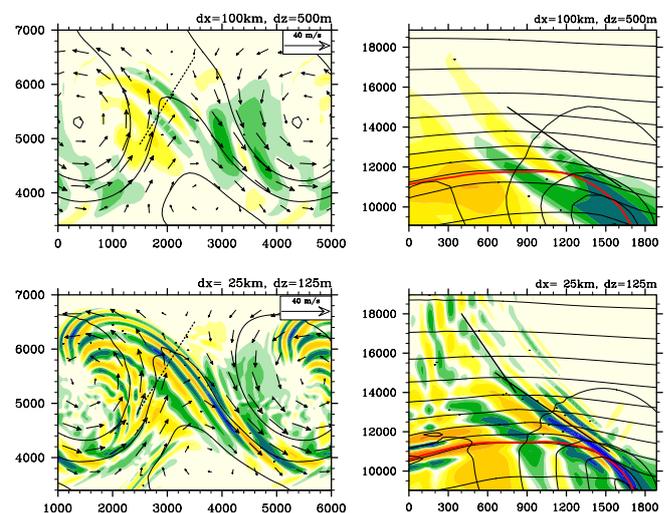


Figure 4. Horizontal and vertical cross-sections of the horizontal divergence at lower ($dx = 100 \text{ km}$, $dz = 500 \text{ m}$, upper panel) and higher ($dx = 25 \text{ km}$, $dz = 125 \text{ m}$ lower panel) resolution, to be compared with the middle panels of Figures 2 and 3. (Contrary to Figure 2, the arrows here show the wind relative to the (propagating) baroclinic wave, in order to highlight the stagnation point and the dilatation axis.) In agreement with section 2, the wavelengths decrease as resolution increases. Moreover, the high-resolution simulation clearly shows the wavelengths decreasing spatially as the waves approach the dilatation axis.

the minimum wavelength of the simulated waves also decreases.

5. Discussion

[23] We have investigated one mechanism that contributes to determine several characteristics of inertia-gravity waves spontaneously excited in simulations of idealized baroclinic waves. Simple theoretical arguments describing the linear propagation of a gravity wave packet in a background flow made of a superposition of horizontal deformation flow and vertical shears [Bühler and McIntyre, 2005] led to the formulation of three predictions in section 2: 1) that regions with strong horizontal deformation, especially those near stagnation points in the flow relative to the baroclinic wave, would play a key role in organizing the gravity-wave field (Figure 2), 2) that the wave vectors would align with a direction obtained from coarse-grained knowledge of the background flow (Figure 3), and 3) that the wavelengths of the waves would tend to decrease as they approached this stagnation point.

[24] Good (Figure 2) to excellent (Figures 3 and 4) agreement with these predictions was found. Furthermore, these predictions were verified regardless of the resolution of the simulations, possibly explaining why low-resolution operational analyses contain gravity waves whose characteristics (location, orientation, intrinsic frequency) are in qualitative agreement with observations [Plougonven and Teitelbaum, 2003].

[25] The information obtained here on the gravity waves comes only from considering their propagation. Hence we intend this example to suggest that propagation effects have been somewhat overlooked, and that they may provide valuable keys to understand the gravity waves that are generated from jets and fronts.

[26] This example has important implications. First, if this mechanism is a significant factor determining the location and characteristics of the gravity waves, it becomes more difficult to infer how and where the waves were emitted. Second, this mechanism decreases the scale of the waves, possibly leading to their breaking [Bühler and McIntyre, 2005], which will be of importance for turbulence and mixing [Lane et al., 2004].

[27] Finally, although the case presented above is suggestive, it is only one case. Further research is underway to determine how general this mechanism is, and to address the question of the amplitude of the excited waves.

[28] **Acknowledgments.** The authors thank D.J. Muraki for fruitful interactions on this problem. R.P. is grateful to O. Bühler and M. McIntyre

for stimulating discussions, Bill Skamarock and Wei Wang for valuable help with the simulations. R.P. acknowledges support from the French government (Bourse 'Initiative Post-doc'), and from the Nuffield Foundation (Award to Newly Appointed Lecturers). C.S. was partially supported by NSF grant 0327582. NCAR's Scientific Computing Division provided the resources for the high-resolution simulations.

References

- Badulin, S. I., and V. I. Shrira (1993), On the irreversibility of internal waves dynamics due to wave-trapping by mean flow inhomogeneities. Part I. Local analysis, *J. Fluid Mech.*, 251, 21–53.
- Bühler, O., and M. E. McIntyre (2005), Wave capture and wave-vortex duality, *J. Fluid Mech.*, 534, 67–95.
- Fritts, D. C., and M. J. Alexander (2003), Gravity wave dynamics and effects in the middle atmosphere, *Rev. Geophys.*, 41(1), 1003, doi:10.1029/2001RG000106.
- Guest, F., M. Reeder, C. Marks, and D. Karoly (2000), Inertia-gravity waves observed in the lower stratosphere over Macquarie Island, *J. Atmos. Sci.*, 57, 737–752.
- Lane, T. P., J. D. Doyle, R. Plougonven, R. D. Sharman, and M. A. Shapiro (2004), Numerical modeling of gravity waves and shearing instabilities above an observed jet, *J. Atmos. Sci.*, 61, 2692–2706.
- Lighthill, J. M. (1978), *Waves in Fluids*, Cambridge Univ. Press, New York.
- O'Sullivan, D., and T. J. Dunkerton (1995), Generation of inertia-gravity waves in a simulated life cycle of baroclinic instability, *J. Atmos. Sci.*, 52(21), 3695–3716.
- Plougonven, R., and H. Teitelbaum (2003), Comparison of a large-scale inertia-gravity wave as seen in the ECMWF and from radiosondes, *Geophys. Res. Lett.*, 30(18), 1954, doi:10.1029/2003GL017716.
- Plougonven, R., and V. Zeitlin (2005), Lagrangian approach to the geostrophic adjustment of frontal anomalies in a stratified fluid, *Geophys. Astron. Fluid Dyn.*, 99(2), 101–135.
- Plougonven, R., H. Teitelbaum, and V. Zeitlin (2003), Inertia-gravity wave generation by the tropospheric mid-latitude jet as given by the FASTEX radiosoundings, *J. Geophys. Res.*, 108(D21), 4686, doi:10.1029/2003JD003535.
- Reeder, M. J., and M. Griffiths (1996), Stratospheric inertia-gravity waves generated in a numerical model of frontogenesis. Part II: Wave sources, generation mechanisms and momentum fluxes, *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 122, 1175–1195.
- Rotunno, R., C. Snyder, and W. C. Skamarock (1994), An analysis of frontogenesis in numerical simulations of baroclinic waves, *J. Atmos. Sci.*, 51(23), 3373–3398.
- Skamarock, W. C., J. B. Klemp, J. Dudhia, D. O. Gill, D. M. Barker, W. Wang, and J. G. Powers (2005), A description of the Advanced Research WRF, version 2, *NCAR Tech. Note*, 468+STR, Natl. Cent. for Atmos. Res., Boulder, Colo.
- Snyder, C., W. C. Skamarock, and R. Rotunno (1993), Frontal dynamics near and following frontal collapse, *J. Atmos. Sci.*, 50(18), 3194–3211.
- Uccellini, L. W., and S. E. Koch (1987), The synoptic setting and possible energy sources for mesoscale wave disturbances, *Mon. Weather Rev.*, 115, 721–729.
- Zhang, F. (2004), Generation of mesoscale gravity waves in upper-tropospheric jet-front systems, *J. Atmos. Sci.*, 61(4), 440–457.

R. Plougonven, School of Mathematics and Statistics, University of St. Andrews, North Haugh, St. Andrews, KY16 9SS, UK. (riwal.plougonven@polytechnique.org)

C. Snyder, National Center for Atmospheric Research, Boulder, CO 80307-3000, USA.

Chapitre 4

Simulations de cas réels

'Occasionally, the tourists' spaceships will land on the moon. When they do, Bob gives them a guided tour, and a speech. He tells them lots of facts, such as how many craters the Moon has or how long it takes to walk around it on stilts.'

Simon Bartram [Bar02]

Les deux chapitres précédents ont décrit des études théoriques motivées spécifiquement par le problème de l'émission spontanée. Nous présentons dans ce chapitre des travaux s'inscrivant dans un cadre plus large et dont certains résultats contribueront à la compréhension de l'émission spontanée. Toutefois, dans la progression de ces travaux, nous avons encore plusieurs étapes à franchir avant d'aboutir à des résultats sur l'émission par les jets et les fronts. Ainsi, nous abordons dans ce qui suit des problématiques différentes : ondes de montagne pour l'étude de cas 4.2, climatologie des ondes de gravité pour les simulations systématiques 4.3.

4.1 La campagne VORCORE

La campagne Vorcore [HCB⁺07] a eu lieu durant le printemps et le début de l'été austral en 2005-2006 (septembre 2005 - février 2006) et visait à étudier notamment la dynamique de petite échelle du vortex polaire de l'hémisphère sud. Vingt-sept ballons surpressurisés ont été lâchés depuis la base américaine de McMurdo. Ces ballons sont fermés et dérivent donc en suivant une surface isopycne (70 hPa pour les ballons de 8,50 m de diamètre, 50 hPa pour ceux de 10 m). Des mesures de pression, température et position (d'où sera déduite la vitesse) ont été effectuées toutes les 15 minutes. Au total, plus de 150 000 observations indépendantes ont ainsi été enregistrées. Cette base de données se révèle d'une grande valeur pour étudier les ondes de gravité : la nature quasi-lagrangienne des ballons fait qu'il est aisé d'estimer la fréquence intrinsèque des ondes, par contraste avec les observations eulériennes (par ex. les radiosondages ou les radars), pour lesquels de nombreuses hypothèses sont nécessaires. Les observations Vorcore contrastent aussi avec les études antérieures basées sur des radiosondages ou des radars par le vaste domaine couvert par les observations, ce qui permet une véritable description des variations spatiales du champ d'ondes. Cette vaste couverture est aussi une caractéristique des observations satellites (par ex. [AB07]), mais les observations Vorcore ont l'avantage d'être *in situ*, et d'avoir une résolution plus fine.

Les observations Vorcore ont été utilisées pour décrire le champ d'ondes de gravité au-dessus de l'Antarctique et de l'Océan Austral [VHBV07, HBV⁺08]. Des méthodes d'analyse utilisant des ondelettes ont été développées spécifiquement pour cette exploitation des données [BHV08]. Les

questions essentielles abordées et les résultats marquants obtenus dans le cadre de cette analyse sont :

- la **distribution spatiale des flux de quantité de mouvement**, moyennés sur l'ensemble de la période. La valeur la plus importante (28 mPa) est observée au-dessus de la Péninsule Antarctique. De manière générale, les flux sont dominés par les très fortes valeurs localisées au-dessus de certaines topographies, comme la Péninsule Antarctique.
- les flux ont aussi été analysés en décomposant spatialement la région couverte : d'une part, des zones comportant de forts gradients de topographie, et d'autre part des zones océaniques ou ayant peu de variations de la topographie (plateau de l'Antarctique est). Il est raisonnable de supposer que les ondes topographiques dominent dans les premières zones, et que d'autres sources, en particulier les jets et les fronts, dominent dans les secondes. La surprise vient en intégrant, le long de chaque parallèle, les flux de quantité de mouvement zonale pour les zones avec et sans topographie : les contributions intégrées des unes et des autres sont comparables (Fig. 7 de [HBV⁺08] ; les secondes sont même plus importantes que les premières). Ceci constitue une motivation forte pour l'étude des sources non-orographiques d'ondes de gravité.
- les observations Vorcore ont enfin servi à mesurer l'intermittence du champ d'ondes de gravité [B03, PNS04]. En effet, il ne suffit pas de connaître la distribution moyenne des flux de quantité de mouvements : une onde de forte amplitude mais peu fréquente n'aura pas le même effet (ni instantanément, ni en moyenne temporelle) qu'une succession ininterrompue d'ondes de plus faible amplitude. La première déferlera et donc forcera l'atmosphère plus bas, et la dépendance temporelle de ce forçage sera plus rapide. Les analyses effectuées sur les données Vorcore, avec deux approches complémentaires, suggèrent une grande intermittence des ondes topographiques, et une relativement faible intermittence des ondes dans les régions non-orographiques. Cette caractéristique du champs d'ondes est utile pour les paramétrisations [AD99], mais n'a pas fréquemment été abordée ou décrite.

Afin d'analyser plus en détail le champs d'ondes de gravité aux moyennes et hautes latitudes, nous avons entrepris d'utiliser des simulations numériques qui fourniront une description bien plus détaillée de l'ensemble du champs d'ondes. Celles-ci auront d'autant plus de valeur que les ondes de gravité peuvent y être considérées réalistes, au moins pour une partie du spectre. Ce projet a donc commencé par des travaux permettant de se familiariser avec l'utilisation de WRF pour des cas réels, d'aborder d'autres thèmes importants dans le cadre de Vorcore, d'évaluer le réalisme des simulations et de choisir la meilleure configuration du modèle pour les simulations définitives. Une étude de cas d'onde de montagne de grande amplitude est présentée en section 4.2. Les travaux préparatoires et les travaux en cours concernant les simulations systématiques menées en complément de Vorcore sont abordées dans la section 4.3.

4.2 Etude de cas d'ondes de montagne de grande amplitude

Ce qui suit se rapporte à l'article [PHT08], inclus à la suite de ce chapitre.

La première étude effectuée avec WRF en parallèle et en complément de VORCORE est une étude de cas portant sur des ondes de gravité de grande amplitude observée le 7 octobre 2005 au dessus de la Péninsule Antarctique ([PHT08], ci-après PHT). La péninsule s'élève jusqu'à plus de 2000m, et s'étend, loin du reste du continent, dans l'océan austral. Par son isolement et son positionnement provocateur non loin du rail des dépression, la Péninsule Antarctique correspond à une configuration d'obstacle relativement simple, ce qui a permis par exemple des expériences

de laboratoire décrivant l'écoulement autour de la Péninsule [OMH⁺08].

Outre leur intérêt pour la dynamique des ondes, l'étude d'ondes dans cette région a des implications pour la chimie de l'ozone, comme suggéré dans l'une des premières études d'ondes de gravité au-dessus de la Péninsule [Gar89b]. La contribution des ondes de gravité aux nuages stratosphériques polaires a fait l'objet d'études récentes et demeure débattue [DBF⁺02, SSK⁺03, HLS⁺06].

Le 7 octobre 2005, un ballon de l'expérience VORCORE a été perdu lors de son passage au-dessus de la Péninsule. Par chance, le ballon VB11, le précédait de quatre heures environ sur une trajectoire très semblable, mais à 17 km d'altitude. Les mesures effectuées par ce ballon montrent des anomalies exceptionnellement fortes sur toutes les variables lors du passage au-dessus de la Péninsule (voir Fig. 2 de PHT). Malgré le sous-échantillonnage (une mesure toutes les 15 minutes, pour un phénomène observé sur 45-60 minutes), on peut interpréter ce signal comme une onde de gravité et reconstituer, en s'appuyant sur les relations de polarisations classiques [FA03], les caractéristiques de l'ondes de gravité de montagne sous-jacente.

Afin de confirmer cette interprétation et décrire plus complètement cet épisode, des simulations de cas réel ont été réalisées avec WRF. Ces simulations comportent, dans le domaine intérieur, une résolution de $dx = 7$ km et 112 niveaux jusqu'à 1 hPa.

Les simulations décrivent bien une onde de gravité de forte amplitude au-dessus de la Péninsule le 7 Octobre 2005 (Fig. 6 et 7 de PHT). Les caractéristiques de l'onde et les amplitudes des anomalies de vent et de température sont comparables à ce qui avait été obtenu d'après les observations (Tableau 1 de PHT). Pour effectuer une comparaison plus précise entre observations et simulations, des séries temporelles de u , v et T simulées aux emplacements correspondants à la trajectoire du ballon réel sont comparées aux observations (Fig. 8 et 9 de PHT). L'accord est remarquablement bon pour une telle comparaison '*point à point*', du moins au-dessus de la Péninsule. Cet accord servira de référence, dans la suite.

Les simulations confirment donc l'interprétation des observations en terme d'onde de gravité intense. Elles montrent de plus que cette onde est en train de déferler : au-dessus de la Péninsule, plusieurs régions d'instabilité statique apparaissent (Fig. 10 de PHT). Le déferlement lui-même n'est pas décrit de manière réaliste par les simulations car il nécessiterait une bien meilleure résolution, et c'est sans doute pourquoi l'accord entre observations et simulations est moindre en aval que juste au-dessus de la Péninsule. Néanmoins, les simulations donnent des indications des impacts de ce déferlement (couches mélangées, en accord avec un radiosondage en aval (Fig. 3 de PHT), nombre de Richardson diminué dans tout le sillage (Fig. 10 de PHT), et émission secondaire d'ondes d'inertie-gravité (Fig. 11 de PHT).

Cette étude met en évidence plusieurs thématiques importantes vis-à-vis du champs d'ondes de gravité, qui guideront nos analyses sur l'ensemble du domaine par la suite :

1. les fluctuations liées aux ondes de montagne intenses (par exemple des vitesses verticales de 4 m s^{-1}) sont très fortes comparé à ce qu'il est possible de rencontrer au voisinage des jets et des fronts. Des analyses des flux de quantité sur l'ensemble de l'Antarctique et de l'Océan Austral seront donc en général dominés par les flux au-dessus des topographies.
2. Ces ondes sont très intermittentes. Cette étude de cas d'une onde intense pose inévitablement la question de la représentativité de cet épisode (voir Fig. 14 de PHT). Nous avons estimé, en nous appuyant sur les mesures VORCORE et sur les analyses du Centre Européen, que de telles ondes de forte amplitude se produisent environ 10% du temps (voir section 4.2, Fig. 15 de PHT).
3. L'onde de montagne excitée au-dessus de la Péninsule déferle en basse stratosphère. Ce déferlement violent laisse une signature dans l'écoulement en aval (couches mélangées en

basse stratosphère, voir Fig. 3 de PHT). Ce déferlement implique que les flux de quantité de mouvement associés à une telle onde se sont peut-être pas directement pertinents pour la haute stratosphère ou la mésosphère. En revanche, cette onde topographique donne lieu, lors de son déferlement, à des processus de génération secondaire [SLTL98, VFA03, LPV10] produisant des ondes d’inertie-gravité en aval de la topographie (voir section 4.3.2).

Cette première étude de cas a permis de mettre en place des outils pour l’exploitation des simulations de cas réels avec WRF, et d’avoir un exemple de référence entre observations Vorcore et simulations. L’accord obtenu ici est obtenu pour des simulations à haute résolution ($dx = 7$ km). Il constitue une limite supérieure de l’accord que l’on peut espérer dans des simulations sur un domaine plus étendu, décrites dans la section suivante.

4.3 Simulations systématiques en parallèle de VORCORE

Le projet de faire des simulations méso-échelles de l’écoulement au-dessus de l’Antarctique et de l’Océan Austral durant Vorcore est né de la convergence de deux motivations ou besoins :

1. besoin de confirmer, dans des écoulements réels, la pertinence des résultats théoriques présentés au chapitre 3 ; il est nécessaire pour cela de se tourner vers des observations.
2. souhait d’approfondir l’exploitation des observations recueillies durant Vorcore, notamment pour l’identification des sources d’ondes. Il est nécessaire pour cela de décrire l’écoulement en-dessous des niveaux échantillonnés par les ballons.

Des simulations méso-échelles en parallèle de Vorcore peuvent avantageusement répondre à ces différentes motivations, si certaines conditions sont remplies. Premièrement, si de telles simulations sont menées avec le même modèle que les simulations idéalisées, le degré d’accord entre simulations et observations, par exemple pour l’émission d’ondes par les jets, nous indiquera la pertinence des simulations idéalisées de ce phénomène. Deuxièmement, si l’accord entre simulations et observations est satisfaisant à l’altitude de vol des ballons, les simulations peuvent ensuite être exploitées à d’autres altitudes et à d’autres instants, afin d’obtenir une phénoménologie plus complète et continue du champ d’ondes, mais aussi et surtout d’en analyser la dynamique et notamment les sources. Cela n’était pas possible à partir des seules observations.

Cependant, il faut, pour que de telles simulations tiennent véritablement leur promesse, que le domaine et la durée des simulations soient suffisamment étendus pour couvrir un nombre significatif d’observations Vorcore, que celles-ci échantillonnent assez de configurations différentes de l’écoulement (au-dessus des terres et au-dessus des océans). Il est également indispensable que la résolution soit suffisamment fine pour avoir une bonne description du champs d’ondes de gravité, et que le domaine soit assez profond pour que les ondes en basse stratosphère ne soient pas influencées par la condition aux limites en haut du domaine. Ces conditions impliquent de mener des simulations assez ambitieuses, sur une durée assez longue. Les questions techniques seront abordées dans la section 4.3.1.

Ce projet se situe à mi-chemin entre deux types d’études sur les ondes de gravité : les études de cas mêlant des observations et des simulations méso-échelles (par exemple [DSJB05, LWA⁺07] pour des ondes de montagne de grande amplitude, [ZKDK01, ZP06] pour des ondes excitées par des jets), et les études purement numériques des ondes de gravité dans des simulations idéalisées d’autre part. Celles-ci utilisent en général un GCM comprenant une atmosphère moyenne, mais avec une résolution plus fine que celle utilisée pour les simulations climatiques. Une des premières études de ce type a été menée avec le modèle SKYHI étendu à l’atmosphère moyenne [HWMU95], avec une résolution horizontale de ~ 35 km [HWH99]. En se basant sur des simulations de différents modèles, [KBH⁺99] analysent les spectres d’énergie cinétique dans l’atmosphère moyenne,

et notamment leur décomposition en une partie rotationnelle et une partie divergente, la première correspondant à la partie équilibrée de l'écoulement, et la seconde décrivant les ondes de gravité résolues, qui croissent avec l'altitude. Des analyses des ondes de gravité explicitement simulées dans un GCM avec une résolution de ~ 120 km sur l'horizontale et ~ 600 m (T106L53) sur la verticale sont effectuées par [SKT99]. Le GCM est utilisé en mode aquaplanète durant 80 jours, les 20 derniers jours servant pour l'analyse, et les ondes de gravité sont notamment analysées spectralement, dans le temps. Ce travail a été prolongé par d'autres études numériques à relativement haute résolution (importance de la résolution verticale pour l'Oscillation Quasi-Biennale [WT05], excitations d'ondes de gravité par les vents catabatiques en Antarctique [WST06]), notamment avec la possibilité de faire des simulations à bien plus haute résolution grâce à l'*Earth Simulator*. Récemment, des simulations décrivant l'atmosphère terrestre avec une résolution de T213L256 ont été rapportées [KTM⁺08]. La meilleure résolution verticale et la description explicite des ondes de gravité rend possible le développement d'une Oscillation Quasi-Biennale et amoindrit le biais froid au pôle. L'évaluation du modèle et de sa climatologie dans son ensemble constitue une première étape, suivie d'études plus focalisées, par exemple les ondes équatoriales [KTS⁺39].

Les simulations en parallèle de Vorcore ont l'avantage sur les observations utilisées seules de fournir une description plus complète du champ d'ondes de gravité, même si seule une partie du spectre d'ondes est représentées. Elles ont l'avantage sur les observations utilisées avec des simulations méso-échelles pour des cas d'études de couvrir un large éventail de cas et d'estimer la représentativité des phénomènes décrits. Elles ont l'avantage sur les simulations idéalisées de permettre une validation par comparaison directe avec les observations des ondes de gravité par les ballons Vorcore.

4.3.1 Configuration du modèle

La mise en place des simulations a demandé un travail préparatoire important, afin de définir une fois pour toutes la configuration qui serait utilisée pour l'ensemble des simulations définitives. De nombreuses questions se posaient en effet avant de se lancer dans des simulations coûteuses, produisant des sorties 'volumineuses' : quelle taille de domaine utiliser, et avec quelle résolution horizontale ? Jusqu'à quelle altitude le domaine pourrait-il s'étendre, avec quelle condition aux limites et quelle résolution verticale ? Au bout de combien de temps simulé peut-on considérer que la dynamique simulée à la méso-échelle, et notamment les ondes de gravité en basse stratosphère, sont pertinentes ? Quelle durée maximale les simulations peuvent elles avoir si on souhaite qu'elles restent suffisamment proches de la réalité (ou du moins de l'analyse) pour pouvoir les comparer avec les observations ?

Le travail de stage de M2 d'Antonin Arzac, de mars à juin 2008, a apporté des réponses à ces questions [PAH⁺10]. Son travail s'est appuyé sur des simulations préliminaires effectuées, sauf indication contraire, avec un domaine de 7000×7000 km, une résolution horizontale de $dx = 20$ km, et 100 niveaux jusqu'à 10 hPa. Afin d'estimer le temps nécessaire pour la mise en place du champs d'ondes (temps de spin-up), deux simulations sont comparées : la simulation **A**, démarrée à $t_0 - 24$ h (le 4 novembre 2005, 06 :00 UT) et la simulation **B**, démarrée à t_0 . Les deux simulations sont comparées durant l'intervalle $[t_0, t_0 + 48$ h]. La corrélation entre les champs de vitesse verticale du vent à différents niveaux est montrée dans la figure 4.1. D'une part on constate que la corrélation, après une augmentation durant la première journée de simulation, tend à stagner (ou du moins osciller autour d'une valeur fixe). D'autre part on constate que la corrélation se détériore avec l'altitude, et que la mise en place du champ d'ondes de gravité est de plus en plus longue à mesure que l'altitude augmente, ce qui est cohérent avec notre

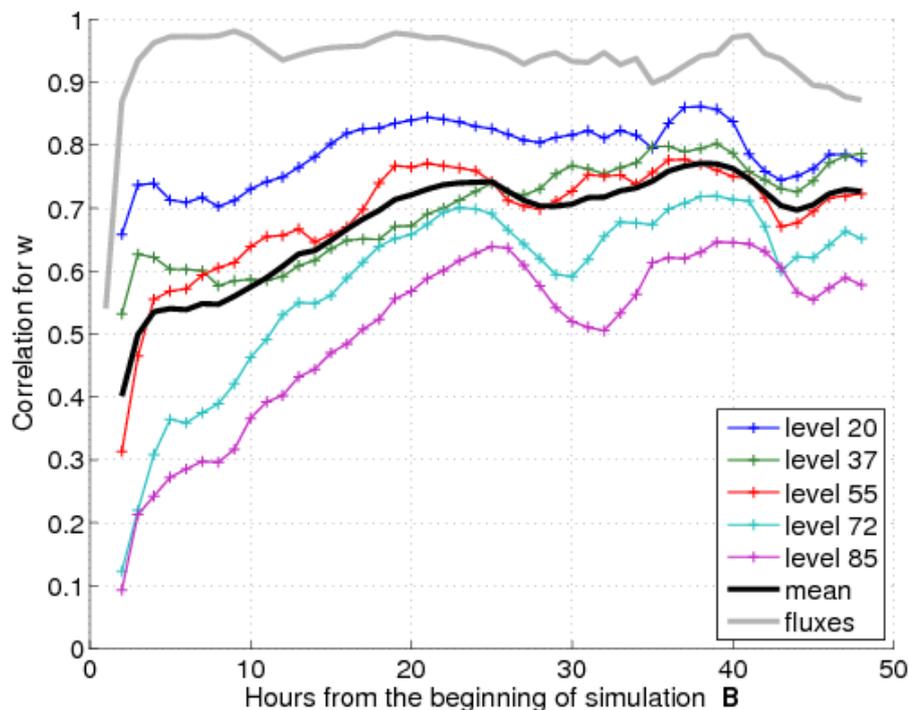


FIG. 4.1 – Correlation between the vertical velocity field from simulations **A** and **B** at different model levels (colored lines). The time axis is in hours starting from t_0 . Also shown is the mean correlation for these five levels (black, thick), and the correlation between momentum fluxes at $z = 17$ km (gray, thick).

compréhension des ondes, générées principalement en troposphère et se propageant verticalement. Enfin, la courbe grise dans la figure 4.1 montre la corrélation entre les flux de quantité de mouvement à $z = 17$ km entre les deux simulations. L’augmentation très rapide de la corrélation et les fortes valeurs obtenues par la suite (> 0.9) suggère que l’essentiel des flux est dû à des ondes de haute fréquence intrinsèque, sans doute des ondes de montagne.

On déduit de cette comparaison que les ondes de gravité simulées sont reproductibles, et qu’il faut environ 24 heures de *spin-up* pour mettre en place le champ d’ondes de gravité.

A ce stade, nous n’avons testé que la cohérence du modèle avec lui-même, mais pas son réalisme. La comparaison entre les simulations et les observations Vorcore peut se faire suivant plusieurs méthodes plus ou moins sévères :

- comparaison *point à point* des mesures de vent et de température et des valeurs interpolées correspondantes dans les simulations ;
- comparaison globale des valeurs moyennées, notamment pour des quantités quadratiques telles les flux de quantité de mouvement.

Des comparaisons avec les observations pour des simulations à plusieurs résolutions permet de déterminer quelle résolution il est nécessaire d’employer, au minimum, pour décrire assez bien le champ d’ondes. Les simulations utilisées sont : simulation **D** avec une résolution standard ($dx = 20$ km, 100 niveaux), **E** avec une résolution dégradée sur l’horizontale ($dx = 40$ km), **F** avec une résolution dégradée sur la verticale (60 niveaux), et la simulation à haute résolution ($dx = 7$ km) **Z** effectuée sur domaine limité dans le cadre de l’étude de cas [PHT08] (voir section

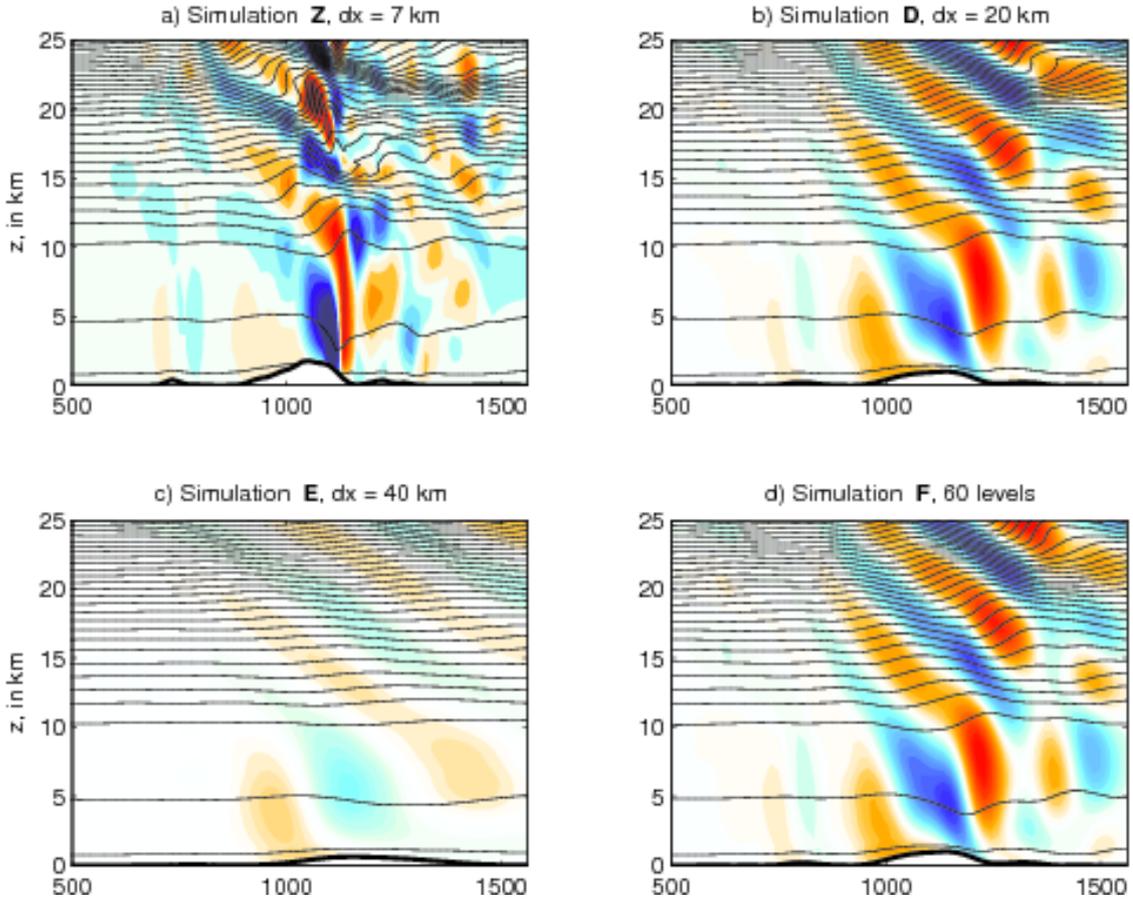


FIG. 4.2 – Vertical cross sections of the large-amplitude mountain wave above the Antarctic Peninsula on October 7, 2005, at 09 :00UT, taken from different simulations (see text) : (a) high-resolution simulation **Z**, (b) 'standard' simulation **D**, (c) reduced horizontal resolution **E** and (d) reduced vertical resolution **F**. Lines describe potential temperature (every 15 K) and colors describe vertical velocity (color range is from -4 m s^{-1} to 4 m s^{-1} for simulation **Z**, and from -2 m s^{-1} to 2 m s^{-1} for the others). Horizontal axis is distance (in km) along the cross-section.

4.2).

La première méthode (*point à point*) est la plus immédiate, mais elle est trop sévère, surtout pour nos objets d'étude, et est par conséquent à utiliser avec des précautions. Une comparaison point par point est présentée en figure 4.3, semblable à la figure 8 de [PHT08]. L'accord très satisfaisant obtenu avec la simulation à haute résolution ne se retrouve pour aucune autre. Toutefois, pour les simulations **D** et **F** un signal d'ondes en accord avec les observations est visible, quoique trop faible (d'un facteur 4 environ pour les variables présentées). On note que ce signal est peu sensible à la résolution verticale, mais très sensible à la résolution horizontale (signal quasi-absent de **E**). Dans ce cas précis, nous nous appuyons sur PHT pour comparer la structure du paquet d'ondes dans les différentes simulations à la simulation **Z** de PHT, qui montrait un bon accord avec les observations et servira de référence (figure 4.2). Il apparaît alors plus clairement que dans la comparaison point par point que les simulations **D** et **F** capturent bien la structure du paquet d'ondes qui peut être accessible à cette résolution. L'amplitude des

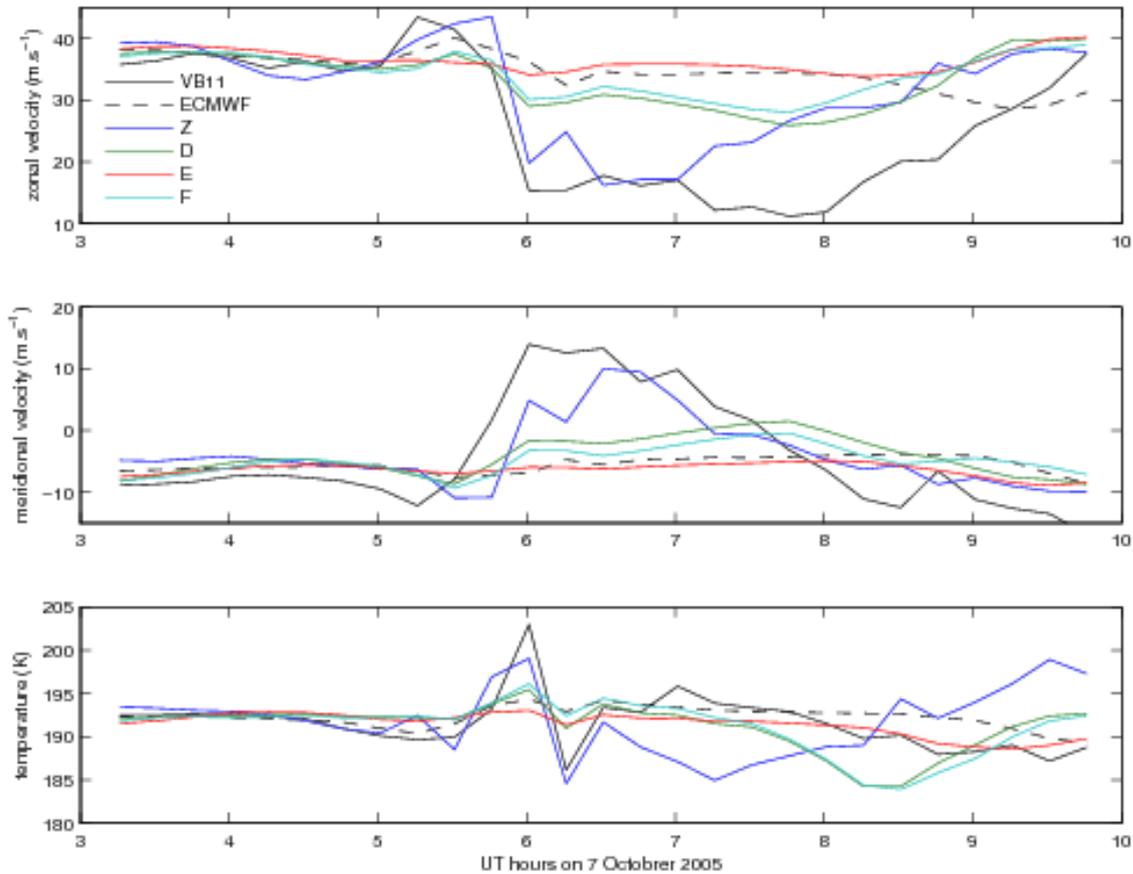


FIG. 4.3 – Time series of horizontal velocities and temperature along balloon trajectories. The different lines indicate the measurements from Vorcore balloon 11 (VB11), the time series interpolated from ECMWF analyses, or interpolated from meso-scale simulations with WRF (**Z**, **D**, **E** and **F**, see text).

ondes, pour ce qui est de la vitesse verticale, est néanmoins sous-estimée d'un facteur 2.

Ainsi, il ressort de cette comparaison sur un cas d'étude qu'une résolution $dx = 20$ km est suffisante pour décrire les ondes ayant des longueurs d'ondes > 80 km, mais qu'il est illusoire d'espérer une correspondance point par point entre simulations et observations. Il serait en revanche pertinent de chercher à comparer la présence, les caractéristiques et l'intensité de paquets d'ondes ; nous y reviendrons.

4.3.2 Résultats préliminaires

Il est aussi possible de comparer les simulations aux observations en essayant de reproduire, à partir des simulations, des cartes semblables à celles de flux de quantité de mouvement et d'intermittence obtenues à partir des observations [HBV⁺08]. L'exercice a été mené avec la simulation préliminaire **D** pour une durée limitée (du 6/10, 00 :00UT au 8/10/2005, 18 :00UT). Les flux de quantité de mouvement zonal, $\overline{u'w'}$ ont été calculés en utilisant pour la moyenne spatiale un masque circulaire de rayon 300 km. Une carte de $\overline{u'w'}$ est alors obtenue (figure 4.4(a)) avec la résolution de la simulation d'origine (ici 350×350). La résolution est alors dégradée

pour ne garder que des boîtes de $10^\circ \times 5^\circ$, comme dans [VHBV07, HBV⁺08] (figure 4.4(b)). Enfin, pour reproduire l'échantillonnage limité des observations, la moyenne temporelle est calculée en n'utilisant, pour chaque boîte, que les instants où un ballon était présent (figure 4.4(c)). Pour comparaison, la carte correspondant à la période de la simulation est obtenue à partir des observations (figure 4.4(d)). Des cartes semblables ont été obtenues pour les flux de quantité méridiens (figures non-incluses).

La comparaison de ces cartes montre que :

1. les flux simulés et observés sont comparables en intensité et en structure. Ils sont dominés par la contribution des ondes de montagne au-dessus de la Péninsule Antarctique. Plus précisément, la valeur maximale du flux, pour une boîte de $10^\circ \times 5^\circ$, est de 108 mPa pour les observations, et de 83 mPa pour les simulations. Ce bon accord peut être surprenant étant donné que la simulation sous-estime l'onde (voir section 4.3.1). Deux éléments contribuent : d'une part, l'estimation des flux d'après les observations aura tendance à sous-estimer les flux, surtout pour de hautes fréquences intrinsèques [BHVV08]. D'autre part, la sous-estimation de l'onde peut être partiellement compensée par une surestimation de son étendue spatiale. L'accord se dégrade quand on effectue la même comparaison avec la simulation **E**.
2. Les flux obtenus en reproduisant l'échantillonnage des ballons semblent très proches, pour cette période, des flux obtenus en utilisant toutes les sorties du modèle. Sur une si courte période, ce test ne peut être concluant, et il devra être répété, mais il suggère que l'échantillonnage des ballons Vorcore est suffisant pour dresser un tableau représentatif du champ d'ondes.

Si cette comparaison est encourageante, il ne faut pas non plus omettre de mentionner des différences importantes entre les flux simulés et observés. Toutefois, loin de n'être qu'une limitation, ces différences peuvent être riches d'enseignement. Notons tout d'abord que la palette des couleurs utilisée pour la figure 4.4 est limitée aux valeurs inférieures à 20 mPa en valeur absolue, soit 4 à 5 fois moins que les valeurs maximales. Ce choix a pour but de mettre en évidence la structure spatiale des flux là où leurs valeurs sont modérées voire faibles. En aval de la Péninsule, on met ainsi en évidence, dans les observations, un trainée derrière la Péninsule s'étalant sur plusieurs milliers de km. Cette trainée est beaucoup plus faible voire à peine discernable dans la simulation.

Plusieurs hypothèses peuvent être avancées pour expliquer cette trainée dans les observations et son absence dans les simulations. Elle peut être liée à un phénomène linéaire : la propagation en aval d'ondes de basse fréquence et de relativement grande échelle (longueurs d'ondes de plusieurs centaines de km), comme décrit par exemple dans la section 8.8 de [Gil82]. Toutefois, si tel était le cas, les simulations n'auraient sans doute pas de difficulté à reproduire ce phénomène. De plus, la comparaison des simulations **D** et **E** (figure non incluse) montre que toutes les deux décrivent cette propagation en aval de la composante grande échelle des ondes excitées par la Péninsule. Celle-ci est décrite de manière semblable dans les deux, et ne s'étale pas au-delà de quelques centaines de km en aval de la topographie. D'autres mécanismes peuvent être proposés, faisant intervenir petites échelles et nonlinéarités, notamment en tenant compte du fait que l'onde de montagne au-dessus de la Péninsule déferle en basse stratosphère : ce déferlement agit comme source secondaire d'ondes de gravité [SLTL98, VFA03] et produit aussi des anomalies de petite échelle de PV. Les ondes secondaires excitées sont a priori de basse fréquence, et ont donc des vitesses verticales faibles, ce qui serait cohérent avec une ascension lente dans la stratosphère, étalée à cause de l'advection par les vents. Un autre mécanisme est l'émission d'ondes secondaires par les anomalies de petite échelle de PV [LPV10]. Vraisemblablement, ces deux mécanismes sont

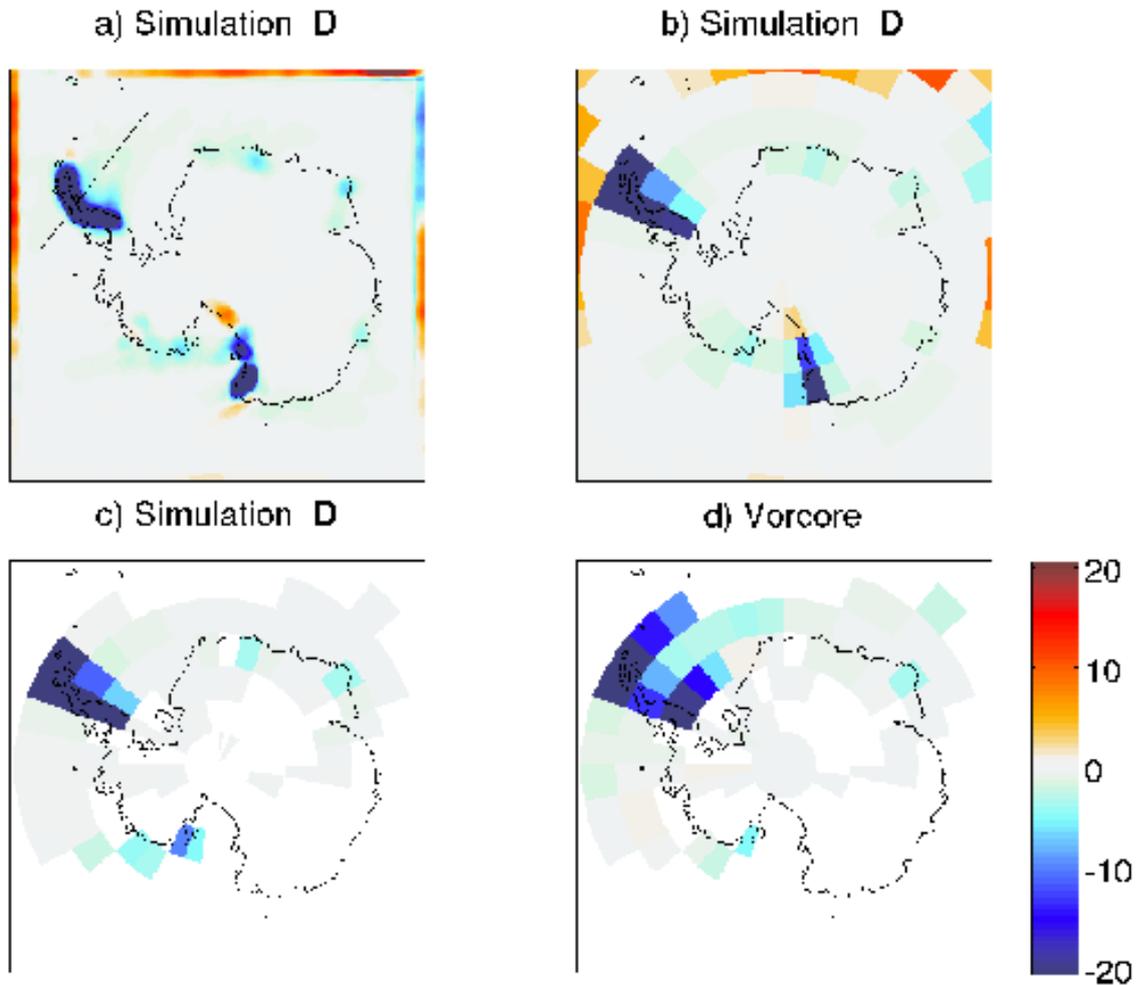


FIG. 4.4 – Maps of zonal momentum flux (in mPa) averaged in time between Oct. 6, 00 :00UT, and Oct. 8, 18 :00 (sim. **D**), and for altitudes between $z = 16$ km and 19 km. The same color range is used for all plots. Results from the whole simulation (7000×7000 km domain) are shown in (a), with reduced resolution in (b), and with an added time filter to mimic Vorcore observations in (c). Panel (d) shows the fluxes obtained from the Vorcore observations for that period as in [HBV⁺08] but requiring only a minimum of 20 observations per box.

présents, mais leur importance relative restant une question ouverte. Les simulations seraient incapables de reproduire ces sources secondaires d'ondes de gravité car elles font intervenir le déferlement de l'onde de montagne, déferlement qui est sous-estimé à cause de la sous-estimation de l'amplitude de l'onde, et surtout mal représenté à cause d'une résolution insuffisante.

Ainsi, la différence la plus frappante entre les flux observés et simulés est interprétée comme une indication du rôle de phénomènes nonlinéaires de petite échelle, a priori liés au déferlement de l'onde au-dessus de la Péninsule. La pertinence de l'interprétation ci-dessus et l'importance de l'émission par des anomalies de PV [LPV10] méritent d'être examinées plus en détail notamment par des études de cas et des simulations à plus haute résolution.

4.3.3 Simulations définitives et travaux en cours

Durant la fin de l'année 2008 et l'année 2009, des simulations définitives ont été réalisées en utilisant toutes la même configuration du modèle et les mêmes choix de paramètres. Chaque simulation dure trois jours, la première journée n'étant pas analysée. Vingt-neuf simulations couvrent la période allant du 21 octobre au 18 décembre 2005. Cette période a été choisie pour coïncider avec la période pendant laquelle le maximum de ballons étaient en vol (fin octobre - novembre, voir figure 7 de [HCB⁺07]), couvrir des périodes où les ballons volent au-dessus de l'Océan Austral assez loin des terres (fin novembre et décembre; voir trajectoires sur la figure 4.5), et couvrir des périodes où le vortex polaire se déstabilise (décembre). Les deux derniers points sont liés : les trajectoires ont des excursions plus grandes en latitude lorsque la vortex se déforme puis disparaît à la fin du printemps.

Le domaine est plus large que celui utilisé pour les simulations préliminaires : $10\,000 \times 10\,000$ km, avec une résolution horizontale de $dx = 20$ km, et 120 niveaux allant jusqu'à 5 hPa, soit environ 35 km. Ce domaine plus large s'est avéré nécessaire pour inclure des régions océaniques suffisamment vastes et éloignées des bords du domaine pour y simuler l'excitation d'ondes par des fronts ou des jets. Dans les 5 derniers kilomètres du modèle, la vitesse verticale est amortie, ce qui constitue une couche éponge efficace pour éviter la réflexion des ondes de gravité en haut du modèle.

Le choix des paramétrisations a été guidé par les conseils de Jordan Powers et Kevin Manning, qui s'occupent au NCAR de l'application de WRF à l'Antarctique : notamment, le schéma de surface continentale choisi est le 'Noah Land Surface Model', qui est le plus adapté pour les sols couverts de glace.

Les simulations sont initialisées avec les analyses du Centre Européen, qui fournissent aussi les conditions aux limites. Les sorties du modèle sont archivées toutes les 2 heures, mais dans un premier temps, à cause du volume des sorties, les sorties ne seront analysées que toutes les 6 heures.

Les travaux en cours et à venir basés sur ces simulations visent à répondre à cinq questions :

1. **Comparaison avec les observations** : quel est le réalisme des simulations ? Les champs d'ondes simulés sont-ils bien comparables à ceux observés ?
2. **Phénoménologie des ondes simulées** : Quelle est la structure, l'intensité et la variabilité du champ d'ondes de gravité ?
3. **Sources** : quelles sont les sources d'ondes, en particulier pour les ondes non-orographiques ?
4. **Propagation** : quel filtrage, quels effets de propagation contribuent à façonner le champ d'ondes en basse stratosphère ?
5. **Impacts** : Comment caractériser la dynamique des ondes en basse stratosphère et quels sont leurs impacts en terme de transport, de fluctuations de températures (et donc de

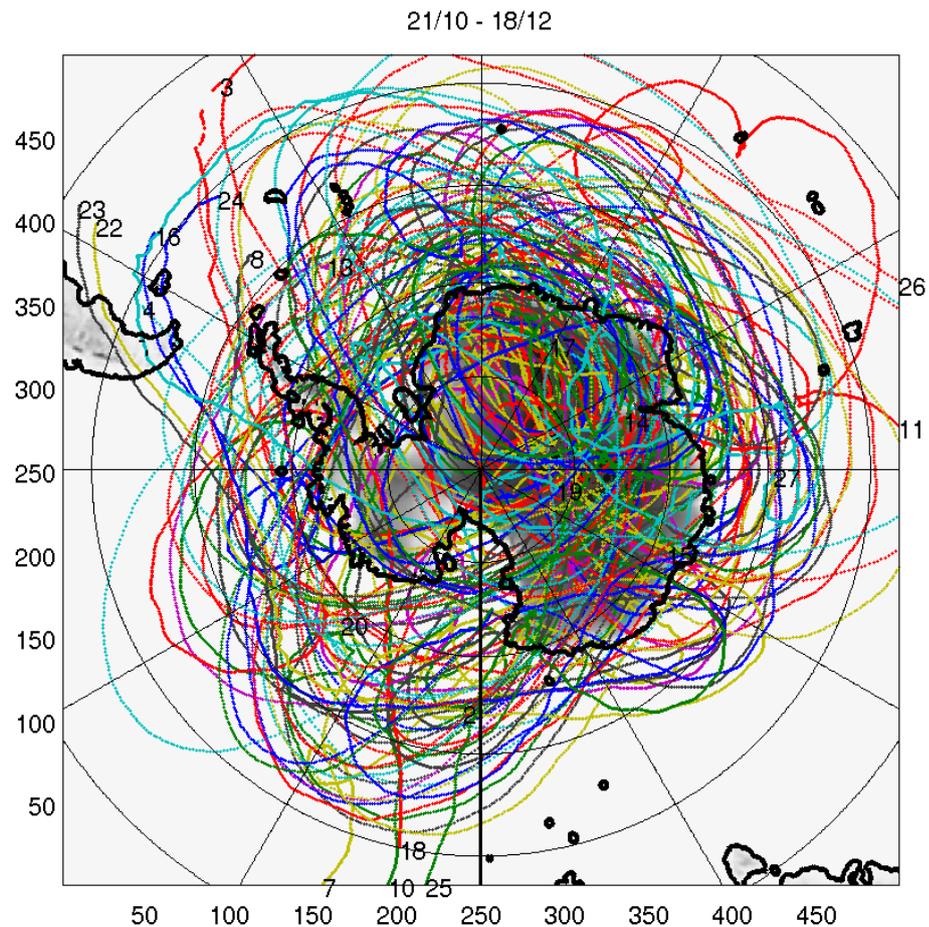


FIG. 4.5 – Trajectoires des ballons Vorcore durant la période simulée, du 21/10/2005, 00 :00UT, au 18/12/2005, 00 :00. L'étendue de la carte correspond au domaine utilisé pour les simulations. La topographie et les contours des terres proviennent des simulations.

chimie) ?

A titre d'illustration du champ d'ondes de gravité en basse stratosphère, la figure 4.6 montre la variance de w à $z = 17$ km sur l'ensemble de la période simulée. Comme dans les observations, le fait que les plus fortes intensités d'ondes se trouvent au-dessus des topographies, notamment de la Péninsule Antarctique, est frappante. En revanche, ce qui apparaît clairement ici est une structure des ondes de moindre intensité, au-dessus des océans, en anneau. Ces ondes au-dessus des océans ne se trouvent pas directement au-dessus des plus fortes valeurs des vents en haute-troposphère (ligne grise), mais plus au sud. L'analyse des simulations, en cours, éclairera les facteurs déterminant l'importance et la localisation de ces ondes non-orographiques (localisation des sources, effets de propagation en basse stratosphère).

Quelques remarques peuvent être faites sur les directions à suivre pour répondre aux deux premières questions. Il serait naturel de chercher à analyser les simulations de la même façon qu'ont été analysées les observations, à savoir en identifiant, le long des trajectoires des ballons, les fluctuations rapides correspondant à des ondes, et en déduisant des relations de polarisation les caractéristiques des ondes correspondantes. Ceci n'est pas possible en pratique, pour deux raisons : d'une part, nous avons vu ci-dessus que la comparaison point par point entre simulations et observations était trop sévère, et que nous pourrions dans bien des cas ne rien détecter dans des séries temporelles alors qu'un signal d'ondes est présent, clair et pertinent si on considère des instantanés tri-dimensionnels des champs. Surtout, nous ne disposons pas d'une simulation continue de 58 jours, mais de 29 tronçons de 2 jours. Dans toute série temporelle extraite des simulations, il y aura inévitablement des sauts tous les deux jours, rendant impossible l'analyse spectrale dans le temps (comme l'a faite [SKT99] par exemple).

L'analyse doit donc se faire en exploitant des instantanés tri-dimensionnels des différentes variables. Il est aisé d'obtenir ainsi des cartes de flux de quantité de mouvement. En revanche, il est nécessaire de réfléchir aux méthodes qui permettraient d'identifier des paquets d'ondes et d'obtenir leurs caractéristiques (fréquence intrinsèque, vitesse de phase, longueurs d'ondes). Une analyse en ondelettes serait un outil approprié. L'expérience que possède l'équipe avec cet outil pour des séries temporelles [BHVV08], ainsi que les exemples d'analyses d'ondes de gravité dans les données (pour des données 1D (radiosondages) [ZV01a, ZV01b] ou 2D (satellites) [AB07]) pourra aussi nous guider pour mettre en place cet outil.

Par ailleurs, l'analyse du réalisme des simulations, du champ d'ondes et de ses sources fera également intervenir des cas d'études. De tels cas d'études pourront de plus faciliter le pont entre les simulations idéalisées du chapitre 3 et ces simulations de cas réels. Des épisodes intéressants ont déjà été identifiés, comme par exemple le

Nous avançons actuellement pour répondre aux questions 1 et 2. Le stage de M2 proposé sur ce thème devrait permettre d'avancer significativement sur ces deux premiers points, et donc de commencer le suivant. Le prolongement de ce stage en thèse, pour laquelle nous avons obtenu un demi-financement CNES, permettrait d'avancer sur les autres questions.

A plus long terme et indépendamment de ces simulations, il serait intéressant d'examiner l'effet des tendances récentes des vents dans le voisinage de la Péninsule [MB08, Mc09]. Les vents d'ouest se sont en effet intensifiés, ce signal est très clair et très marqué. Il est plausible que cette intensification ait été accompagnée d'une augmentation des flux de quantité de mouvement vers la stratosphère, par le biais d'ondes de montagne. Quel impact peut-on imaginer en stratosphère d'une telle augmentation ? Est-il possible d'en détecter et d'en isoler la trace dans la stratosphère ?

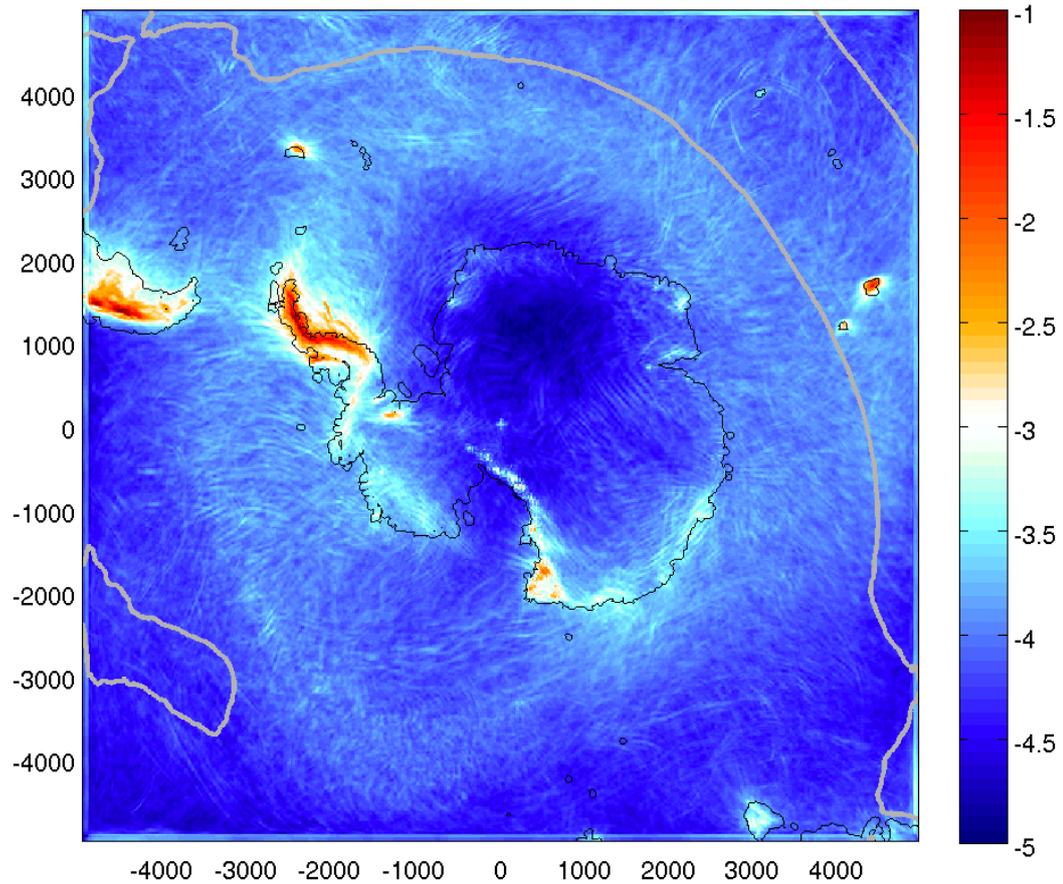


FIG. 4.6 – Logarithme de la variance de la vitesse verticale sur l'ensemble de la période des simulations définitives (du 21/10, 00 :00UT au 18/12/2005, 00 :00UT), à $z = 17$ km. Le logarithme est utilisé pour mettre en évidence la structure de ce champ, qui est sinon dominé par les très fortes valeurs au-dessus des topographies (Péninsule Antarctique et sud des Andes).



Observations and simulations of a large-amplitude mountain wave breaking over the Antarctic Peninsula

R. Plougonven,¹ A. Hertzog,² and H. Teitelbaum¹

Received 20 December 2007; revised 7 May 2008; accepted 28 May 2008; published 27 August 2008.

[1] A case study of a large-amplitude orographic gravity wave occurring over the Antarctic Peninsula is presented, based on observations from the Vorcore balloon campaign and on mesoscale numerical simulations. The Vorcore campaign (September 2005 to February 2006) consisted in the flight of 27 superpressure balloons in the core of the Southern Hemisphere stratospheric polar vortex at altitudes of 16–19 km, from September 2005 to February 2006. On 7 October 2005, one of the balloons exploded as it was flying above the Antarctic Peninsula. The observations collected by another balloon that was flying during the same time period above the peninsula suggest the presence of a very intense gravity wave (peak-to-peak amplitude of the order of $25\text{--}30\text{ m s}^{-1}$ in zonal and meridional velocity disturbances). The wave packet is likely undersampled in the balloon observations because of its high intrinsic frequency, but the balloon data set is complemented with high-resolution numerical simulations carried out with the Weather Research and Forecast Model. The simulations are validated by comparison with the balloon measurements and show that the wave was breaking in the lower stratosphere at the time and height where the balloon exploded. The simulations highlight several consequences of the mountain wave on the stratosphere: forcing of the mean flow, generation of secondary inertia-gravity waves, and turbulence and mixing. In particular, the momentum fluxes are calculated and are found to compare well with the estimates from balloon measurements. The large values found are likely extreme values, which raises the issue of their representativity. To discuss this, the balloon measurements are used in conjunction with operational analyses to estimate the frequency of such large-amplitude gravity waves, i.e., to provide an estimate of their intermittency.

Citation: Plougonven, R., A. Hertzog, and H. Teitelbaum (2008), Observations and simulations of a large-amplitude mountain wave breaking over the Antarctic Peninsula, *J. Geophys. Res.*, 113, D16113, doi:10.1029/2007JD009739.

1. Introduction

[2] Internal gravity waves significantly influence the dynamics of the atmosphere on both small and large scales. On global scales, their upward transport of momentum fluxes from the troposphere is essential to understand the middle atmosphere circulation [Fritts and Alexander, 2003], particularly in the mesosphere, but also in the stratosphere [Haynes, 2005]. On scales of tens of kilometers, gravity waves provide significant fluctuations of wind and temperature which contribute to turbulence and mixing [Lane *et al.*, 2004; Koch *et al.*, 2005], and influence processes that are sensitive to temperature thresholds, such as polar stratospheric clouds [Buss *et al.*, 2004] or dehydration [Potter and Holton, 1995]. It is becoming increasingly appreciated that the gravity wave forcing, both in space and time, is very variable [Fritts *et al.*, 2006]. One impli-

cation is that this forcing can provide a secondary source of inertia-gravity waves [Vadas *et al.*, 2003]. This variability, which is in part tied to the intermittency of wave sources, is an important factor to determine the time-dependent (and, through nonlinear processes, the time-averaged) response of General Circulation Models to gravity wave forcing [Bühler, 2003; Piani *et al.*, 2004].

[3] Specific motivations for the study of gravity waves in high latitudes include their contribution to Polar Stratospheric Clouds and related microphysics [Dörnbrack *et al.*, 2002; Shibata *et al.*, 2003; Höpfner *et al.*, 2006]. The possibility that mountain waves, in particular above the Antarctic Peninsula, contribute locally to PSCs was already highlighted in one of the earliest papers on large-amplitude gravity waves in that region [Gary, 1989]. On a larger scale, they are also primarily responsible for the Southern Hemisphere polar vortex temperatures that are much warmer than those implied by pure radiative considerations [Hamilton *et al.*, 1995]. A better representation of gravity waves in General Circulation Models (GCM) would provide a better forcing for the meridional circulation in the stratosphere, and hence very likely contribute to reduce the common “cold pole bias” [Pawson *et al.*, 2000; Austin *et al.*, 2003].

¹Laboratoire de Météorologie Dynamique, École Normale Supérieure, IPSL, Paris, France.

²Laboratoire de Météorologie Dynamique, Université Pierre et Marie Curie, École Polytechnique, IPSL, Palaiseau, France.

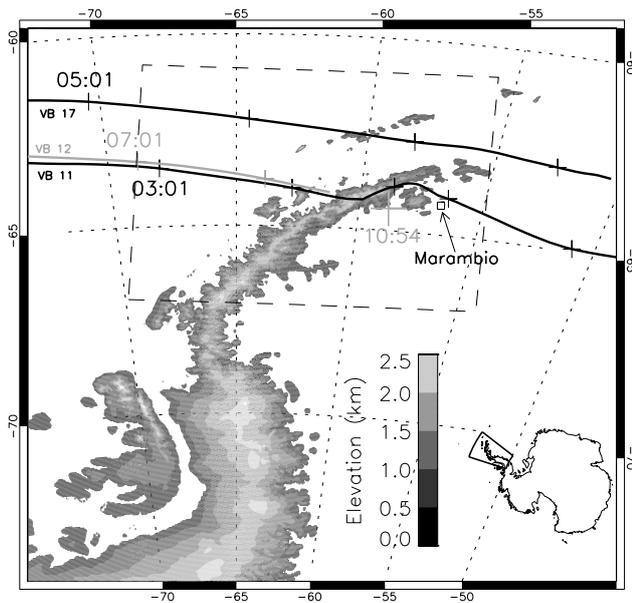


Figure 1. Map showing the topography of the Antarctic Peninsula and the trajectories of Vorcore balloon 11 (black, southern trajectory), Vorcore balloon 12 (grey), and Vorcore balloon 17 (black, northern trajectory) on 7 October 2005. Small crosses are shown every 2 h along the trajectories. The balloons were embedded in the stratospheric, winter westerly flow and therefore traveled from left to right on the figure. The large grey cross on the eastern side of the peninsula indicates the position of VB12 at 1054 UT, when the GPS reported an altitude of 3 km (i.e., after the balloon failure). The small square shows the position of the Argentinian Marambio station. The dashed line delimits the inner domain used in the WRF simulations.

[4] The Vorcore campaign (September 2005 to February 2007), during which 27 long-duration, superpressure balloons were launched in the Antarctic polar vortex, has provided a unique data set to investigate mesoscale motions in the polar and subpolar lower stratosphere, and in particular gravity waves [Hertzog *et al.*, 2007]. Climatologies of momentum fluxes associated with gravity waves have for instance been estimated from these observations [Vincent *et al.*, 2007; Boccara *et al.*, 2008]. In a complementary way, these observations can also be used for case studies that may provide a better understanding of the dynamics and impacts of gravity waves.

[5] In the present study, we focus on a gravity wave event of large amplitude that took place above the Antarctic Peninsula. The first goal that we pursue is to fully characterize the wave packet on the basis of the balloon observations, and in particular to estimate the momentum flux carried by the wave packet. It will nevertheless appear that the wave packet is somewhat undersampled in the balloon observations, so that high-resolution mesoscale simulations using the Weather Research and Forecast model (WRF [Skamarock *et al.*, 2005]) were designed to obtain a more comprehensive view of the wave packet, its generation and evolution. Mesoscale models have indeed proved to be very useful to study mountain waves [e.g., Broad, 1996; Beau

and Bougeault, 1998]. Recently, two cases of large-amplitude mountain waves comparable in many respects to the event studied in this article have been described over Greenland [Shapiro *et al.*, 2005; Limpasuvan *et al.*, 2007]. A second goal of this study is to show that the numerical simulations succeed in reproducing a large-amplitude gravity wave with characteristics similar to those found in the balloon observations. Validating mesoscale simulations, and especially the simulated momentum fluxes, is of great importance, as mesoscale models are believed to be a useful tool to provide constraints on gravity wave drag parameterizations.

[6] The numerical simulations will stress that the wave is breaking through static instability in the lower stratosphere. This provides a significant forcing of the mean flow, which can be quantified from the calculation of the momentum fluxes, but also induces turbulence and mixing at these heights. Such effects, which are associated with a particularly intense gravity wave, are expected to be very intermittent. The last part of the article is thus devoted to a coarse assessment of the probability of occurrence of such large-amplitude mountain waves over the Antarctic Peninsula. Indeed, as case studies generally focus on particularly large and identifiable events, it is worthwhile to estimate how frequent or representative the events studied are.

[7] The paper is organized as follows: the balloon data used are described in section 2. The numerical simulations of the event are described and analyzed in section 3. The significance of this wave event and its impacts are discussed in section 4. Conclusions are presented in section 5.

2. Balloon Data

2.1. Signature of the Wave Packet

[8] The twelfth Vorcore balloon (hereinafter referred to as VB12) was launched on 9 September 2005 from McMurdo, Antarctica. Until 7 October 2005, this balloon was flying nominally at ~ 50 hPa (~ 18.5 km) in the lower stratosphere. At 1054 UT on that day, the GPS inside the scientific payload reported an unusually low altitude of 3 km. The following records show further slowly decreasing altitudes, indicating that the flight train had separated from the balloon and was falling under its parachute. Prior to this fall, the last VB12 record in normal flight conditions corresponds to an observation performed by the payload at 1001 UT, and the reported altitude is 19 km. Thus for some reason, VB12 failed between 1001 and 1054 UT on 7 October 2005. (Further inspection of the housekeeping data shows that VB12 flight train crossed the 100-hPa level at 1032 UT, which generally occurs a few minutes after the balloon failure.)

[9] The trajectory of VB12 during that period as well as that of Vorcore balloon 11 (VB11) are displayed in Figure 1. VB11 and VB12 were flying closely together on 7 October, VB11 leading VB12 by about 4 h. As shown by Figure 1, the last position of VB12 in normal flight condition is located on the western side of the Antarctic Peninsula (i.e., just before VB12 crossed the peninsula), whereas the low-altitude records are located on the other side. While none of the data recorded by VB12 when it was crossing the peninsula were received by ground stations, the observations performed by VB11 a few hours earlier at the same

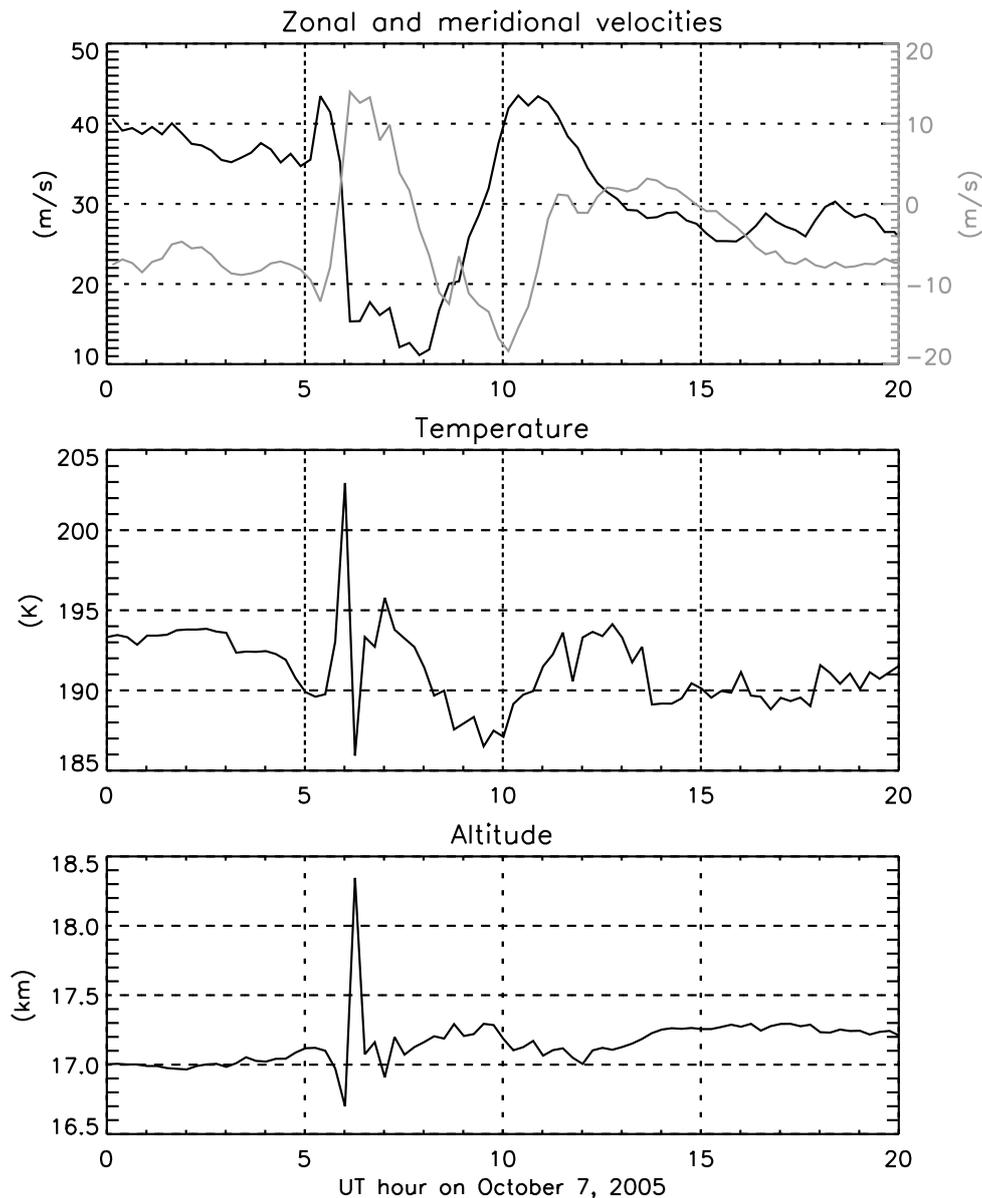


Figure 2. (top) Time series of zonal (black) and meridional (grey) velocities, (middle) temperature, and (bottom) altitude recorded by VB11 on 7 October 2005.

place are available. Because of its smaller size (diameter of 8.5 m, instead of 10 m), VB11 was flying 2 km lower than VB12, but VB11 observations are still useful to understand the reason for VB12 failure.

[10] VB11 horizontal velocities, temperature and altitude on the morning of 7 October are displayed in Figure 2. At the time when this balloon was flying above the peninsula (i.e., ~ 0600 UT), a sudden and large disturbance is observed on every time series. Peak-to-peak amplitudes in zonal and meridional velocities, temperature, and altitude amount to 30 m s^{-1} , 25 m s^{-1} , 17 K , and 1.7 km , respectively. Notice that the disturbances in horizontal velocities also clearly appear in VB11 trajectory just above the peninsula mountain ridge (Figure 1). Observations were performed every 15 minutes along the Vorcore flights, and the rapid oscillations displayed by the time series indicate

that the sampling was probably not sufficient to fully resolve the disturbances. Corresponding disturbances are observed in the atmospheric pressure (18 hPa) and in the superpressure of helium inside the balloon (of the same order). Now, the total force due to pressure acting on the balloon envelope scales with the balloon surface, so that smaller balloons like VB11 can withstand larger superpressure than larger balloons. As reported by *Hertzog et al.* [2007], the maximum superpressure observed by VB11 applied to a balloon of the size of VB12 is sufficient to cause the latter to burst, causing the end of the flight. Moreover, VB12 passed above the peninsula during daytime, in contrast to VB11, so that the helium had already started to warm because of daylight, enhancing further the superpressure experienced by the balloon. (One may ask whether the low temperatures encountered may have altered

the elasticity of the balloon skin and contributed to the balloon failure. Technical specifications, experience from other balloons which encountered yet lower temperatures, and the recordings available of the helium temperature for VB11 and VB12 exclude that possibility.) Another interesting feature in the VB11 time series is the observation of longer-period (~ 5 h) disturbances occurring just after the rapid fluctuations at 0600 UT. Those longer fluctuations have amplitudes in horizontal velocities that are similar to those of the rapid event, whereas the induced vertical displacements and temperature disturbances are significantly smaller. We will further discuss these longer fluctuations in section 3.5.

[11] Finally, Figure 1 also shows the trajectory of VB17, which was flying on the same day in the same area of VB11 and VB12, about 200 km north of these two balloons. Consequently, VB17 did not fly over the mountain ridge, and its time series only exhibit a weaker signature of the disturbances reported by VB11 (see section 3.3).

2.2. Characteristics of the Mountain Wave in the Observations

[12] From now on, we will interpret the 0600 UT disturbances seen in the balloon time series as caused by a mountain gravity wave packet generated above the peninsula ridge and propagating upward in the atmosphere. This assumption will be further supported by the numerical simulations reported in the following section, but several aspects of the balloon observations obviously argue for such an interpretation.

[13] Since the superpressure balloons used during Vortex are advected by the wind, they directly observe the intrinsic period of gravity waves. The reported period of the disturbances ($\lesssim 45$ min) is thus within the gravity wave band [Andrews *et al.*, 1987]: at the time and location of the disturbances, the buoyancy and inertial periods amount to 4 min 45 s and 13 h 20 min, respectively. Furthermore, the ratio of the intrinsic frequency of the wave to the inertial frequency is:

$$\frac{\hat{\omega}}{f} \approx 18 \quad (1)$$

so that the wave can be safely considered as a pure gravity wave. Writing each disturbance field as:

$$u' = \text{Re} \left[\tilde{u} e^{i(kx+ly+mz-\omega t)} \right] \quad (2)$$

where Re stands for the real part, (k , l , m) for the zonal, meridional and vertical wave numbers, and ω for the ground-based frequency (which is assumed to be positive without loss of generality), the polarization relations for such a wave read [Fritts and Alexander, 2003]:

$$\tilde{u} = \frac{k}{l} \tilde{v}, \quad (3a)$$

$$\frac{\tilde{T}}{\bar{T}} = -\frac{N^2}{g} \tilde{\zeta}, \quad (3b)$$

$$\tilde{\zeta} = -i \frac{\hat{\omega}}{N^2} \frac{m}{k} \tilde{u}, \quad (3c)$$

where (\tilde{u} , \tilde{v} , \tilde{T} , $\tilde{\zeta}$) are the wave complex amplitudes in zonal and meridional velocities, temperature and vertical displacement, \bar{T} the background temperature, N the buoyancy frequency calculated from the ECMWF analyses, and g the Earth gravity. The peninsula mountain ridge has a south-west–northeast orientation at the location where the balloons crossed it, so that a mountain wave generated by an eastward wind flowing above this mountain will propagate toward the northwest, that is $l \sim -k > 0$. Equation (3a) therefore implies that there must be a phase opposition between the wave-induced zonal and meridional velocity disturbances, in agreement with the observations (see Figure 2, top). Equation (3b) implies that there must be a phase opposition between the balloon vertical displacement and the temperature disturbance, again in agreement with the observations (Figure 2, middle and bottom). Finally, equation (3c) states that $\tilde{\zeta}'$ must lead u' (since u' is in phase opposition with w'), which is also consistent with the balloon observations.

[14] The horizontal wavelength of the wave packet can be estimated by assuming that the mountain wave is at least at first order stationary with respect to the ground. In this case,

$$\hat{\omega} = -k\bar{u} - l\bar{v} \sim -k(\bar{u} - \bar{v}) \quad (4)$$

where \bar{u} and \bar{v} are the background zonal and meridional velocities, and where we have assumed that $k \sim -l$, which is supported by the observed similar amplitudes of zonal and meridional velocity disturbances. Identifying \bar{u} and \bar{v} to the observed values of the wind velocities before the peninsula, one obtains: $\bar{u} \sim 35 \text{ m s}^{-1}$ and $\bar{v} \sim -10 \text{ m s}^{-1}$. The zonal wavelength can then be obtained from equation (4), and is $\lambda_x = 2\pi/|k| \approx 120 \text{ km}$. (The same value is obtained by estimating λ_x directly on the balloon trajectory). With the previous assumptions, the horizontal wavelength is linked to the zonal wavelength through: $\lambda_h = \lambda_x/\sqrt{2} \approx 85 \text{ km}$. At the latitude where the balloons crossed it, the width of the Antarctic Peninsula is typically of the order of this value, which furthermore support the generation of the wave packet by the peninsula ridge.

[15] The vertical wavelength (λ_z) of the wave can be inferred from the following polarization relation [Andrews *et al.*, 1987]:

$$|\tilde{w}| = \frac{k^2 + l^2}{mk} |\tilde{u}| = \frac{2\lambda_z}{\lambda_x} |\tilde{u}| \quad (5)$$

and from the amplitude of the vertical velocity disturbance:

$$|\tilde{w}| = \hat{\omega} |\tilde{\zeta}| \approx 2 \text{ m s}^{-1}. \quad (6)$$

[16] Notice that we have considered here that the balloon vertical displacement corresponds to the vertical displacement of the air parcels, although it is generally assumed that superpressure balloons behave as isopycnic tracers, and thus underestimate the wave-induced adiabatic vertical displacements of air parcels [Massman, 1978]. Nastrom [1980] nevertheless showed that the amplitude of the balloon vertical displacements tends asymptotically to that of air parcels in the limit of high-frequency or large-amplitude waves. The wave that we study obviously falls in the latter

Table 1. Characteristics of the Waves in the Lower Stratosphere (15–20 km) at About 0600 UT on 7 October 2005^a

	λ_h (km)	λ_z (km)	$\hat{\omega}$	$(\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w})$ (m s ⁻¹)	$\tilde{\theta}$ (K)	$-\rho \overline{u'w'}$ (Pa)	$\rho \overline{v'w'}$ (Pa)
Observations	80	8	18 f	(15, 12.5, 2)	17	$\gtrsim 2$	$\gtrsim 2$
Simulations	50–65	8–10	23 f	(20–25, 15–20, 3–4)	15–20	7–9	7–9

^aThe last two columns indicate extreme values for local averages over one or two wavelengths.

case. The assumption in (6) is therefore justified, though it certainly leads us to slightly underestimate the real vertical displacement of air parcels (and consequently the associated disturbance in vertical velocity). Combining (5) and (6) yields $\lambda_z \approx 8$ km. These characteristics of the wave packet are summarized in Table 1.

[17] Finally, the density-weighted zonal momentum flux averaged over one horizontal wavelength is estimated:

$$\overline{\rho_0 u'w'}^{(\lambda_h)} \approx 0.125 \frac{-15 \times 2}{2} \approx -2 \text{ Pa}, \quad (7)$$

where $\rho_0 = 0.125 \text{ kg m}^{-3}$ is the VB11 density level. This value corresponds to the observed peak amplitudes, but because of the wave undersampling in the balloon data set and the assumption made for the balloon behavior, it is likely an underestimate of the real momentum flux. Our momentum flux estimate is typically of the same order (though slightly larger) than values reported in similar mountain wave observations [Broad, 1996; Beau and Bougeault, 1998; Shapiro et al., 2005]. It is on the other hand significantly larger than the value cited by Alexander and Teitelbaum [2007] (0.14 Pa), who studied a mountain wave event at the same location but at much higher altitudes (40 km), making the two situations hardly comparable.

2.3. Radiosounding Downstream of the Peninsula

[18] A radiosounding was launched from the station of Marambio (located just downstream of where VB12 failed, 64.23°S, 56.72°W, see Figure 1) on 7 October at 1100 UT. Measurements were recorded every 2 s (roughly every 10 m), but unfortunately the wind measurements failed, and hence we only show vertical profile of potential temperature (Figure 3). This profile is very significantly disturbed in the stratosphere, showing several conspicuous regions that are fairly well mixed (in particular between 13.5 and 14.5 km, between 15 to 17 km, and again near 23–24 km and 26–27 km). In addition to the balloon observations, the profile therefore suggests that the mountain wave was breaking in several places in the lower stratosphere. This sounding will be further discussed in the light of the numerical simulations in section 3.5.

3. Numerical Simulations

[19] In this section, we first report on the meteorological synoptic situation in the vicinity of the Antarctic Peninsula at the time when the Vorcore balloons were passing by (section 3.1). We then describe the numerical mesoscale simulations that were carried out to provide further details on the dynamical processes that took place over the peninsula on 6 and 7 October 2005 (section 3.2). The numerical outputs are next compared with the balloon measurements

(section 3.3). The characteristics of gravity waves generated in the model are detailed in section 3.4, and section 3.5 lastly discusses wave breaking in the simulations.

3.1. Synoptic Conditions

[20] The synoptic meteorological situation in the lower troposphere (850 hPa) in the vicinity of the Antarctic Peninsula is described on the basis of the ECMWF operational analyses and 3-h forecasts. It is displayed in Figure 4 from 6 October 2005, 1500 UT, until 7 October, 1500 UT. On 6 October, a low-pressure system is located on the west of the peninsula at about 100°W, 65°S. This system is associated with a wide area of strong westerly winds (values greater than 20 m s⁻¹) on its western and northern (i.e., equatorward) sides. On 7 October, 0300 UT, the low-pressure center has moved eastward, and is now located at about 85°W, 65°S. The jet region is mainly located on the northern side of the trough (70°W, 60°S), and northwesterly winds begin to blow over the peninsula. Twelve hours later,

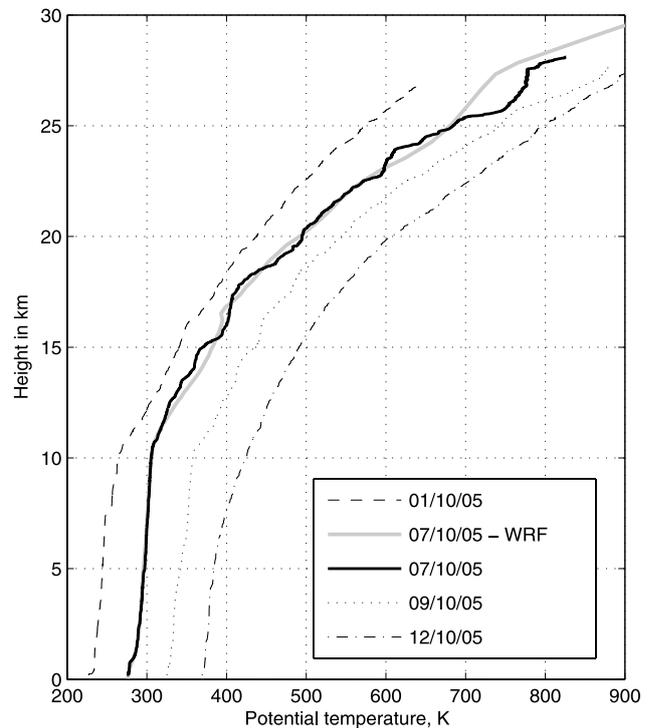


Figure 3. Vertical profiles of potential temperature taken from radiosoundings launched from Marambio on 7 October (solid line) and also on 1, 9, and 12 October (dashed lines, displaced by -50, +50 and +100K, respectively) for comparison. Also shown, in grey, is the vertical profile of potential temperature from the WRF simulation, above Marambio, for 7 October 1200 UT.

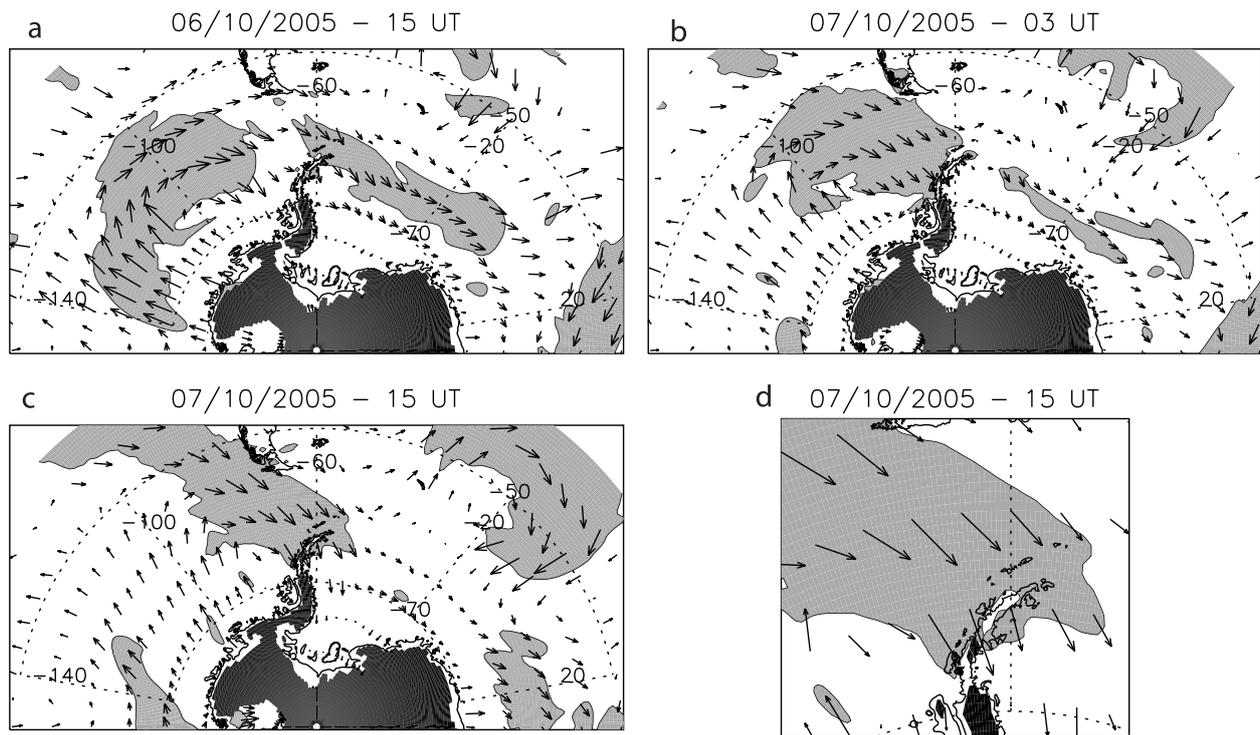


Figure 4. (a–c) Horizontal winds from 3-h forecasts of the ECMWF operational model on the 850-hPa surface. Hours are indicated above each plot. Grey shading corresponds to areas where the modulus of the horizontal wind is greater than 20 m s^{-1} . Regions where the 850-hPa isobar is below the surface are shaded in black. (d) A close-up of the Antarctic Peninsula from Figure 4c.

the low pressure center has moved $\sim 5^\circ$ further eastward, and the peninsula is now hit by strong winds blowing from the northwest, i.e., almost perpendicular to the mountain ridge. VB11 and 12 were passing over the peninsula on the morning of 7 October, exactly at the time when the winds associated with this low-pressure system reached the mountains. Strong winds keep blowing over the peninsula until the end of 7 October, as the low is further displaced eastward. Yet, the winds now have a more pronounced southward component, and the strongest flow is located on the northern tip of the peninsula. A mountain wave above the peninsula is visible in the ECMWF analyses, but because of their coarse resolution the wavelength is overestimated, and the amplitude is severely underestimated (Figures 8 and 9). The drag exerted by the peninsula on the tropospheric flow is already visible in the ECMWF analyses displayed in Figure 4. When looking closely at the low-level wind pattern in the vicinity of the peninsula (Figure 4d), a region of weaker winds is clearly seen right above the peninsula. To investigate in detail the interaction between the atmosphere and the surface, mesoscale simulations have been carried out and are described below.

3.2. Overall Description of the Simulations

[21] The mesoscale simulations were carried out with the Weather Research and Forecast Model (WRF) [Skamarock *et al.*, 2005], which solves the nonhydrostatic, compressible equations for the atmosphere. We used a two-way nesting configuration (the inner domain is shown in Figure 1), so that the small-scale dynamics in the nested domain acts on

the outer domain. Standard parameterizations were used, including the WRF single-moment 3 class for microphysics and the Yonsei University scheme for the planetary boundary layer [Skamarock *et al.*, 2005]. The horizontal spacing is 21 km in the outer domain and 7 km in the inner domain. There are 112 levels from the ground to 1 hPa, corresponding to an altitude of about 42 km. The vertical spacing is about 300 m up to an altitude of about 20 km, except near the ground where the resolution is enhanced. The spacing increases progressively in the last 25 levels, to reach more than 1 km in the last 5 levels. A sponge layer is included in the uppermost 5 km of the domain by increasing the diffusion in order to avoid having excessive reflection of gravity waves from the model lid. Topography is interpolated from the 30'' database provided with WRF. The model is forced at the initial integration time, and on its boundaries, with the 6-hourly operational analyses from the European Center for Medium-Range Weather Forecasts (ECMWF).

[22] The simulations were started on 5 October, 1200 UT and were run for 54 h until 7 October, 1800 UT. A time-altitude cross section of the horizontal wind upstream of the peninsula is displayed in Figure 5. In agreement with the ECMWF analyses, the wind is continuously increasing on 7 October, and exceeds 25 m s^{-1} in most of the troposphere. The orientation of the winds in the troposphere evolves during the day, but there is continuously a significant wind component perpendicular to the peninsula (more than 20 m s^{-1}), so that meteorological conditions on 7 October clearly favor the generation of mountain waves.

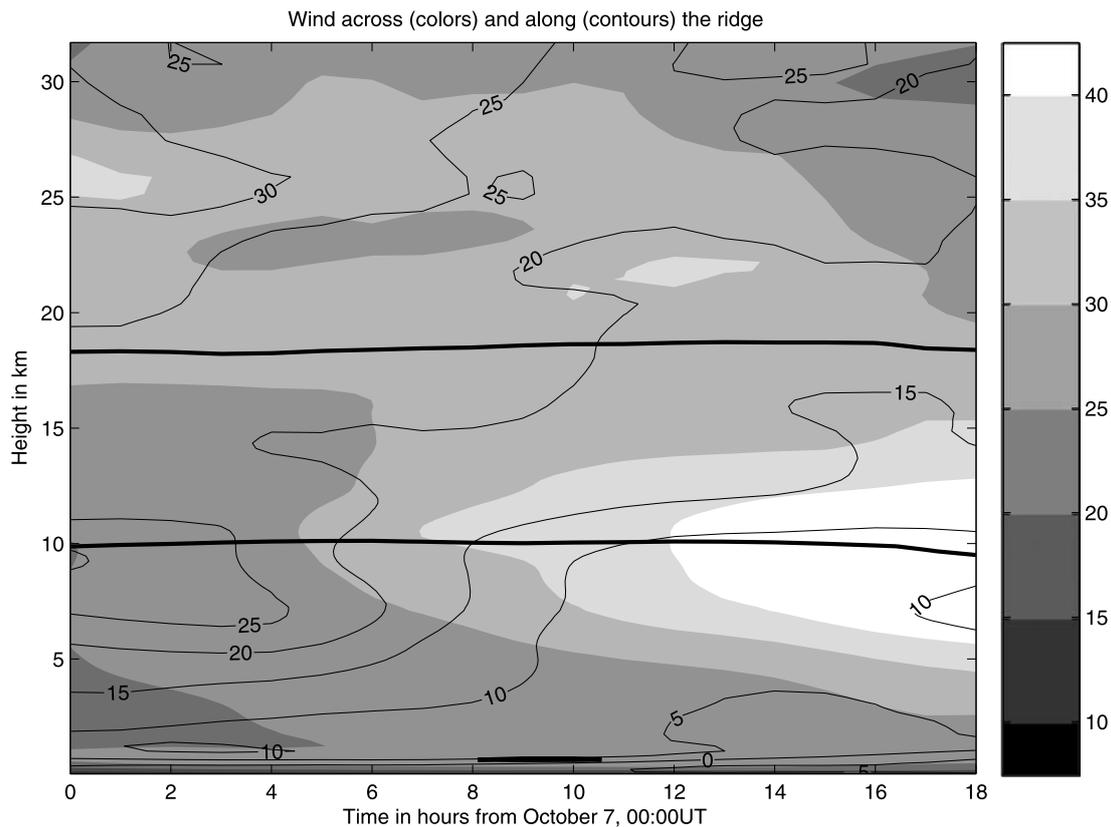


Figure 5. Time-height section of the wind in m s^{-1} upstream of the peninsula in the WRF nested domain on 7 October 2005, from 0000 UT to 1800 UT. The wind has been averaged between 66°S and 58°S , and 65°W and 62°W , but is fairly insensitive to the box chosen. Shading indicates the wind component normal to the ridge (45° clockwise from east), whereas thin lines indicate the wind component parallel to the ridge. In both cases, the contour interval is 5 m s^{-1} . Thick black lines depict two values of the Brunt-Väisälä frequency: $N = 1.5 \cdot 10^{-2} \text{ rad s}^{-1}$ (lower line) and $3 \cdot 10^{-2} \text{ rad s}^{-1}$ (upper line).

[23] Another simulation with a different setting was run and compared with the one described below: the model top was set at 10 hPa only, and the simulation was started on 6 October, 1200 UT. The main features of the wave discussed in the present study (characteristics, amplitude, indications of breaking, fluxes) were found to be robust. Nevertheless, differences were found between the two simulations, showing that the precise aspect and parameters of the wave in such mesoscale simulations remains sensitive to the setting of the simulation [Leutbecher and Volkert, 2000].

[24] A horizontal cross section of the simulated vertical velocity in the lower stratosphere taken from the nested domain is shown in Figure 6. This field is dominated by a gravity wave developing above the Antarctic Peninsula. Figure 7 furthermore shows vertical cross sections of the vertical and horizontal wind components in the nested domain. Figure 7 highlights that the simulated wave packet is generated by the peninsula ridge and propagates upward in the stratosphere. The isentropes are seen to be severely distorted above the peninsula, and are nearly vertical and overturning in several regions spaced by one wavelength (e.g., around 17–19 km, and again around 26–28 km). Finally, it is noteworthy that, in the lee of the stratospheric wave, layered structures are clearly visible in u and v with

large amplitudes, yet essentially absent from w . These will be further discussed in section 3.5.

3.3. Comparison With the Observations

[25] The simulations are compared directly to the balloon observations by interpolating the simulated fields (horizontal wind and temperature) at the balloon locations. This is a quite stringent assessment of the realism of the simulation: for instance, the model may simulate realistic features of the flow but at somehow shifted locations, and the present comparison will then be poorer than deserved. Such direct comparisons thus tend to emphasize the differences between the simulations and the observations. Nevertheless, it appears that the model simulations reproduce reasonably well the balloon observations.

[26] Comparisons are shown for balloon VB11 (Figure 8) and for balloon VB17 (Figure 9). It appears that the model captures very satisfactorily the presence of the wave just above the peninsula, and produces an amplitude that is comparable to the balloon observations. Also shown, for comparison, are the ECMWF fields from the analyses, interpolated at the same locations. The mesoscale features associated to the wave are essentially absent from these, and this makes the benefit of using WRF to study these small-

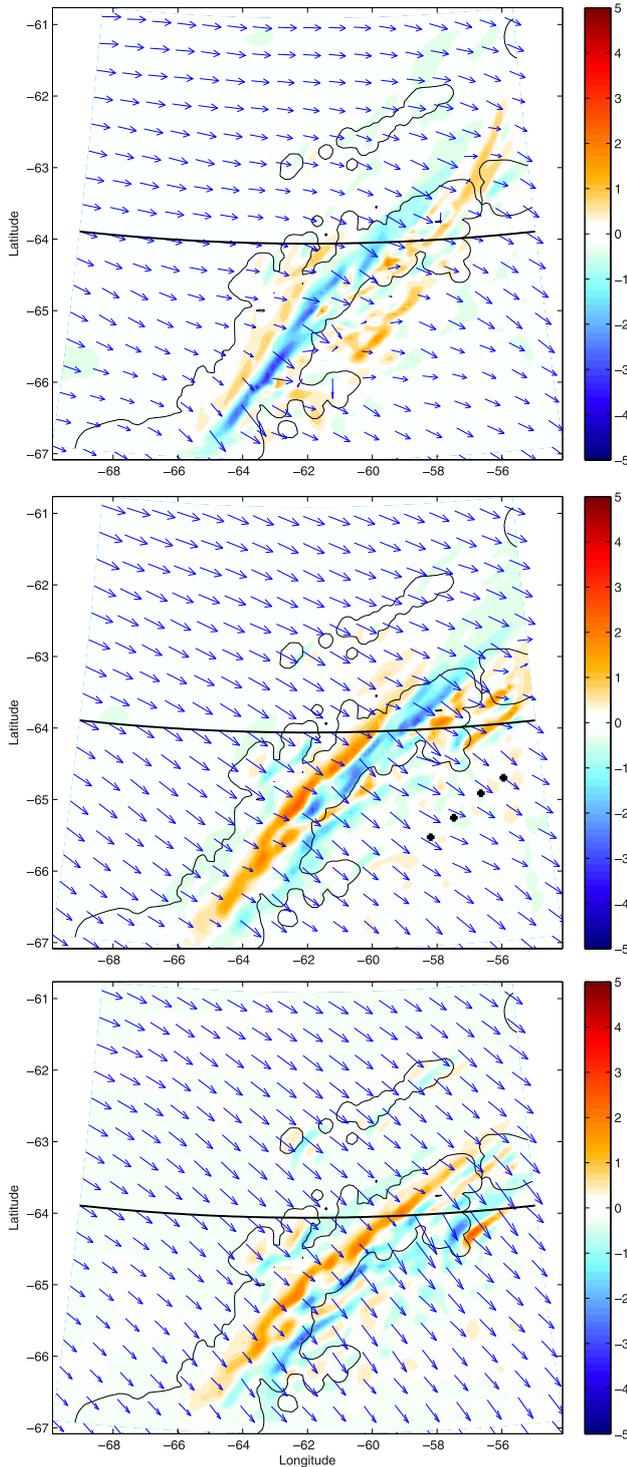


Figure 6. Horizontal maps of the vertical velocity in m s^{-1} and of horizontal wind at altitude $z = 15$ km, for 7 October 2005, (top) 0300 UT, (middle) 0900 UT, and (bottom) 1500 UT, in the nested domain. The line shows the location of the vertical cross sections of Figure 7, and the crosses in Figure 6 (middle) indicate the location of the soundings of Figure 11.

scale features evident. On the other hand, the model has more difficulties to accurately simulate the flow in the lee of the peninsula. This is understandable as the flow in the lee of the peninsula results in part from the forcing due to the wave and its breaking. As this breaking cannot be properly resolved in the simulations, we do not obtain as good an agreement between the observed and simulated fields as for the mountain wave itself.

3.4. Characteristics of the Wave in the Simulations

[27] In this section, we give further details on the characteristics of the gravity wave packet in the simulations, as was done with the balloon observations. In the following, the characteristics of the wave are estimated in the nested domain.

[28] In the simulated fields, graphical estimation of the horizontal wavelength typically yields $\lambda_x \sim 80\text{--}100$ km in the zonal direction, $\lambda_y \sim 70\text{--}90$ km in the meridional direction, yielding a wavelength of $\lambda_h \sim 50\text{--}65$ km in the southeast direction, i.e., perpendicular to the mountain. The vertical wavelength is about $\lambda_z \sim 10\text{--}12$ km in the troposphere, $\lambda_z \sim 8\text{--}10$ km in the stratosphere. Such values in the lower stratosphere yield an intrinsic frequency $\hat{\omega} \sim (3.0 \pm 0.5) \times 10^{-3} \text{ rad s}^{-1} \sim 23 \pm 3.5 f$, or an intrinsic period $\hat{T} \sim (35 \pm 5) \text{ min}$. Hence the wave can well be approximated as a pure internal gravity wave. These estimations of the wavelength, direction of propagation, and intrinsic frequency are in very good agreement with the balloon measurements, see section 2 and Table 1.

[29] One can also calculate the intrinsic frequency by assuming that the wave is nearly stationary with respect to the ground, as suggested by Figures 6 and 7. Thus, $\hat{\omega} = k_h \bar{u}_\perp$, where the horizontal velocity normal to the ridge (\bar{u}_\perp) is typically $30\text{--}35 \text{ m s}^{-1}$ according to Figure 5. This yields $\hat{\omega} \sim (3.4 \pm 0.3) \times 10^{-3} \text{ rad s}^{-1}$. The consistency between the values of $\hat{\omega}$ estimated from the dispersion relation and from the Doppler shift further confirms that the interpretation in terms of gravity wave is fully justified.

[30] The amplitude of the wave-induced disturbances in vertical velocity is estimated directly from the simulated field above the peninsula. In that region, the mountain wave actually accounts for most of the vertical velocity fluctuations (see Figure 7). At stratospheric heights comparable to those of the balloons, we find that $|\bar{w}| \sim 3\text{--}4 \text{ m s}^{-1}$ in the nested domain. Similarly, other cross sections indicate amplitudes of $\sim 20\text{--}30 \text{ m s}^{-1}$ for the horizontal velocity disturbances (\bar{u}_\perp) in the direction perpendicular to the mountain ridge, and of $\sim 15\text{--}20 \text{ K}$ for the potential temperature disturbances (θ). These values are fully consistent with the values estimated from the balloon observations. They are also consistent with values that can be estimated from the wave characteristics: for example, injecting $\lambda_h \sim 60 \text{ km}$, $\lambda_z \sim 8 \text{ km}$, $\hat{T} \sim 40 \text{ min}$ into the polarization relation that relate \bar{u}_\perp and θ to $\bar{w} \approx 3 \text{ m s}^{-1}$ yields

$$|\bar{u}_\perp| = \frac{\lambda_h}{\lambda_z} |\bar{w}| \sim 22.5 \text{ m s}^{-1}, \quad |\theta| = \frac{\theta_0 N^2 \hat{T}}{2\pi g} |\bar{w}| \sim 16 \text{ K}, \quad (8)$$

where θ_0 is the background potential temperature. The quoted values therefore correspond to a very large amplitude gravity wave event. *Shapiro et al.* [2005] reported of a similar event above Greenland, and furthermore showed that

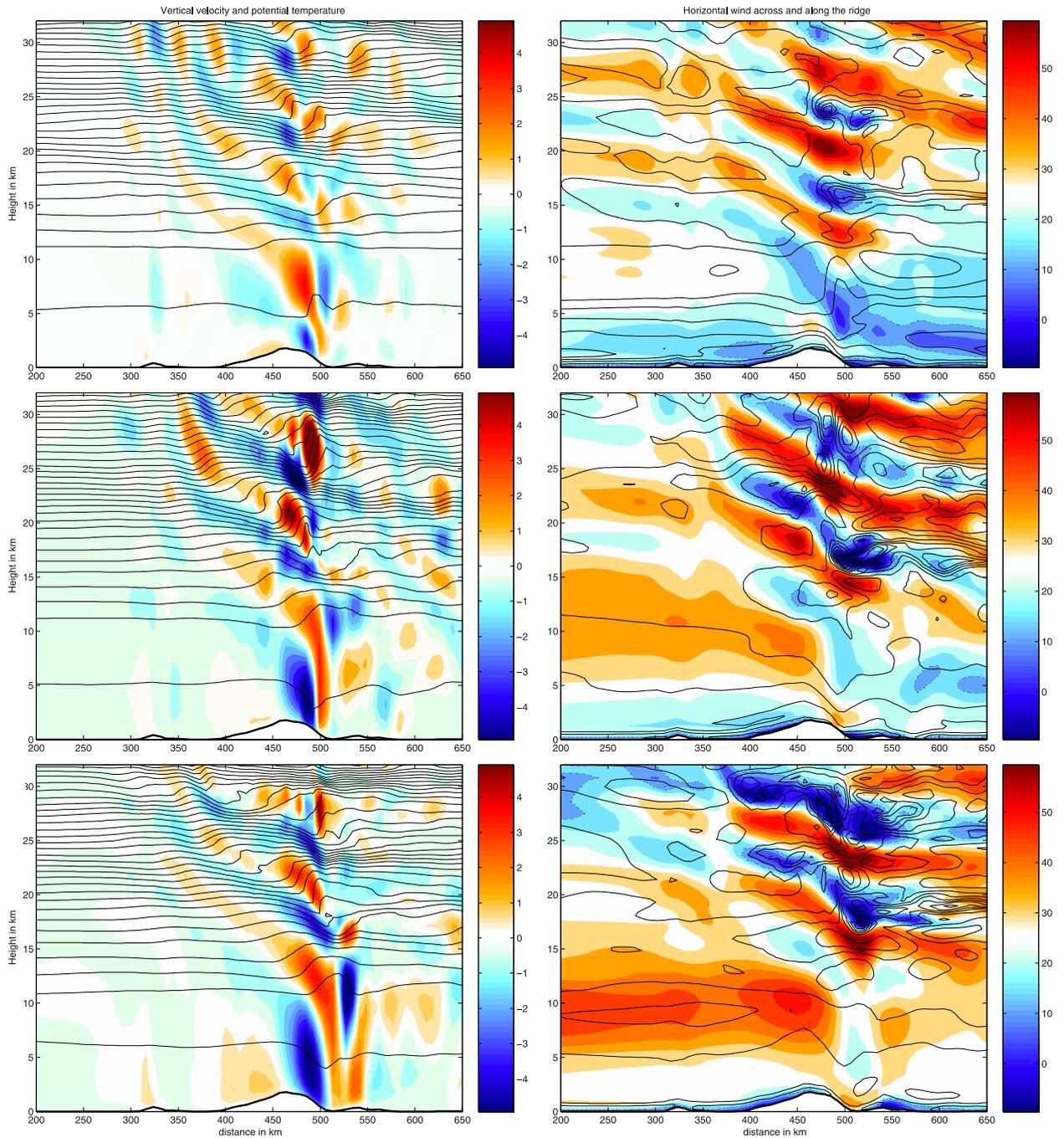


Figure 7. Vertical cross sections of (left) vertical velocity (in m s^{-1} , colors) and potential temperature (contours) and (right) horizontal wind (colors for u , contours every for v , contour interval 5 m s^{-1}). The cross sections are taken along the line shown in Figure 6. Times displayed are 7 October 2005, (top) 0300 UT, (middle) 0900 UT, and (bottom) 1500 UT.

the wave was breaking in their simulations. This is also the case with our simulations, as is now shown.

3.5. Wave Breaking

[31] Given the characteristics and amplitude of the wave found above, the wave-induced maximum vertical gradients of potential temperature in the lower stratosphere are sufficient to induce regions of static instability (we

have $(2\pi/\lambda_z)(g/\theta_0)\tilde{\theta} \sim 5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$). This is illustrated in Figure 7, where isentropes become nearly vertical in several regions in the stratosphere. A further confirmation is obtained by diagnosing the Richardson number $Ri = N^2/|d\mathbf{u}/dz|$ from the simulations: Figure 10 shows that in a large region of the flow above the peninsula the isentropes are overturning at the time when balloon VB12 was flying over the peninsula. It also makes clear the contrast between

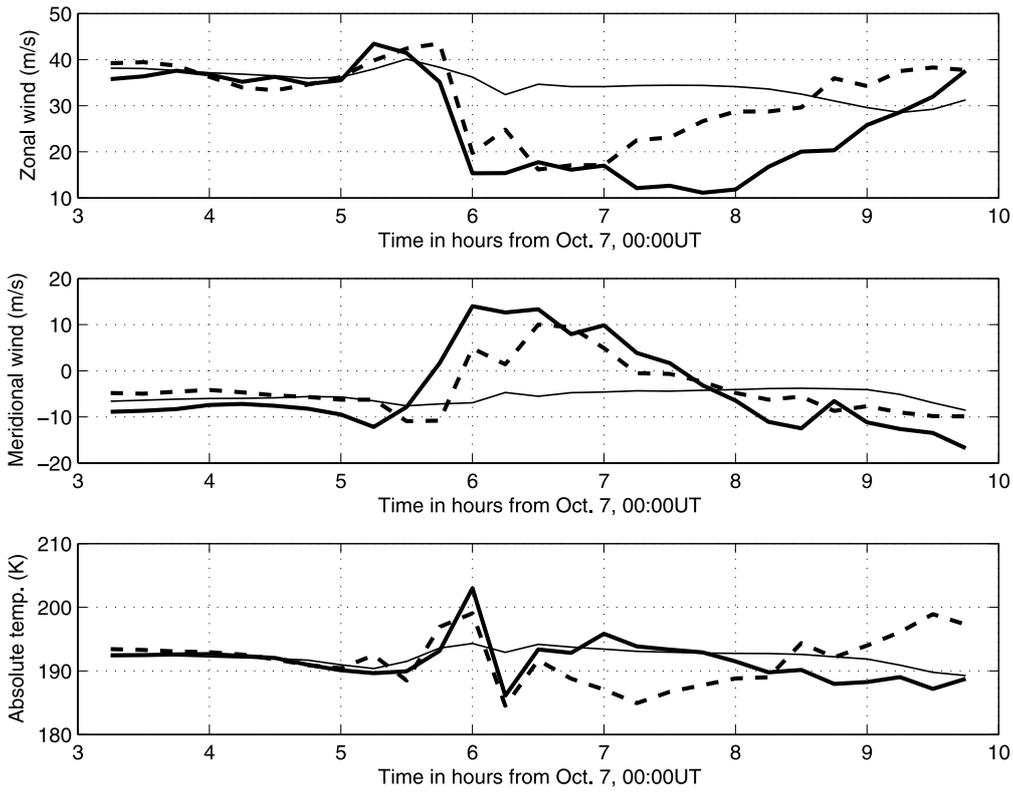


Figure 8. Comparison of u , v , and temperature as functions of time, from the measurements of balloon VB11 (solid line), from the simulations (dashed) in domain 2, and from the ECMWF (thin).

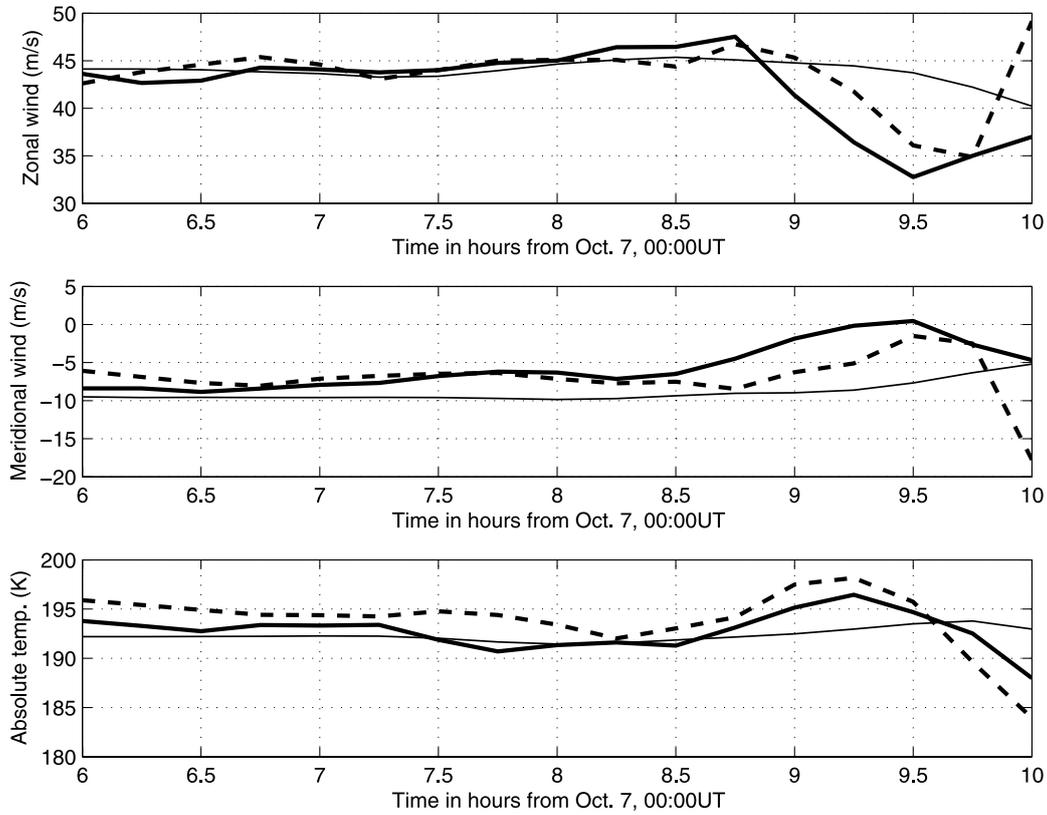


Figure 9. Same as Figure 8 but for balloon VB17.

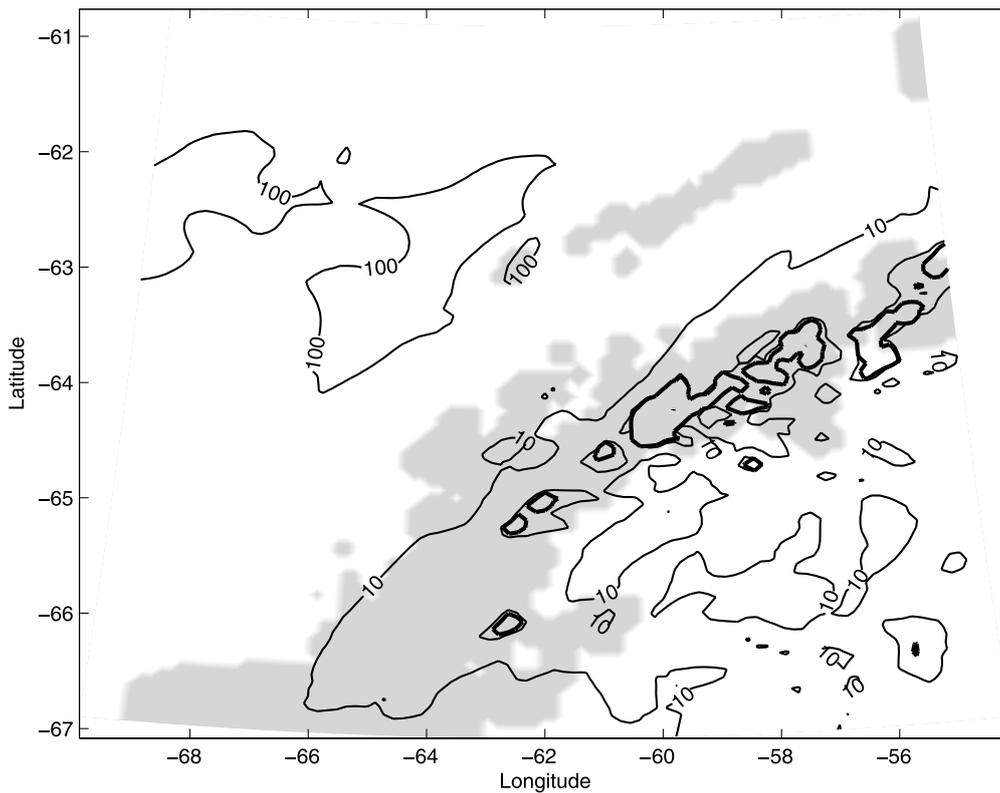


Figure 10. Map of the minimum Richardson number in the altitude range 12–20 km, from domain 2 on 7 October 2005, 0900 UT. The thick contour outlines regions of static instability ($Ri < 0$). Other contour lines indicate Ri values of 1, 10 (labeled), and 100 (labeled).

the very stable conditions upstream ($Ri_{\min} > 10$ and even $Ri_{\min} > 100$) and downstream of the peninsula ($Ri_{\min} < 10$ at most locations). Inspection of the simulations reveals that there is continuous breaking during the time period investigated (7 October 2005, 0000–1800 UT). Finally, note that the cross sections of horizontal velocity (Figure 7) suggest that the wave is also inducing severe winds downslope of the mountain. This may account for the significant reduction in vertical momentum fluxes in the first kilometers of the troposphere, see section 4.1.

[32] Given that the amplitudes of the wave in the simulations and in the observations are comparable, the presence of significant regions of static instability in the model simulations provides evidence that the wave was breaking in the lower stratosphere at the time when VB12 was flying over the peninsula. Though not necessary to explain the explosion of VB12, the breaking has very likely contributed to the vertical motion of the balloon and hence its explosion.

[33] The breaking of the wave in the lower stratosphere has several important implications:

[34] 1. The analysis of the potential temperature in the sounding from Marambio (Figure 3, section 2.3) shows clearly that several layers have been thoroughly mixed, nearly homogenized, in particular between 15 and 17 km. This is evidence for the presence of turbulence upstream of the radiosounding, i.e., where the gravity wave is breaking. The comparison of the potential temperature in WRF and in the sounding shows that the simulation carries relevant indications of this mixing in the lower stratosphere (around

16 km), though the mixed layers above 20 km are not found. Moreover, as could be expected, the model underestimates the homogenization of layers in which the wave breaking has occurred.

[35] 2. The forcing associated with the breaking wave is very localized in space and time, and as such it will act as a secondary source of inertia-gravity waves [Scavuzzo *et al.*, 1998; Vadas *et al.*, 2003]. The layered structure found in both components of the horizontal wind, but absent from the vertical wind, downstream of the mountain wave in the stratosphere (Figure 7) appears to correspond in part to inertia-gravity waves. Further evidence that these oscillations in u and v correspond to inertia-gravity waves comes from the inspection of hodographs of the wind in the lower stratosphere downstream of the mountain (Figure 11): these show distinct ellipses with aspect ratios of about 2 to 3, and always rotating anticlockwise with height. This is indication of inertia-gravity waves with frequencies of the order of $2-3f$ and propagating upward. The vertical wavelengths found are 5–7 km, which is typical for such waves [Sato, 1994].

[36] This evidence for secondary generation of IGWs is in agreement with the balloon measurements, which have shown an enhanced presence of IGWs in the lee of large-amplitude mountain waves. This secondary source of IGWs is expected to exist on theoretical grounds [Scavuzzo *et al.*, 1998; Fritts *et al.*, 2006], but has seldom been documented in observations and simulations. A more detailed comparison with the observations, however, is beyond the scope of

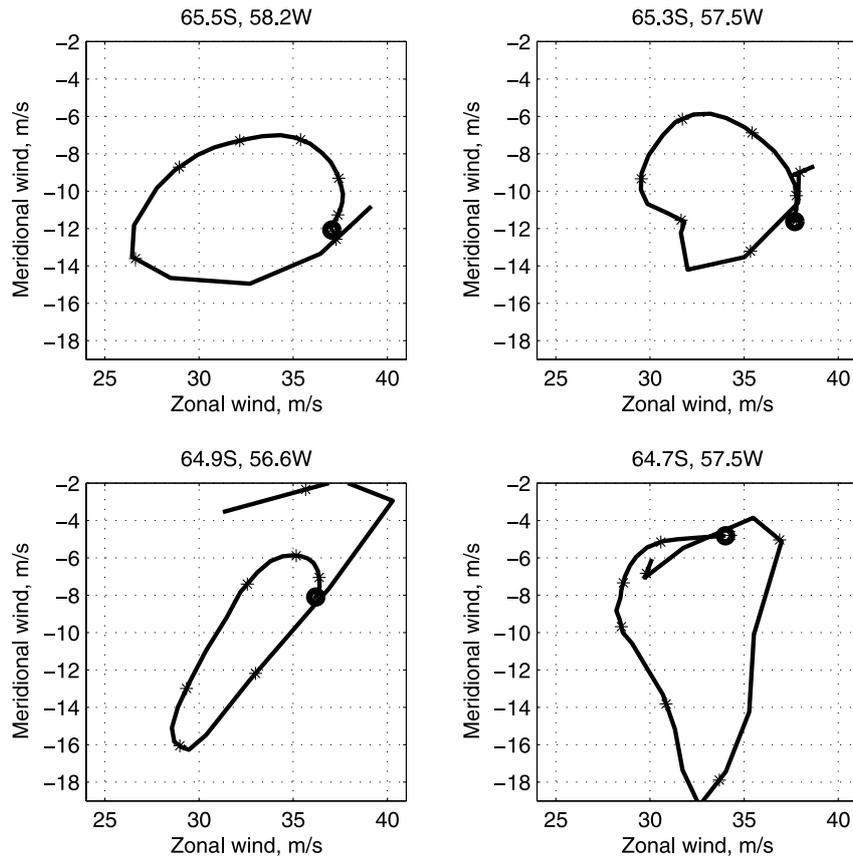


Figure 11. Hodographs of vertical profiles of u (horizontal axis, in m s^{-1}) and v (vertical axis), taken from the model output for 7 October, 0900 UT, at locations as indicated in Figure 6. The starting point of the hodograph is indicated by a large dot, and heights are indicated by marks every km from 12 to 19 km.

the present study, the present numerical simulations being limited by the size of the domain used.

[37] 3. The divergence of the momentum flux associated with the mountain wave contributes to the forcing of the stratospheric circulation on large scales, as is further discussed in the next section.

4. Discussion

[38] The previous sections have shown that the numerical simulations compare reasonably well with the observations. Below we use those simulations to discuss two issues related to this large-amplitude wave event, namely the momentum fluxes associated with this wave (section 4.1) and the frequency of such large-amplitude events (section 4.2).

4.1. Momentum Fluxes Toward the Stratosphere

[39] It is known that estimates of momentum fluxes are very sensitive to resolution, as has been documented for example by *Smith et al.* [2006]. Hence, before using our simulations to estimate momentum fluxes, it is essential to note the agreement found above in the comparison of the observations and the simulations. This suggests that our simulations have a sufficient resolution to be used for the following discussion.

[40] The momentum fluxes associated with this wave event can be estimated in two ways: (1) from the estimate of the amplitude and characteristics of the wave, obtained either from the observations or from the numerical simulations, and (2) by direct calculation and integration from the simulation output. The comparison of the two will provide insight regarding the validity of the assumptions made in analyzing the Vorcore data.

[41] From the estimates of wave amplitudes ($|\tilde{u}_\perp| \sim 25 \text{ m s}^{-1}$, $|\tilde{w}| \sim 3 \text{ m s}^{-1}$, where $u'_\perp = (u' - v')/\sqrt{2}$) and from the density value at the flight level of VB11 ($\rho_0 \sim 0.125 \text{ kg m}^{-3}$), we obtain local values of the density-weighted momentum flux ($\rho u'_{\text{perp}} w' = \frac{1}{2} \rho |\tilde{u}_\perp| |\tilde{w}|$) that reach $\sim 5 \text{ Pa}$.

[42] To estimate momentum fluxes directly from the simulations, anomalies were obtained by removing, at each height, the average over the whole domain at that height: $u' = u - \iint u \, dx dy / \iint dx dy$. The momentum fluxes $\rho u' w'$ were averaged over squares $140 \text{ km} \times 140 \text{ km}$ (i.e., 20×20 grid points). The size of the boxes was chosen so that they encompass several wavelengths. It is found that the maximal values of momentum flux are very localized and reach 7 to 9 Pa at heights between 15 and 20 km. This is remarkably consistent with the estimate found above simply from the amplitude of the wave.

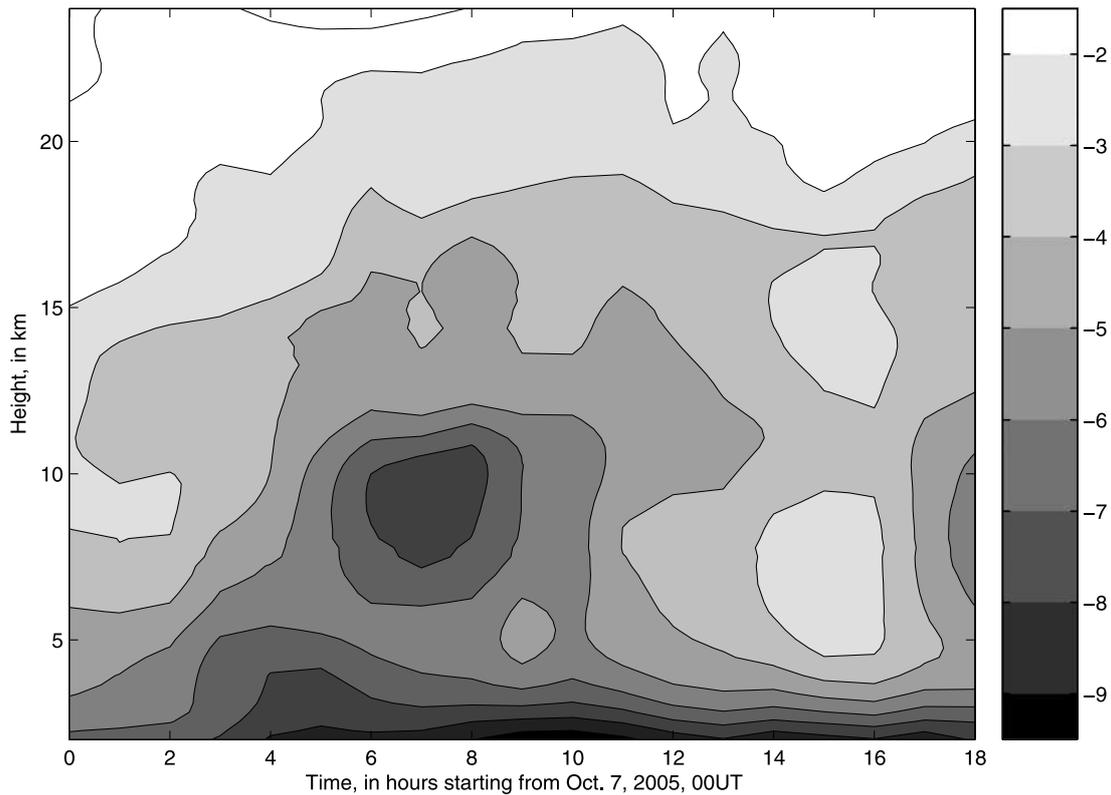


Figure 12. Momentum fluxes in the southeast direction (perpendicular to the peninsula) integrated over the region between 65°S and 62°S, and 64°W and 56°W, for 7 October, 0900 UT. Units are 10^{10} N.

[43] The above estimations however only provide an estimate for the maximum values of $\rho u'_\perp w'$. The forcing in the stratosphere, where the wave breaks, will depend on the integral of this term, which is spatially very inhomogeneous. The total flux

$$\mathcal{F}_\perp(z, t) = \int \int \rho u'_\perp w' dx dy, \quad (9)$$

was thus calculated over a limited area around the mountain (between 65°S and 62°S, and 64°W and 56°W) and is shown in Figure 12. It was verified that the obtained values are hardly sensitive to the chosen geographical area. In particular, the total flux over the whole nested domain yields values that are only 10% larger than those in the small window defined above, indicating that the mountain gravity wave accounts for most of the flux in the domain. Several points are worth noting. First, the momentum flux decreases sharply in the lower troposphere. This is consistent with the nonlinear phenomena observed in the lower layers from the simulations (downslope windstorm [e.g., Holton, 1992]). This decrease is also evident when one compares the drag exerted on the mountain with the values of the momentum flux at low altitudes in the troposphere (Figure 13): at $z = 2$ km, the momentum fluxes are already considerably reduced relative to the surface drag. Second, the momentum fluxes show a second pronounced decrease in the lower stratosphere at the time when the wave is most intense (7 October, 0600 UT to 1000 UT), consistent with the breaking occurring there. The

associated deceleration of the mean flow in the lower stratosphere reaches up to $10 \text{ m s}^{-1} \text{ h}^{-1}$ in very localized areas (squares of 140 km by 140 km). Finally, the overall flux increases as the wind increases during the beginning of the period (7 October, from 0000 UT to 0900 UT), and then decreases during the rest of the simulated period.

4.2. Frequency of Such Events During the Vorcore Campaign

[44] The large-amplitude wave event reported in the previous sections illustrates the strong variability of the gravity wave field. Local values of momentum fluxes were found to be very intense, but only in a very limited area and for a limited time. More generally, the intermittency of gravity wave forcing is generally one of the least constrained parameters in gravity wave drag parameterizations [Alexander and Dunkerton, 1999], though it significantly influences the altitude where gravity waves break and forces the residual circulation in the middle atmosphere [Bühler, 2003; Piani et al., 2004]. Our simulations have for example shown that the large-amplitude wave that we studied already breaks in the lower stratosphere, and so forces the flow at these low altitudes. The impact of such an intense and localized wave is thus very different from that of a series of smaller waves that carry the same momentum fluxes overall, but which could each propagate further up in the atmosphere. A key issue is thus to determine how representative, or how frequent, such large-amplitude gravity wave events actually are. The mountain wave signature in the pressure time series of VB11 (Figure 14) for instance

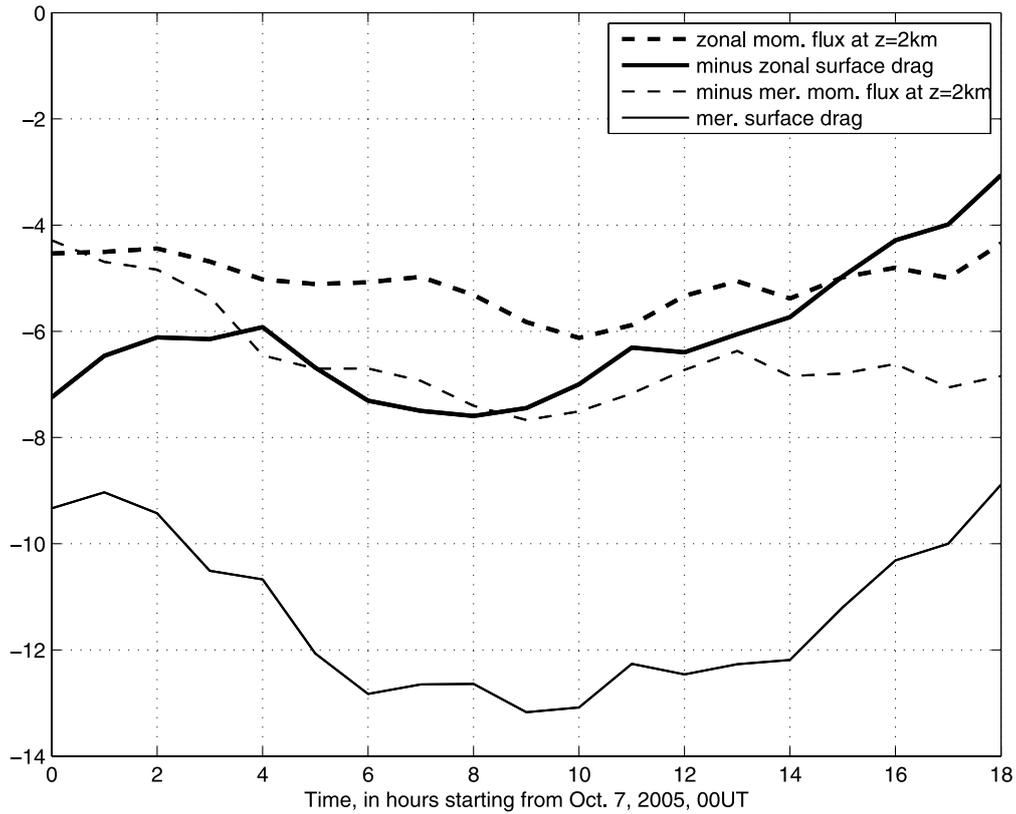


Figure 13. Time evolution of the surface drag and momentum flux at $z = 2$ km over the region with latitude between 62°S and 65°S , and longitude between 64°W and 54°W , on 7 October 2005, from 0000 UT to 1800 UT. Time is indicated in hours, and drag and momentum flux are indicated in 10^{10} N.

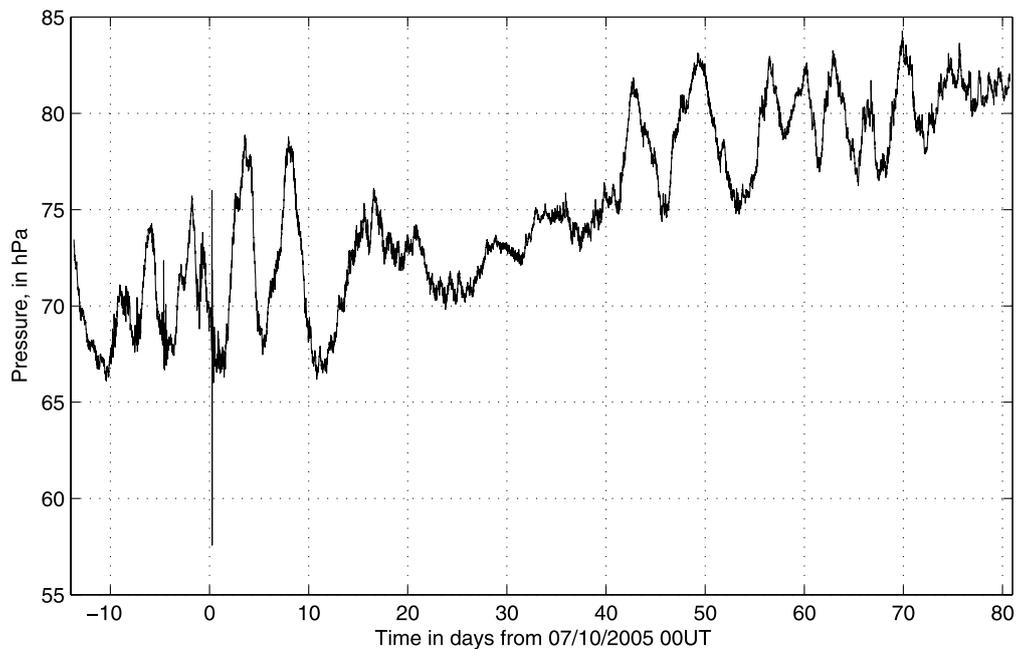


Figure 14. Time series of the pressure for balloon VB11 for the whole of its flight. Time is in days, with the reference time being 7 October, 0000 UT.

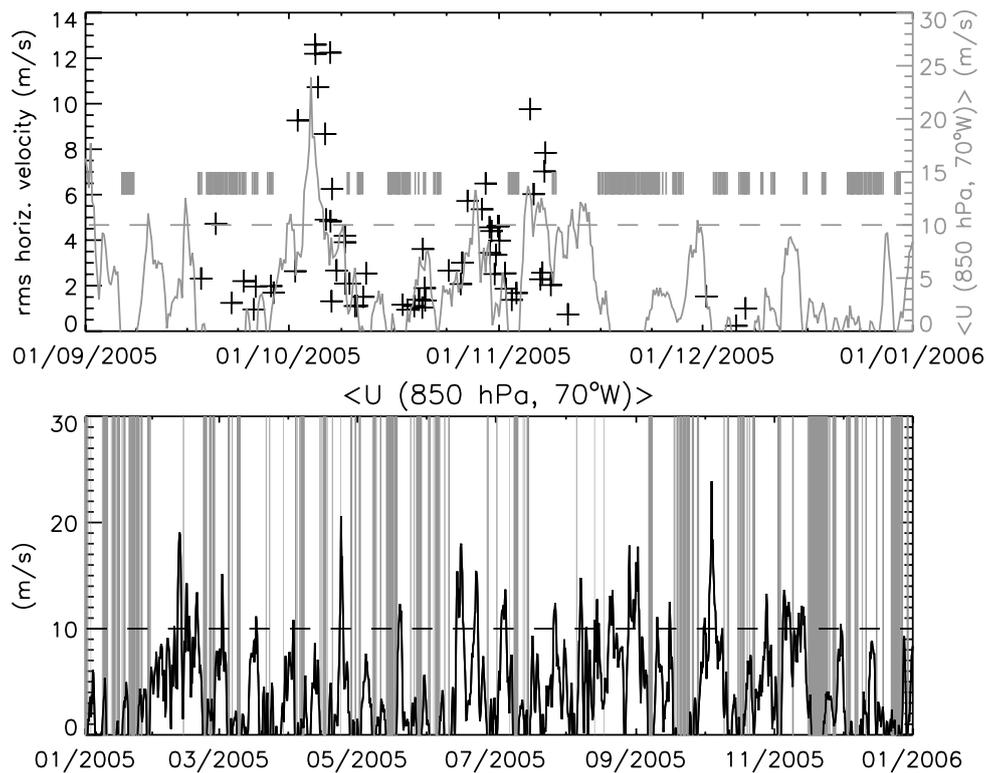


Figure 15. (top) The rms disturbances in horizontal velocities induced by gravity waves above the Antarctic Peninsula estimated from the Vorcore data set (crosses, left scale). The grey curve (right scale) depicts the 850-hPa zonal velocity from the ECMWF operational analyses averaged on a meridional transect (70°W , $62.5\text{--}72.5^{\circ}\text{S}$) located on the western side of the Antarctic Peninsula. (bottom) The same 850-hPa zonal velocity but for the entire 2005 year. On both panels, the grey shading indicates time periods when the horizontal wind veers by more than 90° in the troposphere in the vicinity of the peninsula, preventing mountain wave propagation into the stratosphere.

appears as a single spike which clearly is an extreme and rare event among the flow situations sampled by the balloon: the pressure jump is 2 orders of magnitude larger than the average pressure jump between successive measurements. Now, the Antarctic Peninsula is known to be a significant source of large-amplitude mountain waves [Gary, 1989; Watanabe *et al.*, 2006]. During the Vorcore campaign, several other strong mountain waves were observed by the balloons above the peninsula, but the wave activity in that area appears to be very sporadic [Hertzog *et al.*, 2008]. We propose below a crude estimate of the occurrence of large amplitude mountain waves above the peninsula, which is based on the Vorcore observations and on some knowledge of the large-scale flow upstream of the peninsula.

[45] To this end, we first estimated the mountain wave activity in the vicinity of the Antarctic Peninsula during the Vorcore campaign. Namely, the balloon horizontal velocities were high-pass filtered in order to only deal with disturbances induced by gravity waves. This is easily achieved with long-duration superpressure balloons, as they are almost perfect tracers of horizontal motions. The time series recorded during the balloon flights thus directly exhibit the wave intrinsic frequencies. Accordingly, the cutoff frequency of the filter used to isolate gravity waves was chosen to correspond to the inertial frequency at the

latitude of the peninsula. We then defined a geographical area that encompasses the Antarctic Peninsula ($55\text{--}70^{\circ}\text{W}$, $62.5\text{--}72.5^{\circ}\text{S}$), and we computed the root-mean-square horizontal velocity (i.e., $\sqrt{u^2 + v^2}$) associated with each passage of a balloon in that area. The result is displayed (with the crosses) in Figure 15 (top). Figure 15 shows the large variability of gravity wave activity that is observed above the peninsula: background rms amplitudes of GW horizontal velocity disturbances are typically less than 2 m s^{-1} , whereas some wave packets induce disturbances with amplitudes more than 5 times as large (and thus momentum fluxes typically 25 times larger). In particular, the event studied in this article occurred during a time period (early October) which is associated with a larger than usual gravity wave activity. Other similar active periods (though less active) are also observed in late October and early November. Note finally that the observations underestimate the real gravity wave variability in the peninsula area for at least two reasons: first, the observations only provide a limited sampling both in time and space; second, even when a wave is indeed sampled, it is only present in a small portion of the above-mentioned area, so that the rms amplitudes displayed in Figure 15 are smoothed by the averaging.

[46] Figure 15 also shows the analyzed 850-hPa zonal velocity issued by the ECMWF operational system, aver-

aged on the western border of the above-mentioned area. During the Vorcore campaign (Figure 15, top), the periods corresponding to the largest gravity wave activity in the lower stratosphere are mostly associated with a strong zonal velocity in the lower troposphere upstream of the peninsula. This is the expected relation, since the gravity waves observed by the stratospheric balloons in that area are most likely mountain waves generated above the peninsula. Now, we do not expect such a simple correlation to hold perfectly: for instance, the geographical extent of the mountain waves may be smaller than the entire peninsula so that the balloons may miss them on some occasions. Another factor to consider is the possible filtering by tropospheric winds: a further criterion can be considered to identify when the tropospheric winds veer by more than 90° and prevent propagation to the stratosphere, as was done in the analysis of [Dörnbrack *et al.*, 2001]. As seen in Figure 15, this essentially only happens when surface winds are weak or westward. Hence, the waves generated when $u_{850 \text{ hPa}} > 10 \text{ m s}^{-1}$ are likely free to propagate to at least 50 hPa and the analyzed 850-hPa zonal velocity is a good proxy for forecasting GW activity in the vicinity of the Antarctic Peninsula: larger wave-induced disturbances are observed when the 850-hPa zonal velocity upstream of the peninsula is typically larger than 10 m s^{-1} . (An equivalent good correlation (not shown) is found between the wave activity in the balloon observations and the time series of gravity wave stress provided by the parameterization implemented in the ECMWF model). If we now consider the whole 2005 year (Figure 15, bottom), about 20 time periods, corresponding to a total of 37 days, are associated with such strong zonal velocities. These periods mostly occur when the propagation conditions for mountain waves throughout the troposphere and into the stratosphere are generally favorable. On the basis of this coarse proxy, we thus expect that GW packets comparable to the one described in this article occur $\sim 10\%$ of the time in the lower stratosphere above the Antarctic Peninsula. It is interesting to note that Hertzog *et al.* [2008] reported very similar values for the intermittency of mountain waves above Antarctica from independent estimations based solely on the Vorcore data set.

5. Conclusion

[47] This study documents the event of a large-amplitude orographic gravity wave observed on 7 October 2005 over the Antarctic Peninsula, using both data and mesoscale model simulations. The data consists principally in measurements from superpressure balloons launched during the Vorcore campaign [Hertzog *et al.*, 2007]. Several balloons were flying in the vicinity of the peninsula at that time, at altitudes between 17 and 19 km (Figure 1), and one of them (VB12) exploded as it was passing over the peninsula.

[48] The observations gathered from the other balloons flying over the peninsula on the same day clearly suggest the presence of a very strong gravity wave above the peninsula. In particular, VB11 flew on a trajectory close to VB12, but about 1.7 km lower and about 4 h earlier. Measurements of pressure, temperature and wind as the balloon flew over the peninsula show very large fluctuations

(18 hPa in pressure, 17 K in temperature) which can be interpreted as a gravity wave. However, because the measurements are made only every 15 minutes, the wave is undersampled.

[49] The observations are complemented by numerical simulations with the Weather Research and Forecast model [Skamarock *et al.*, 2005], using two domains with a horizontal resolution of $dx = 7 \text{ km}$ in the nested domain, and 112 vertical levels up to 1 hPa. The simulations clearly produce a large-amplitude gravity wave above the peninsula. The wave amplitude and characteristics agree with those found and estimated from the observations, as summarized in Table 1. Furthermore, the simulations show that this wave was breaking through static instability in the lower stratosphere on 7 October. This is supported by a radiosounding (section 2.3, Figure 3) just downstream of the mountain, which clearly shows evidence of layers where mixing has occurred in the lower stratosphere.

[50] The simulations were used to obtain estimates of the momentum fluxes associated with the wave. Local values of the momentum fluxes, averaged over boxes $140 \text{ km} \times 140 \text{ km}$, reached 7 to 9 Pa at heights between 15 and 20 km. As the wave is already breaking, the forcing associated with these momentum fluxes will mostly be relevant for the lower stratosphere. Such large amplitude gravity wave events can contribute significantly to climatologies of gravity wave momentum fluxes [Hertzog *et al.*, 2008]. However, it is also essential to estimate their representativity, or in other words their intermittency. From a combined investigation of the Vorcore data and of ECMWF analyses, it was estimated that such large-amplitude gravity wave events are present 10% of the time over the Antarctic Peninsula.

[51] The simulations carried out have also illustrated other impacts of the wave which, in addition to their contribution to momentum fluxes toward the middle atmosphere, can be of importance:

[52] 1. The wave breaking not only leads to a forcing of the mean flow, it also acts as a secondary source of inertia-gravity waves [Scavuzzo *et al.*, 1998; Fritts *et al.*, 2006]. There is evidence of low-frequency inertia-gravity waves in the wake of the breaking region in the lower stratosphere in the simulations (Figures 7 and 11). This is in agreement with the presence of low-frequency oscillations frequently found in the Vorcore data downstream of regions of strong mountain wave packets (not shown).

[53] 2. The breaking of such a wave in the lower stratosphere is a source of clear air turbulence and vertical mixing. Strong evidence for the latter was provided by the radiosounding from Marambio (Figure 3) in which several layers in the lower stratosphere have their potential temperature partially homogenized.

[54] 3. The temperature fluctuations can lead to PSC formation over the peninsula [Höpfner *et al.*, 2006; Noel *et al.*, 2008]. On one hand, the wave induces very large temperature fluctuations (up to 25K), but on the other hand these occur only on short time scales (tens of minutes). In consequence, the impact on microphysics remains unclear.

[55] Further work on several of these issues (intermittency, forcing of secondary waves, identification of nonorographic sources) is underway, again combining Vorcore observations and mesoscale numerical simulations.

[56] **Acknowledgments.** The authors would like to thank the French Space Agency (CNES) for the success of the Vorcore balloon campaign. They also thank IDRIS for the computing resources necessary for these simulations and the LEFE program and the ANR project FLOWING for financial support. Mohamed Moustououi is gratefully acknowledged for all of his help with running the WRF model. The authors also wish to thank Lionel Guez for his help with WRF, François Lott for useful indications, and the two referees for their useful comments and suggestions.

References

- Alexander, M. J., and T. Dunkerton (1999), A spectral parametrization of mean-flow forcing due to breaking-gravity waves, *J. Atmos. Sci.*, *56*, 4167–4182.
- Alexander, M. J., and H. Teitelbaum (2007), Observation and analysis of a large amplitude mountain wave event over the Antarctic peninsula, *J. Geophys. Res.*, *112*, D21103, doi:10.1029/2006JD008368.
- Andrews, D., J. Holton, and C. Leovy (1987), *Middle Atmosphere Dynamics*, Academic, Orlando, Fla.
- Austin, J., et al. (2003), Uncertainties and assessment of chemistry-climate models of the stratosphere, *Atmos. Chem. Phys.*, *3*, 1–27.
- Beau, I., and P. Bougeault (1998), Assessment of gravity-wave drag parameterization with PYREX data, *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, *124*, 1443–1464.
- Boccara, G., A. Hertzog, R. Vincent, and F. Vial (2008), Estimation of gravity-wave momentum fluxes and phase speeds from long-duration stratospheric balloon flights. 1. Theory and simulations, *J. Atmos. Sci.*, in press.
- Broad, A. (1996), High-resolution numerical model integrations to validate gravity-wave-drag parameterization schemes: A case study, *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, *122*, 1625–1653.
- Bühler, O. (2003), Equatorward propagation of inertia-gravity waves due to steady and intermittent wave sources, *J. Atmos. Sci.*, *60*, 1410–1419.
- Buss, S., A. Hertzog, C. Hostettler, T. Bui, D. Lüthi, and H. Wernli (2004), Analysis of a jet stream induced gravity wave associated with an observed ice cloud over Greenland, *Atmos. Chem. Phys.*, *3*, 5875–5918.
- Dörnbrack, A., M. Leutbecher, J. Reichardt, A. Behrendt, K.-P. Müller, and G. Baumgarten (2001), Relevance of mountain wave cooling for the formation of polar stratospheric clouds over Scandinavia: Mesoscale dynamics and observations for January 1997, *J. Geophys. Res.*, *106*(D2), 1569–1581.
- Dörnbrack, A., T. Birner, A. Fix, H. Flentje, A. Meister, H. Schmid, E. V. Browell, and M. J. Mahoney (2002), Evidence for inertia-gravity waves forming polar stratospheric clouds over Scandinavia, *J. Geophys. Res.*, *107*(D20), 8287, doi:10.1029/2001JD000452.
- Fritts, D. C., and M. J. Alexander (2003), Gravity wave dynamics and effects in the middle atmosphere, *Rev. Geophys.*, *41*(1), 1003, doi:10.1029/2001RG000106.
- Fritts, D., S. Vadas, K. Wan, and J. Werne (2006), Mean and variable forcing of the middle atmosphere by gravity waves, *J. Atmos. Sol. Terr. Phys.*, *68*(3–5), 247–265.
- Gary, B. L. (1989), Observational results using the microwave temperature profiler during the airborne Antarctic ozone experiment, *J. Geophys. Res.*, *94*(D9), 11,223–11,231.
- Hamilton, K., R. J. Wilson, J. D. Mahlman, and L. J. Umscheid (1995), Climatology of the SKYHI troposphere-stratosphere-mesosphere general circulation model, *J. Atmos. Sci.*, *52*, 5–43.
- Haynes, P. (2005), Stratospheric dynamics, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, *37*, 263–293.
- Hertzog, A., et al. (2007), Stratéole/Vorcore—Long duration, superpressure balloons to study the Antarctic stratosphere during the 2005 winter, *J. Atmos. Oceanic Technol.*, *24*, 2048–2061.
- Hertzog, A., G. Boccara, R. Vincent, F. Vial, and P. Coquerez (2008), Estimation of gravity-wave momentum fluxes and phase speeds from long-duration stratospheric balloon flights. 2. Results from the Vorcore campaign in Antarctica, *J. Atmos. Sci.*, in press.
- Holton, J. R. (1992), *An Introduction to Dynamic Meteorology*, 3rd ed., Academic, San Diego, Calif.
- Höpfner, M., et al. (2006), MIPAS detects Antarctic stratospheric belt of NAT PSCs caused by mountain waves, *Atmos. Chem. Phys.*, *6*, 1221–1230.
- Koch, S., et al. (2005), Turbulence and gravity waves within an upper-level front, *J. Atmos. Sci.*, *62*, 3885–3908.
- Lane, T., J. Doyle, R. Plougonven, R. Sharman, and M. Shapiro (2004), Numerical modeling of gravity waves and shearing instabilities above an observed jet, *J. Atmos. Sci.*, *61*, 2692–2706.
- Leutbecher, M., and H. Volkert (2000), The propagation of mountain waves into the stratosphere: Quantitative evaluation of three-dimensional simulations, *J. Atmos. Sci.*, *57*, 3090–3108.
- Limpasuvan, V., D. Wu, M. J. Alexander, M. Xue, M. Hu, S. Pawson, and J. Perkins (2007), Stratospheric gravity wave simulation over Greenland during 24 January 2005, *J. Geophys. Res.*, *112*, D10115, doi:10.1029/2006JD007823.
- Massman, W. J. (1978), On the nature of vertical oscillations of constant volume balloons, *J. Appl. Meteorol.*, *17*, 1351–1356.
- Nastrom, G. D. (1980), The response of superpressure balloons to gravity waves, *J. Appl. Meteorol.*, *19*, 1013–1019.
- Noel, V., A. Hertzog, H. Chepfer, and D. M. Winker (2008), Polar stratospheric clouds over Antarctica from the CALIPSO spaceborne lidar, *J. Geophys. Res.*, *113*, D02205, doi:10.1029/2007JD008616.
- Pawson, S., et al. (2000), The GCM-Reality Intercomparison Project for SPARC (GRIPS): Scientific issues and initial results, *Bull. Am. Meteorol. Soc.*, *81*, 781–796.
- Piani, C., W. A. Norton, and D. A. Stainforth (2004), Equatorial stratospheric response to variations in deterministic and stochastic gravity wave parameterizations, *J. Geophys. Res.*, *109*, D14101, doi:10.1029/2004JD004656.
- Potter, B., and J. Holton (1995), The role of monsoon convection in the dehydration of the lower tropical stratosphere, *J. Atmos. Sci.*, *52*(8), 1034–1050.
- Sato, K. (1994), A statistical study of the structure, saturation and sources of inertia-gravity waves in the lower stratosphere observed with the MU radar, *J. Atmos. Terr. Phys.*, *56*(6), 755–774.
- Scavuzzo, C., M. Lamfri, H. Teitelbaum, and F. Lott (1998), A study of the low-frequency inertio-gravity waves observed during the Pyrénées experiment, *J. Geophys. Res.*, *103*(D2), 1747–1758.
- Shapiro, J. D. M., Q. Jiang, and D. Bartels (2005), Large-amplitude mountain wave breaking over Greenland, *J. Atmos. Sci.*, *62*, 3106–3126.
- Shibata, T., K. Sato, H. Kobayashi, M. Yabuki, and M. Shiobara (2003), Antarctic polar stratospheric clouds under temperature perturbation by nonorographic inertia gravity waves observed by micropulse lidar at Syowa Station, *J. Geophys. Res.*, *108*(D3), 4105, doi:10.1029/2002JD002713.
- Skamarock, W., J. Klemp, J. Dudhia, D. Gill, D. Barker, W. Wang, and J. G. Powers (2005), A description of the Advanced Research WRF Version 2, *NCAR Tech. Note, NCAR/TN-468+STR*, Natl. Cent. for Atmos. Res., Boulder, Colo.
- Smith, S., J. Doyle, A. Brown, and S. Webster (2006), Sensitivity of resolved mountain drag to model resolution for MAP case-studies, *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, *132*, 1467–1487.
- Vadas, S., D. Fritts, and M. J. Alexander (2003), Mechanism for the generation of secondary waves in wave breaking regions, *J. Atmos. Sci.*, *60*(1), 194–214.
- Vincent, R. A., A. Hertzog, G. Boccara, and F. Vial (2007), Quasi-Lagrangian superpressure balloon measurements of gravity-wave momentum fluxes in the polar stratosphere of both hemispheres, *Geophys. Res. Lett.*, *34*, L19804, doi:10.1029/2007GL031072.
- Watanabe, S., K. Sato, and M. Takahashi (2006), A general circulation model study of the orographic waves over Antarctica excited by katabatic winds, *J. Geophys. Res.*, *111*, D18104, doi:10.1029/2005JD006851.

A. Hertzog, Laboratoire de Météorologie Dynamique, École Polytechnique, IPSL, F-91128 Palaiseau, France. (albert.hertzog@lmd.polytechnique.fr)

R. Plougonven and H. Teitelbaum, Laboratoire de Météorologie Dynamique, ENS, IPSL, 24 rue Lhomond, F-75005 Paris, France. (riwal.plougonven@polytechnique.org; teitel@lmd.ens.fr)

Chapitre 5

Conclusions et perspectives

'Mais par ces mots mêmes qui remettaient entre mes mains de décider de mon bonheur, ma mère m'avait mis dans cet état de doute où j'avais déjà été quand, mon père m'ayant permis d'aller à Phèdre et surtout d'être homme de lettres, je m'étais senti tout à coup une responsabilité trop grande, la peur de le peiner, et cette mélancolie qu'il y a quand on cesse d'obéir à des ordres qui, au jour le jour, vous cachent l'avenir, de se rendre compte qu'on a enfin commencé de vivre pour de bon, comme une grande personne, la vie, la seule vie qui soit à la disposition de chacun de nous.'

Marcel Proust [Pro21]

Les travaux présentés portent sur l'émission spontanée d'ondes de gravité par des mouvements équilibrés. Différents mécanismes d'émission ont d'abord été étudiés dans des écoulements idéalisés, analytiquement (chapitre 2) puis numériquement (chapitre 3). Les conclusions et perspectives dans le cadre de ces travaux sont discutées dans la section 5.1 ci-dessous. Dans un deuxième temps, un projet de simulations complémentaires à l'expérience Vorcore a été mis en place. Ce projet est en cours, fournira des résultats intéressants concernant l'émission d'ondes par les jets et les fronts, mais couvre des problématiques plus larges. Les travaux en cours dans l'immédiat et les perspectives au sujet de cet axe de recherche sont discutées dans la section 5.2.

Une certaine diversification thématique a été amorcée par d'autres travaux, omis de ce manuscrit car leurs thèmes demeurent isolés dans mon travail. Ces travaux ainsi que des pistes de réflexion pour une diversification thématique à plus long terme sont évoqués dans la section 5.3.

5.1 L'émission spontanée

5.1.1 Etudes analytiques

L'émission spontanée a pu être décrite analytiquement dans des écoulements très simples. Trois mécanismes différents ont été mis en évidence :

- la **radiation de Lighthill** consiste en l'émission, par des mouvements vorticaux ayant un nombre de Rossby $\mathcal{R} > 1$, d'ondes d'inertie-gravité de grande échelle horizontale (et de même échelle verticale). L'analyse de ce mécanisme a constitué une étape importante dans le débat sur la variété lente. La relative simplicité de ce mécanisme (source ponctuelle, émission dans un fluide au repos) le rend très attractif, parfois à tort [PSZ09].
- les **instabilités agéostrophiques** couplent des mouvements équilibrés à des mouvements non-équilibrés comme des ondes de gravité. Pour des nombres de Rossby $\mathcal{R} \ll 1$, ces modes

instables existent mais leurs taux de croissance et l'amplitude des ondes sont exponentiellement faibles. Ils constituent des exemples d'émission spontanée dans le sens suivant : il suffit qu'un écoulement équilibré comportant de telles instabilités soit un tout petit peu perturbé pour qu'une instabilité agéostrophique (et donc notamment des ondes de gravité) croisse. Notez que l'apparition des ondes dépend dans ce cas du détail de la condition initiale, leur amplitude finale dépendra du développement nonlinéaire de l'instabilité.

- **l'émission transitoire par des anomalies cisailées** constitue un mécanisme existant lui aussi pour tout nombre de Rossby. Pour des nombres de Rossby $\mathcal{R} \ll 1$, l'émission est exponentiellement faible. L'émission a lieu pendant un temps relativement bref, et l'amplitude finale des ondes peut être prédite dans le cadre de la théorie linéaire.

Il y a des liens subtils entre ces différents mécanismes. En premier lieu, les instabilités agéostrophiques d'un tourbillon axisymétrique peuvent être décrites comme de la radiation de Lighthill [For94b]. En second lieu, les instabilités agéostrophiques et l'émission transitoire ont été décrites à la fois dans des cisaillements horizontaux ([VY07] et [VY04] respectivement) et verticaux ([PMS05] et [LPV10]). Dans cette dernière configuration, nous avons montré que ce qui importe physiquement est le couplage entre mouvements équilibrés et ondes de gravité au travers d'un niveau critique inertiel. Ce couplage est présent de la même manière pour les modes instables et pour l'émission transitoire. On peut donc voir ces deux mécanismes comme les deux faces, ou comme deux manifestations, d'un même mécanisme qui est le couplage des mouvements équilibrés et des ondes de gravité, au travers d'un niveau critique inertiel dans un cisaillement par exemple.

Cette émission est faible : pour les mécanismes présents pour tout \mathcal{R} , elle est exponentiellement faible en nombre de Rossby. Même pour la radiation de Lighthill, avec $\mathcal{R} > 1$, la différence entre les vitesses de phase des ondes et les vitesses de l'écoulement (petit nombre de Froude, $F = U/\sqrt{gH}$) rendent cette émission faible (Froude au carré, [FMN00]). L'obstacle à l'émission est la séparation des échelles de temps. C'est cette séparation qui importe, les mécanismes d'émission étudiés analytiquement montrent différentes façons de contourner cet obstacle, menant à différents rapports d'échelle horizontales :

- ondes de grande échelle horizontale pour l'émission de Lighthill : les mouvements équilibrés ont des échelles de temps rapides, et ondes et mouvements équilibrés partagent la même échelle verticale. La relation de dispersion des ondes impose alors qu'elles aient une grande échelle horizontale (lorsque $F \ll 1$).
- même échelle spatiale horizontale pour les instabilités agéostrophiques ou l'émission spontanée dans un cisaillement plan-parallèle : le décalage Doppler dû au cisaillement couple une région où les mouvements auront des échelles de temps lagrangiennes rapides à une région où les échelles de temps correspondantes seront lentes.

L'étude de ces mécanismes théoriques souligne l'importance de la séparation des échelles de temps comme obstacle à l'émission spontanée, ainsi que le rôle crucial de l'advection, qui affecte les échelles de temps lagrangiennes et permet le couplage entre mouvements équilibrés et ondes de gravité.

5.1.2 Simulations numériques

Les simulations numériques mettant en évidence l'émission spontanée d'ondes de gravité exhibent au contraire des ondes d'échelle spatiale petite devant celle des mouvements qui les génèrent. Cette situation diffère de celles qui ont été obtenues par les études analytiques. Les enseignements tirés de celles-ci ne s'appliqueront qu'indirectement, ou s'appliquent à d'autres situations (cf partie 4.3.2). Les simulations numériques d'écoulement idéalisés ont donc été uti-

lisées pour décrire puis quantifier l'émission d'ondes dans des écoulements plus complexes que ceux auxquels les approches analytiques donnent accès.

Dans un premier temps, des simulations de cycles de vie d'instabilité barocline ont mis en évidence la possibilité d'émission depuis les jets, en haute troposphère, ainsi que depuis les fronts de surface [PS07], par des mécanismes a priori différents. Dans le cas de l'émission par les jets, la propagation des ondes émises dans un environnement tri-dimensionnel spécifique (champ de déformation horizontal et cisaillement vertical) détermine plusieurs caractéristiques des ondes émises [PS05] : orientation horizontale et fréquence intrinsèque. Le mécanisme de *capture d'ondes* [BM05] explique cette sélection de la fréquence intrinsèque et la production de courtes longueurs d'ondes, tant verticales qu'horizontales. La *capture d'ondes* ne nous renseigne pas en revanche sur l'amplitude des ondes émises. L'étude des ondes émises dans un écoulement plus simple, un dipôle, permet d'expliquer le mécanisme d'émission des ondes et de quantifier précisément celles-ci.

Des simulations idéalisées d'un dipôle de surface ont mis en évidence l'émission systématique d'ondes de gravité à l'avant de cette structure cohérente, dans la région de sortie de jet [SMPZ07]. Les ondes générées ressemblent à celles qui apparaissent dans les cycles de vie d'instabilité barocline : courte longueur d'onde, fréquence intrinsèque proche de celle prédite par la *capture d'ondes*, présence là où le champ de déformation est fort. Elles sont plus simples parce que l'écoulement qui les émet, le dipôle, a une évolution temporelle très simple, proche d'une translation uniforme. Dans le référentiel du dipôle, l'écoulement est quasi-stationnaire.

Le mécanisme d'émission des ondes est expliqué dans le cas du dipôle : les ondes sont de petites perturbations au dipôle équilibré. Elles sont donc bien décrites comme des perturbations linéaires évoluant sur le fond d'une approximation équilibrée du dipôle. Cet écoulement de fond détermine pour l'essentiel leur **structure**. Elles sont forcées par les *tendances résiduelles*, c'est-à-dire l'écart entre les tendances résultant d'une hypothèse équilibrée et celles résultant des équations primitives. C'est ce forçage qui détermine l'**amplitude** des ondes. Pour déterminer les ondes émises, il est donc nécessaire de déterminer un forçage, relié à l'écart de l'écoulement à l'équilibre, mais il faut aussi connaître l'opérateur linéaire qui est forcé [PSZ09], qui décrit ici l'évolution de perturbations sur fond d'un dipôle. Or, la dynamique de perturbations linéarisées sur fond d'un écoulement complexe et dépendant du temps est a priori inconnue.

L'ensemble de ces travaux contribuent à changer la façon de penser les ondes émises par les jets et les fronts, en mettant moins l'accent sur le forçage de ces ondes (insistance sur les régions hors-équilibres, par ex. [OD95, FL92]), et davantage sur l'environnement dans lequel elles apparaissent, et comment cet environnement favorise certaines ondes (voir aussi [Lot97]).

5.1.3 Perspectives concernant l'émission spontanée

Si les travaux présentés ont permis de mieux comprendre l'émission spontanée, ils n'ont pas encore tenu leur promesse de guider l'élaboration de paramétrisations de ces sources. Ces travaux sont poursuivis avec cet objectif à l'esprit.

Dipôle et instabilité barocline

Certaines des questions ouvertes concernant le dipôle ont été décrites dans la section 3.4. Une première étape du travail en cours à ce sujet consiste à améliorer l'accord quantitatif entre les ondes prédites avec le modèle linéaire et les ondes obtenues dans les simulations, afin d'établir solidement la pertinence du mécanisme d'excitation des ondes que nous décrivons. Une seconde étape consiste à évaluer les interactions nonlinéaires entre les ondes et l'écoulement sur lequel elles

se propagent. Pour ces deux tâches, la meilleure séparation de l'écoulement en parties équilibrée et ondes de gravité jouera un rôle clé. Une troisième étape est d'élaborer, en s'appuyant sur les résultats obtenus dans cette configuration simple, des diagnostics pertinents sur l'émission d'ondes de gravité qui pourraient être utilisés dans des écoulements plus complexes. De tels diagnostics doivent tenir compte du forçage des ondes, mais aussi de l'écoulement dans lequel ce forçage se manifeste, par exemple de l'advection au niveau de ce forçage (de même qu'il faut connaître, pour des ondes topographique, le relief et le vent qui le parcourt). Ces diagnostics seraient testés dans les cycles de vie d'instabilité barocline, puis dans des simulations de cas réels (Vorcore).

Thématiques liées

Les perspectives mentionnées ci-dessus appartiennent, en principe, au court et moyen terme et au prolongement immédiat des travaux déjà effectués. Je distingue ci-dessous trois autres thématiques sur lesquelles des travaux sont envisagés et amorcés.

Concernant les mécanismes étudiés analytiquement, des travaux sont engagés sur le couplage entre mouvements équilibrés et ondes de gravité dans un cisaillement vertical, dans le prolongement de [LPV10]. D'une part, une généralisation au cas tri-dimensionnel des résultats bi-dimensionnels est en cours. D'autre part, comme l'ont confirmé les simulations bi-dimensionnelles d'Armel Martin [Mar08], ce couplage implique que des anomalies de PV deviennent des sources d'ondes de gravité pourvu que le cisaillement ambiant soit suffisamment intense. Ceci peut être particulièrement pertinent à la verticale et dans le **sillage des topographies** (voir [PHT08, PAH⁺10]) : des ondes de montagne de grande amplitude et qui déferlent en basse stratosphère forcent des anomalies de PV qui sont ensuite advectées et cisailées, produisant des ondes de gravité dans le sillage des topographies sur des échelles trop petites pour être décrites dans les simulations. Ce phénomène pourra être étudié par des études de cas mêlant simulations et observations (cf section 5.2).

La **turbulence en air clair** demeure un phénomène mal prédit, mais très intéressant pour plusieurs raisons. D'une part c'est une source d'accidents coûteux voire dangereux pour les compagnies aériennes. Un outil pour guider les vols d'avion commerciaux est mis en place au NCAR [STWW06], mais il demeure basé principalement sur des statistiques et des hypothèses empiriques. Les ondes de gravité contribuent à ces événements de turbulence en air clair [LDP⁺04, KJL⁺05, JKW05], mais à ce jour les efforts pour décrire ce rôle de manière systématique [KMW08] sont controversés [PSZ09]. Une collaboration a été initiée avec Robert Sharman lors de mon séjour au NCAR en juillet 2009 pour revisiter ces questions, dans des simulations idéalisées et dans des simulations de cas réels.

Une question majeure qui reste ouverte concernant les jets et les fronts concerne la contribution des **instabilités de cisaillement**. Les premières recherches concernant les ondes de gravité émises par les jets ont en effet porté sur les ondes liées aux instabilités de cisaillement, par des processus linéaires [LE76, MEFL76, Fri80] ou par des processus nonlinéaires [Fri82, CG84a, CG84b, SF00], en faisant intervenir des variations de la stratification [LKT92, SP95, Sut06] ou l'ajustement de la région mélangée par l'instabilité [BMS99, BM99]. L'impact de ces différents mécanismes, qui paraissent dans l'ensemble peu efficaces pour la production d'ondes de gravité, demeure difficile à évaluer (voir par exemple [BM99]). Les ondes produites ont vraisemblablement des longueurs d'ondes courtes (dizaine ou quelques dizaines de kilomètres) et sont donc absentes de nos simulations numériques et sans doute également des observations Vorcore. Elles pourront en revanche être détectées dans les observations plus fréquentes (toutes les minutes au lieu de toutes les 15 minutes) de la campagne Concordiasi (printemps austral 2010). Une meilleure

connaissance de ces ondes est d'autant plus souhaitable qu'elles ont des fréquences intrinsèques assez élevées, et contribuent donc fortement aux flux de quantité de mouvement vers l'atmosphère moyenne.

Enfin, la génération spontanée d'ondes par des mouvements équilibrés joue sans doute un rôle également **dans l'océan**. Les problématiques ici diffèrent par plusieurs aspects : le rayon de déformation de Rossby est plus petit, les échelles de temps typiques des structures qui se forment sont bien plus longues. La question n'est pas de déterminer des flux de quantité de mouvement, mais plutôt la dissipation d'énergie due aux ondes [WF04]. Enfin, une part prédominante des ondes présentes sont des oscillations inertielles ou proche-inertielles, forcées par le vent [DEL⁺95, LC95, QDPE95]. Les dépressions atmosphériques ont en effet des échelles de temps bien plus courtes que leurs contrepartie océaniques, et le forçage atmosphérique injecte donc des ondes avec des grandes échelles spatiales et de courtes échelles temporelles. De nombreux aspects de la dispersion de ces ondes et de leur pénétration dans l'océan a déjà été bien décrite, surtout dans les premières périodes qui suivent un coup de vent [KS01]. Ces explications reposent beaucoup sur le champ de vorticité et ses d riv es. La raison pour laquelle le mécanisme de capture d'ondes n'apparaît pas demeure incertaine et une collaboration avec Patrice Klein et Eric Danioux, de l'IFREMER et de l'Université d'Edimbourg, respectivement, a été entam e à ce sujet.

5.2 Les ondes de gravité durant Vorcore

La plus importante des questions demeurant ouvertes suite aux travaux analytiques et numériques sur l'émission spontanée est celle du réalisme des mécanismes exhibés, et de leur pertinence dans des écoulements réels. Les observations sont donc ici indispensables pour progresser. Par chance, mon arriv e en tant que Maître de Conférences au Laboratoire de Météorologie Dynamique a coïncidé avec la campagne Vorcore (Septembre 2005 - Février 2006, [HCB⁺07]). Les mesures lors des vols de ballons de longue durée, en basse stratosphère, au-dessus de l'Antarctique, constituent une base de données unique pour étudier, à grande échelle, le champ d'ondes de gravité, en particulier pour les ondes d'inertie-gravité. Ces mesures ont permis d'établir une description du champ d'ondes, des flux de quantité de mouvements associés et de leur intermittence [HBV⁺08]. Le projet que j'ai démarré en collaboration avec Albert Hertzog consiste à compléter les observations par des simulations numériques méso-échelles, sur un vaste domaine et pendant une durée longue²¹. La comparaison entre ces simulations et les observations montre le réalisme et la pertinence des simulations. L'analyse de ces simulations afin de mieux décrire le champs d'ondes et d'en comprendre les sources est en cours.

Ce projet, ambitieux par la taille des simulations, est en cours. Le démarrage de ce projet a été l'occasion d'un détour portant sur les ondes topographiques de grande amplitude et leur déferlement. Un  v nement particulier avait en effet été remarqué : le 7 octobre, une onde de montagne de grande amplitude était responsable de l'explosion du ballon VB12 au-dessus de la Péninsule Antarctique [HCB⁺07]. Cet  v nement a fait l'objet d'une étude de cas [PHT08]. Des simulations méso-échelles, avec un domaine emboîté ayant une résolution de $dx = 7$ km, ont décrit l'onde au-dessus de la Péninsule. Un très bon accord est obtenu entre les simulations et les observations du ballon VB11, volant quelques heures plus tôt sur la même trajectoire que VB12, au-dessus de la Péninsule.

L'analyse conjointe des simulations et des observations a confirmé les caractéristiques et l'amplitude exceptionnelle de l'onde de montagne présente au-dessus de la Péninsule. Cette étude a souligné deux thèmes d'importance croissante dans la recherche sur les ondes de gravité : d'une

²¹Vaste et longue relativement aux études usuelles de cas réels.

part, le déferlement d'une onde est à l'origine d'une émission secondaire, ou plutôt d'**émissions secondaires**, car plusieurs mécanismes entrent en jeu (voir section 4.3.2). Un premier mécanisme est le forçage direct, à des échelles temporelles et spatiales courtes, d'ondes de gravité [VF01, VFA03]. Un second mécanisme provient de l'émission transitoire d'ondes par l'évolution cisailée des anomalies de vorticité potentielle résultant du déferlement de l'onde primaire [Mar08, LPV10]. D'autre part, il est essentiel d'accompagner une telle étude de cas par des considérations sur sa représentativité : dans quelle mesure de telles ondes de grande amplitude sont-elles un  v nement rare ? Il s'agit de quantifier l'**intermittence** du champs d'ondes de gravité. Cette caractéristique est importante pour les paramétrisations des ondes de gravité [AD99], et a été quantifi e par exemple d'après les observations Vorcore [HBV⁺08]. Ces deux thèmes ( mission secondaire et intermittence) devraient faire l'objet de recherches ultérieures. Notamment, l'émission secondaire li e au déferlement d'ondes de montagne semble produire un sillage de grande échelle en aval des topographies. Ce sillage est clair dans les observations, mais n'est qu'esquissé dans les simulations. La comparaison des unes et des autres fournira des indications précieuses sur l'importance de cette émission secondaire. Par ailleurs, nous disposons peut-être d'une partie de l'explication [LPV10] de ce sillage dont l'échelle horizontale (plus d'un millier de kilomètres) peut surprendre.

Cette première étude de cas m'a en outre permis de me familiariser avec les données Vorcore, ainsi qu'avec l'utilisation du modèle WRF à l'IDRIS pour des simulations de cas réels. Le projet de simulations sur un grand domaine en complément de Vorcore a pu démarrer à partir de là.   l'heure actuelle, les étapes suivantes ont été r alis es :

- la configuration du modèle, les paramètres des simulations ont été déterminés après une étude préliminaire [PAH⁺10].
- vingt-neuf simulations, correspondant à 58 jours simulés exploitables, du 21/10 au 18/12/2005, ont été r alis es dans la configuration *standard*.

L'analyse de ces simulations débute, et des simulations complémentaires visant à explorer la sensibilité des résultats à différents facteurs comme la résolution, est en cours. On peut prévoir cinq étapes, décrites dans la section 4.3.3 : comparaison aux observations, phénoménologie des ondes simul es, études des sources, des effets de propagation et enfin des impacts.

Ces différentes étapes, bien trac es et pour lesquelles de nombreux outils sont déjà en place, constituent le programme de recherche d'une thèse proposé actuellement. Une demande de financement CNES pour une thèse sur ce sujet a été accept e. Albert Hertzog, François Vial et moi-même attendons l'accord de l'INSU pour le demi-financement complémentaire et espérons avoir un doctorant pour travailler sur ces problèmes à partir de septembre 2010.

5.3 Perspectives à plus long terme, diversification thématique

Les ondes de gravité ont été mon principal sujet de recherche depuis ma thèse, ce qui a permis d'aborder le sujet sous de nombreux angles et d'acquérir un peu de visibilité sur ce thème (par exemple par la co-organisation d'une session portant là-dessus à l'EGU). Il est toutefois souhaitable que j'ajoute d'autres cordes à mon arc. Une remarque préliminaire consiste à souligner que des travaux sur d'autres thèmes ont d'ores et déjà été effectués. Des pistes de réflexion en cours sont indiqu es ensuite.

Par souci de cohérence thématique, j'ai choisi dans ce manuscrit de ne décrire que mes travaux portant explicitement sur les sources d'ondes de gravité, et en particulier les jets et les fronts, ce qui a laissé de côté une étude sur la saturation non-linéaire de l'instabilité inertielle [PZ09] et une sur la dynamique de la tropopause [VP10]. La première s'est inscrite dans un projet LEFE sur l'instabilité inertielle, et s'est appuy e sur des approches analytiques et des simulations

numériques idéalisées pour décrire le développement non-linéaire de l'instabilité inertielle. La seconde s'intéresse à l'effet de l'épaisseur finie de la tropopause : il est connu que la dynamique de celle-ci est bien décrite, à grande échelle, à l'aide du modèle **sQG** (surface quasi-geostrophy, voir section 3.3.1), qui suppose une discontinuité dans la stratification au niveau de la tropopause. Nous avons étudié, par des méthodes perturbatives, la dynamique quasi-géostrophique d'une tropopause correspondant à une transition rapide mais plus à une discontinuité [VP10].

Ces travaux résultent d'opportunités ponctuelles, et n'ont pas vocation à initier un nouveau thème sur une longue durée dans mes activités de recherche. L'orientation vers un nouveau thème majeur (je continuerai à travailler sur les ondes de gravité) nécessitera encore des réflexions et des lectures, mais plusieurs facteurs rendent les questions liées aux interactions entre dynamique et processus humides dans les régions tropicales attractives. De nombreuses questions concernant les processus humides et leurs interactions avec la dynamique, notamment dans les régions équatoriales, demeurent ouvertes. L'émergence de certaines de ces questions provient d'analyses originales des observations (par ex. [WK99, NPH09]) et stimule le développement de modèles théoriques simples (par ex. [KM06, MBOE09]). Or, un intérêt important existe au LMD pour différents aspects de la dynamique tropicale, constituant un contexte favorable pour s'intéresser à des problèmes de météorologie tropicale : en me limitant à mon voisinage immédiat, on peut citer par exemple les travaux sur les interactions et couplage océan-atmosphère [Vc09, DBB⁺09], sur la tropopause et les processus de mélange (par ex. [JBL⁺08]), la pré-campagne de Concordiasi²² et la campagne Stratéole Phase II²³ à venir, ou encore sur des modèles idéalisés d'interaction entre la dynamique et la convection [BLLZ09]. Une définition plus précise d'axes de recherches à suivre dans ces thématiques nécessitera encore beaucoup de lecture, de réflexion et de discussions.

²²<http://www.cnrm.meteo.fr/concordiasi/spip.php?article18> et http://www.lmd.polytechnique.fr/VORCORE/Previsions_e

²³<http://www.lmd.polytechnique.fr/VORCORE/Documents/sp2.pdf>

Bibliographie

- [AB07] M.J. Alexander and C. Barnet. Using satellite observations to constrain parameterizations of gravity wave effects for global models. *J. Atmos. Sci.*, 64 :1652–1665, 2007.
- [Ac03] J. Austin and collaborators. Uncertainties and assessment of chemistry-climate models of the stratosphere. *Atm. Chem. Phys.*, 3 :1–27, 2003.
- [Ach07] U. Achatz. The primary nonlinear dynamics of modal and nonmodal perturbations of monochromatic inertia-gravity waves. *J. Atmos. Sci.*, 64 :74–95, 2007.
- [AD99] M.J. Alexander and T.J. Dunkerton. A spectral parametrization of mean-flow forcing due to breaking-gravity waves. *J. Atmos. Sci.*, 56 :4167–4182, 1999.
- [Afa03] Y. Afanasyev. Spontaneous emission of gravity waves by interacting vortex dipoles in a stratified fluid : laboratory experiments. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, 97(2) :79–95, 2003.
- [AHL87] D.G. Andrews, J.R. Holton, and C.B. Leovy. *Middle atmosphere dynamics*. Academic Press, 1987.
- [and08] Y. Afanasyev and. Emission of inertial waves by baroclinically unstable flows : Laboratory experiments with altimetric imaging velocimetry. *J. Atmos. Sci.*, 65(doi :10.1175/2007JAS2336.1) :250–262, 2008.
- [AS64] M. Abramowitz and I. Stegun. *Handbook of Mathematical Functions*. National Bureau of Standards, Applied Mathematics Series, 1964.
- [BÖ3] O. Bühler. Equatorward propagation of inertia-gravity waves due to steady and intermittent wave sources. *J. Atmos. Sci.*, 60 :1410–1419, 2003.
- [BAH03] J.H. Beres, M.J. Alexander, and J.R. Holton. A method of specifying the gravity wave spectrum above convection based on latent heating properties and background wind. *submitted to J. Atm. Sci.*, 2003.
- [Bar02] Simon Bartram. *Man on the Moon (a day in the life of Bob)*. Templar Publishing, 2002.
- [BGD⁺01] M.P. Baldwin, L.J. Gray, T.J. Dunkerton, K. Hamilton, P.H. Haynes, W.J. Randel, J.R. Holton, M.J. Alexander, I. Hirota, T. Horinouchi, D.B.A. Jones, J.S. Kinnersley, C. Marquardt, K. Sato, and M. Takahashi. The quasi-biennial oscillation. *Rev. Geophys.*, 39(2) :179–229, 2001.
- [BHVV08] G. Boccaro, A. Hertzog, R.A. Vincent, and F. Vial. Estimation of gravity-wave momentum fluxes and phase speeds from long-duration stratospheric balloon flights. 1. Theory and simulations. *J. Atmos. Sci.*, 65 :3042–3055, 2008.
- [BL09] P. Billant and S. LeDizès. Waves on a columnar vortex in a strongly stratified fluid. *Phys. Fluids*, 21(106602) :doi :10.1063/1.3248366, 2009.

- [BLLZ09] F. Bouchut, J. Lambaerts, G. Lapeyre, and V. Zeitlin. Fronts and nonlinear waves in a simplified shallow-water model of the atmosphere with moisture and convection. *Phys. Fluids*, 21 :116604, 2009.
- [Blu72] W. Blumen. Geostrophic adjustment. *Reviews of Geophysics and Space Physics*, 10(2) :485–528, 1972.
- [BM99] O. Bühler and M.E. McIntyre. On shear-generated gravity waves that reach the mesosphere. Part II : wave propagation. *J. Atmos. Sci.*, 56 :3764–3773, 1999.
- [BM05] O. Bühler and M.E. McIntyre. Wave capture and wave-vortex duality. *J. Fluid Mech.*, 534 :67–95, 2005.
- [BMS99] O. Bühler, M.E. McIntyre, and J.F. Scinocca. On shear-generated gravity waves that reach the mesosphere. Part I : wave generation. *J. Atmos. Sci.*, 56 :3749–3763, 1999.
- [BT77] F. Baer and J.J. Tribbia. On complete filtering of gravity modes through nonlinear initialization. *Mon. Weath. Rev.*, 105 :1536–1539, 1977.
- [BW95] W. Blumen and R. Wu. Geostrophic adjustment : frontogenesis and energy conversion. *J. Phys. Oceanogr.*, 25 :428–438, 1995.
- [CB02] H.-Y. Chun and J.-J. Baik. An updated parametrization of convectively forced gravity wave drag for use in large-scale models. *J. Atmos. Sci.*, 59 :1006–1017, 2002.
- [CG84a] G. Chimonas and J.R. Grant. Shear excitation of gravity waves. Part I : modes of a two-scale atmosphere. *J. Atmos. Sci.*, 41 :2269–2277, 1984.
- [CG84b] G. Chimonas and J.R. Grant. Shear excitation of gravity waves. Part II : upscale scattering from Kelvin-Helmholtz waves. *J. Atmos. Sci.*, 41 :2278–2288, 1984.
- [Cha03] S.A. Chaplygin. One case of vortex motion in fluid. *Trans. Phys. Sect. Imperial Mpscow Soc. Friends of Natural Sciences*, 11(2) :11–14, 1903.
- [CK00] P. Cunningham and D. Keyser. Analytical and numerical modelling of jet streaks : barotropic dynamics. *Q.J.R. Meteorol. Soc.*, 126 :3187–3217, 2000.
- [CM02] M. Charron and E. Manzini. Gravity waves from fronts : parameterization and middle atmosphere response in a general circulation model. *J. Atmos. Sci.*, 59 :923–941, 2002.
- [DA97] D. Dritschel and M.H.P. Ambaum. A contour-advective semi-lagrangian numerical algorithm for simulating fine-scale conservative dynamical fields. *Q.J.R. Meteorol. Soc.*, 123 :1097–1130, 1997.
- [DBB⁺09] J.P. Duvel, C. Basdevant, H. Bellenger, G. Reverdin, A. Vargas, and J. Vialard. The Aeroclipper - A new device to explore convective systems and cyclones. *Bull. Am. Met. Soc.*, 90 :63–71, 2009.
- [DBF⁺02] A. Dörnbrack, T. Birner, A. Fix, H. Flentje, A. Meister, H. Schmid, E. V. Browell, and M. J. Mahoney. Evidence for inertia-gravity waves forming polar stratospheric clouds over Scandinavia. *J. Geophys. Res.*, 107(D20) :8287, 10.1029/2001JD000452, 2002.
- [DEL⁺95] E.A. D’Asaro, C.C. Eriksen, M.D. Levine, P. Niiler, C.A. Paulson, and P. Van Meurs. Upper-ocean inertial currents forced by a strong storm. Part I : data and comparison with linear theory. *J. Phys. Oceanogr.*, 25 :2909–2936, 1995.
- [DK95] W.K. Dewar and P.D. Killworth. Do fast gravity waves interact with geostrophic motions? *Deep-Sea Research*, 42(7) :1063–1081, 1995.

-
- [DM08] D.G. Dritschel and M.E. McIntyre. Multiple jets as PV staircases : the Phillips effect and the resilience of eddy-transport barriers. *J. Atmos. Sci.*, 65 :855–874, 2008.
- [DSJB05] J.D. Doyle, M.A. Shapiro, Q. Jiang, and D.L. Bartels. Large-amplitude mountain wave breaking over Greenland. *J. Atmos. Sci.*, 62 :3106–3126, 2005.
- [Dud93] J. Dudhia. A nonhydrostatic version of the Penn State/NCAR mesoscale model : validation tests and simulation of an atlantic cyclone and cold front. *Mon. Weath. Rev.*, 121 :1493–1513, 1993.
- [Dun84] T.J. Dunkerton. Inertia-gravity waves in the stratosphere. *J. Atmos. Sci.*, 41 :3396–3404, 1984.
- [Dun97] T.J. Dunkerton. The role of gravity waves in the quasi-biennial oscillation. *J. Geophys. Res.*, 102 :26053–26076, 1997.
- [DV06] D.G. Dritschel and J. Vanneste. Instability of a shallow-water potential-vorticity front. *J. Fluid Mech.*, 561 :237–254, 2006.
- [Ead49] E.T. Eady. Long waves and cyclone waves. *Tellus*, 1 :33–52, 1949.
- [Ec06] V. Eyring and collaborators. Assessment of temperatures, trace species and ozone in chemistry-climate model simulations of the recent past. *jgr*, 111(D22308) :doi :10.1029/2006JD007327, 2006.
- [Ec07] V. Eyring and collaborators. Multimodel projections of stratospheric ozone in the 21st century. *jgr*, 112(D16303) :doi :10.1029/2006JD008332, 2007.
- [EV93] S.E. Eckermann and R.A. Vincent. VHF radar observations of gravity-wave production by cold fronts over Southern Australia. *J. Atmos. Sci.*, 50 :785–806, 1993.
- [FA03] D.C. Fritts and M.J. Alexander. Gravity wave dynamics and effects in the middle atmosphere. *Reviews of Geophysics*, 41(1) :1003, 2003.
- [FL92] D. C. Fritts and Z. Luo. Gravity wave excitation by geostrophic adjustment of the jet stream. Part I : Two-dimensional forcing. *J. Atmos. Sci.*, 49(8) :681–697, 1992.
- [FL93] D.C. Fritts and W. Lu. Spectral estimates of gravity wave energy and momentum fluxes. Part II : parameterization of wave forcing and variability. *J. Atmos. Sci.*, 50(22) :3695–3713, 1993.
- [FMN00] R. Ford, M. E. McIntyre, and W. A. Norton. Balance and the slow quasimanifold : some explicit results. *J. Atmos. Sci.*, 57 :1236–1254, 2000.
- [FMN02] R. Ford, M. E. McIntyre, and W. A. Norton. Reply. *J. Atmos. Sci.*, 59 :2878–2882, 2002.
- [FN92] D.C. Fritts and G.D. Nastrom. Sources of mesoscale variability of gravity waves. Part II : Frontal, convective, and jet stream excitation. *J. Atmos. Sci.*, 49(2) :111–127, 1992.
- [For94a] R. Ford. Gravity wave radiation from vortex trains in rotating shallow water. *J. Fluid Mech.*, 281 :81–118, 1994.
- [For94b] R. Ford. The instability of an axisymmetric vortex with monotonic potential vorticity in rotating shallow water. *J. Fluid Mech.*, 280 :303–334, 1994.
- [For94c] R. Ford. The response of a rotating ellipse of uniform potential vorticity to gravity wave radiation. *Phys. Fluids*, 6(11) :3694–3704, 1994.
- [Fri80] D.C. Fritts. Simple stability limits for vertically propagating unstable modes in a tanh(z) velocity profile with a rigid lower boundary. *J. Atmos. Sci.*, 37 :1642–1648, 1980.

- [Fri82] D.C. Fritts. Shear excitation of atmospheric gravity waves. *J. Atmos. Sci.*, 39 :1936–1952, 1982.
- [FV94] J.B. Flor and G.J.F. Van Heijst. An experimental study of dipolar vortex structures in a stratified fluid. *J. Fluid Mech.*, 279 :101–133, 1994.
- [Gar89a] S.T. Garner. Fully Lagrangian numerical solutions of unbalanced frontogenesis and frontal collapse. *J. Atmos. Sci.*, 46(6) :717–739, 1989.
- [Gar89b] B.L. Gary. Observational results using the microwave temperature profiler during the airborne Antarctic ozone experiment. *J. Geophys. Res.*, 94(D9) :11223–11231, 1989.
- [Gil82] A. E. Gill. *Atmosphere-ocean dynamics*. Academic Press, 1982.
- [GPZ09] J. Gula, R. Plougonven, and V. Zeitlin. Ageostrophic instabilities of fronts in a channel in a stratified rotating fluid. *J. Fluid Mech.*, 627 :485–507, 2009.
- [GR96] M. Griffiths and M. J. Reeder. Stratospheric inertia-gravity waves generated in a numerical model of frontogenesis. I : Model solutions. *Q.J.R. Meteorol. Soc.*, 122 :1153–1174, 1996.
- [GRMK00] F. Guest, M. Reeder, C. Marks, and D. Karoly. Inertia-gravity waves observed in the lower stratosphere over Macquarie Island. *J. Atmos. Sci.*, 57 :737–752, 2000.
- [GWC88] R.L. Gall, R.T. Williams, and T.L. Clark. Gravity waves generated during frontogenesis. *J. Atmos. Sci.*, 45(15) :2204–2219, 1988.
- [GZ10] J. Gula and V. Zeitlin. Instabilities of buoyancy driven coastal currents and their nonlinear evolution in the two-layer rotating shallow water model. Part I : passive lower layer. *in revision for J. Fluid Mech.*, 2010.
- [GZB10] J. Gula, V. Zeitlin, and F. Bouchut. Instabilities of buoyancy driven coastal currents and their nonlinear evolution in the two-layer rotating shallow water model. Part II : active lower layer. *in revision for J. Fluid Mech.*, 2010.
- [GZP09] J. Gula, V. Zeitlin, and R. Plougonven. Instabilities of two-layer shallow-water flows with vertical shear in the rotating annulus. *J. Fluid Mech.*, 638 :27–47, 2009.
- [Hak00] G.J. Hakim. Climatology of coherent structures on the extratropical tropopause. *Mon. Weath. Rev.*, 128 :385–406, 2000.
- [Hay05] P.H. Haynes. Stratospheric dynamics. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 37 :263–293, 2005.
- [HB72] B. J. Hoskins and F. P. Bretherton. Atmospheric frontogenesis models : mathematical formulation and solution. *J. Atmos. Sci.*, 29 :11–37, 1972.
- [HBS08] A. Hasha, O. Bühler, and J. Scinocca. Gravity wave refraction by three-dimensionally varying winds and the global transport of angular momentum. *J. Atmos. Sci.*, 65(doi : 10.1175/2007JAS2561.1) :2892–2906, 2008.
- [HBV⁺08] A. Hertzog, G. Boccara, R.A. Vincent, F. Vial, and P. Coquerez. Estimation of gravity-wave momentum fluxes and phase speeds from long-duration stratospheric balloon flights. 2. Results from the Vorcore campaign in Antarctica. *J. Atmos. Sci.*, 65 :3056–3070, 2008.
- [HCB⁺07] A. Hertzog, P. Coquerez, C. Basdevant, G. Boccara, J. Bordereau, B. Brioit, A. Cardonne, R. Guillbon, A. Ravissot, E. Schmitt, J.N. Valdivia, S. Venel, and F. Vial. Stratéole/Vorcore - Long duration, superpressure balloons to study the antarctic stratosphere during the 2005 winter. *J. Ocean. Atmos. Tech.*, 24 :2048–2061, 2007.

-
- [HHM⁺95] J.R. Holton, P.H. Haynes, M.E. McIntyre, A.R. Douglass, R.B. Rood, and L. Pfister. Stratosphere-troposphere exchange. *Reviews of Geophysics*, 4(403-409), 1995.
- [Hin97a] C.O. Hines. Doppler-spread parameterization of gravity-wave momentum deposition in the middle atmosphere. Part I : basic formulation. *J. Atm. Sol.-Terr. Phys.*, 59(4) :371–386, 1997.
- [Hin97b] C.O. Hines. Doppler-spread parameterization of gravity-wave momentum deposition in the middle atmosphere. Part I : broad and quasi-monochromatic spectra, and implementation. *J. Atm. Sol.-Terr. Phys.*, 59(4) :387–400, 1997.
- [HL68] J.R. Holton and R.S. Lindzen. An updated theory of the quasi-biennial cycle of the tropical stratosphere. *J. Atmos. Sci.*, 25(11) :1095–1107, 1968.
- [HLS⁺06] M. Höpfner, N. Larsen, R. Spang, B. P. Luo, J. Ma, S. H. Svendsen, S. D. Eckermann, B. Knudsen, P. Massoli, F. Cairo, T. v. Clarmann, and H. Fischer. MIPAS detects Antarctic stratospheric belt of NAT PSCs caused by mountain waves. *Atmos. Chem. Phys.*, 6 :1221–1230, 2006.
- [HMR85] B.J. Hoskins, M.E. McIntyre, and A.W. Robertson. On the use and significance of isentropic potential vorticity maps. *Q.J.R. Meteorol. Soc.*, 111(470) :877–946, 1985.
- [Hol92] J. R. Holton. *An introduction to dynamic meteorology*. Academic Press, London, third edition, 1992.
- [HSH01] A. Hertzog, C. Souprayen, and A. Hauchecorne. Observation and backward trajectory of an inertia-gravity wave in the lower stratosphere. *Annales Geophysicae*, 19 :1141–1155, 2001.
- [HWH99] K. Hamilton, R.J. Wilson, and R.S. Hemler. Middle atmosphere simulated with high vertical and horizontal resolution versions of a gcm : improvements in the cold pole bias and generation of a qbo-like oscillation in the Tropics. *J. Atmos. Sci.*, 56 :3829–3846, 1999.
- [HWMU95] K. Hamilton, R.J. Wilson, J.D. Mahlman, and L.J. Umscheid. Climatology of the SKYHI troposphere-stratosphere-mesosphere general circulation model. *J. Atmos. Sci.*, 52 :5–43, 1995.
- [Ion69] Eugène Ionesco. *Conte Numéro 1*. Editions harlin quist edition, 1969.
- [JBB⁺99] A. Joly, K.A. Browning, P. Bessemoulin, J.-P. Cammas, G. Caniaux, J.-P. Chalon, S.A. Clough, R. Dirks, K.E. Emanuel, L. Eymard, R. Gall, T.D. Hewson, P.H. Hildebrand, D. Jorgensen, F. Lalauette, R.H. Langland Y. Lemaître, P. Mascart, J.A. Moore, P. O. G. Persson, F. Roux, M.A. Shapiro, C. Snyder, Z. Toth, and R. M. Wakimoto. Overview of the field phase of the Fronts and Atlantic Stormtracks Experiment (FASTEX) project. *Q.J.R. Meteorol. Soc.*, 125 :1–33, 1999.
- [JBL⁺08] R. James, M. Bonazzola, B. Legras, K. Surbled, and S. Fueglistaler. A lagrangian analysis of a the asian monsoon water vapor maximum at 110 hPa. *Geophys. Res. Lett.*, 35(L20810) :doi :10.1029/2008GL035441, 2008.
- [JJS⁺97] A. Joly, D. Jorgensen, M.A. Shapiro, A. Thorpe, P. Bessemoulin, K.A. Browning, J.-P. Cammas, S.A. Clough, K.A. Emanuel, L. Eymard, R. Gall, P.H. Hildebrand, R.H. Langland, Y. Lemaître, P. Lynch, J.A. Moore, P.O. G. Persson, C. Snyder, and R.M. Wakimoto. The Fronts and Atlantic Stormtracks Experiment (FASTEX) : scientific objectives and experimental design. *Bull. Amer. Meteorol. Soc.*, 78(9) :1917–1940, 1997.

- [JKW05] C. Ju, S. Koch, and N. Wang. Determination of temporal and spatial characteristics of atmospheric gravity waves combining cross-spectral analysis and wavelet transformation. *J. Geophys. Res.*, 110(D01109) :doi :10.1029/2004JD004906, 2005.
- [Jon67] W.L. Jones. Propagation of internal gravity waves in fluids with shear flow and rotation. *J. Fluid Mech.*, 30 :439–448, 1967.
- [Juc94] M. Jukes. Quasi-geostrophic dynamics of the tropopause. *J. Atmos. Sci.*, 51 :2756–2768, 1994.
- [KBH⁺99] J.N. Koshyk, B.A. Boville, K. Hamilton, E. Manzini, and K. Shibata. Kinetic energy spectrum of horizontal motions in middle-atmosphere models. *J. Geophys. Res.*, 104(D22) :27,177–27,190, 1999.
- [KD88] S. E. Koch and P. B. Dorian. A mesoscale gravity wave event observed during CCOPE. Part III : wave environment and possible source mechanisms. *Mon. Wea. Rev.*, 116 :2570–2591, 1988.
- [KEC03] Y.-J. Kim, S.D. Eckermann, and H.-Y. Chun. An overview of the past, present and future of gravity-wave drag parametrization for numerical climate and weather prediction models. *Atmosphere-Ocean*, 41 :65–98, 2003.
- [KJL⁺05] S.E. Koch, B.D. Jamison, C. Lu, T.L. Smith, E.I. Tollerud, C. Girz, N. Wang, T.P. Lane, M.A. Shapiro, D.D. Parrish, and O.R. Cooper. Turbulence and gravity waves within an upper-level front. *J. Atmos. Sci.*, 62 :3885–3908, 2005.
- [KM06] B. Khouider and A.J. Majda. A simple multicloud parameterization for convectively coupled tropical waves. part i : Linear analysis. *J. Atmos. Sci.*, 63 :1308, 2006.
- [KMS98] P.J. Kushner, M.E. McIntyre, and T.G. Shepherd. Coupled kelvin-wave and mirage wave instabilities in semi-geostrophic dynamics. *J. Phys. Oceanogr.*, 28 :513–518, 1998.
- [KMW08] J.A. Knox, D.W. McCann, and P.D. Williams. Application of the lighthill-ford theory of spontaneous imbalance to Clear-Air Turbulence forecasting. *J. Atmos. Sci.*, 65 :3292, 2008.
- [KRF⁺08] Z. Kizner, G. Reznik, B. Fridman, R. Khvoles, and J. McWilliams. Shallow-water modons on the f-plane. *J. Fluid Mech.*, 603 :305–329, 2008.
- [KS01] P. Klein and S. Llewellyn Smith. Horizontal dispersion of near-inertial oscillations in a turbulent mesoscale eddy field. *J. Mar. Res.*, 59 :697–723, 2001.
- [KTM⁺08] S. Watanabe Y. Kawatani, Y. Tomikawa, K. Miyazaki, M. Takahashi, and K. Sato. General aspects of a T213L256 middle atmosphere general circulation model. *J. Geophys. Res.*, 113(D12110) :doi :10.1029/2008JD010026, 2008.
- [KTS⁺39] Y. Kawatani, M. Takahashi, K. Sato, S.P. Alexander, and T. Tsuda. Global distribution of atmospheric waves in the equatorial upper troposphere and lower stratosphere : AGCM simulation of sources and propagation. *J. Geophys. Res.*, 114(D01102) :doi :10.1029/2008JD010374, 20039.
- [KWH⁺09] G.N. Kiladis, M.C. Wheeler, P.T. Haertel, K.H. Straub, and P.E. Roundy. Convectively coupled equatorial waves. *Rev. Geophys.*, 47(RG2003) :10.1029/2008RG000266, 2009.
- [Lam95] Sir Horace Lamb. *Hydrodynamics*. Cambridge University Press, Cambridge, Second edition, 1895.

-
- [LB09] S. LeDizès and P. Billant. Radiative instability in stratified vortices. *Phys. Fluids*, 21(096602) :doi :10.1063/1.3241995, 2009.
- [LC95] W.G. Large and G.B. Crawford. Observations and simulations of upper-ocean response to wind events during the Ocean Storms experiment. *J. Phys. Oceanogr.*, 25 :2831–2852, 1995.
- [LDP⁺04] T.P. Lane, J.D. Doyle, R. Plougonven, R.D. Sharman, and M.A. Shapiro. Numerical modeling of gravity waves and shearing instabilities above an observed jet. *J. Atmos. Sci.*, 61 :2692–2706, 2004.
- [LE76] D.P. Lalas and F. Einaudi. On the characteristics of waves generated by shear layers. *J. Atmos. Sci.*, 33 :1248–1259, 1976.
- [Lei80] C.E. Leith. Nonlinear normal mode initialization and quasi-geostrophic theory. *J. Atmos. Sci.*, 37 :958–968, 1980.
- [LFR89] R.S. Lindzen and M. Fox-Rabinowitz. Consistent vertical and horizontal resolution. *Mon. Weath. Rev.*, 117 :2575–2583, 1989.
- [LH68] R.S. Lindzen and J.R. Holton. A theory of the quasi-biennial oscillation. *J. Atmos. Sci.*, 25(11) :1095–1107, 1968.
- [LHK99] G. Lapeyre, B.L. Hua, and P. Klein. Does the tracer gradient vector align with the strain eigenvectors in 2d turbulence? *Phys. Fluids*, 11 :3729–3737, 1999.
- [Lig52] James M. Lighthill. On sound generated aerodynamically, I. General theory. *Proc. Roy. Soc. London*, 211(A) :564–587, 1952.
- [Lig78] James M. Lighthill. *Waves in Fluids*. Cambridge University Press, 1978.
- [Lin81] R.S. Lindzen. Turbulence and stress owing to gravity wave and tidal breakdown. *J. Geophys. Res.*, 86(C10) :9707–9714, 1981.
- [LK87] E.N. Lorenz and V. Krishnamurty. On the nonexistence of a slow manifold. *J. Atmos. Sci.*, 44 :2940–2950, 1987.
- [LK06] G. Lapeyre and P. Klein. Dynamics of the upper oceanic layers in terms of surface quasi-geostrophy theory. *J. Phys. Oceanogr.*, 36 :165–176, 2006.
- [LKT92] F. Lott, H. Kelder, and H. Teitelbaum. A transition from Kelvin-Helmholtz instabilities to propagating wave instabilities. *Phys. Fluids*, 4(9) :1990–1997, 1992.
- [LM97] F. Lott and M. Miller. A new subgrid-scale orographic drag parametrization : its formulation and testing. *Q.J.R. Meteorol. Soc.*, 123 :101–127, 1997.
- [Lor80] E.N. Lorenz. Attractor sets and quasi-geostrophic equilibrium. *J. Atmos. Sci.*, 37 :1685–1699, 1980.
- [Lot97] F. Lott. The transient emission of propagating gravity waves by a stably stratified shear layer. *Q.J.R. Meteorol. Soc.*, 123 :1603–1619, 1997.
- [LP78] B.E. Ley and W.R. Peltier. Wave generation and frontal collapse. *J. Atmos. Sci.*, 35(1) :3–17, 1978.
- [LPV10] F. Lott, R. Plougonven, and J. Vanneste. Gravity waves generated by sheared potential vorticity anomalies. *J. Atmos. Sci.*, 67(DOI :10.1175/2009JAS3134.1) :157–170, 2010.
- [LR76a] V.D. Larichev and G.M. Reznik. Strongly nonlinear two-dimensional solitary Rossby waves. *Oceanology*, 16 :961–967, 1976.

- [LR76b] V.D. Larichev and G.M. Reznik. Two-dimensional solitary Rossby waves. *Dokl. USSR. Acad. Sci.*, 231 :1077–1080, 1976.
- [LR01] T.P. Lane and M.J. Reeder. Modelling the generation of gravity waves by a maritime continent thunderstorm. *Q.J.R. Meteorol. Soc.*, 127 :2705–2724, 2001.
- [LRC01] T.P. Lane, M.J. Reeder, and T.L. Clark. Numerical modeling of gravity wave generation by deep tropical convection. *J. Atmos. Sci.*, 58 :1249–1274, 2001.
- [LRR00] A.F. Lovegrove, P.L. Read, and C.J. Richards. Generation of inertia-gravity waves in a baroclinically unstable fluid. *Q.J.R. Meteorol. Soc.*, 126 :3233–3254, 2000.
- [LWA⁺07] V. Limpasuvan, D.L. Wu, M.J. Alexander, M. Xue, M. Hu, S. Pawson, and J.R. Perkins. Stratospheric gravity wave simulation over Greenland during 24 January 2005. *J. Geophys. Res.*, 112(D10115) :doi :10.1029/2006JD007823, 2007.
- [LY07] W. Li and F. Yi. Characteristics of inertia-gravity waves around jet stream from radiosonde observations in wuhan (30.5 degrees n, 114.4 degrees e). *J. Atmos. Sol.-Terr. Phys.*, 69 :826–834, 2007.
- [LZ08] Yonghui Lin and Fuqing Zhang. Tracking gravity waves in baroclinic jet-front systems. *J. Atmos. Sci.*, 65 :2402–2415, 2008.
- [Mar08] Armel Martin. *Influence des ondes de gravité de montagne sur l’écoulement de grande échelle en présence de niveaux critiques (Doctorat)*. Université Pierre et Marie Curie, 2008.
- [MB08] A.J. Monaghan and D.H. Bromwich. Advances in describing recent Antarctic climate variability. *Bull. Am. Meteor. Soc.*, 89 :1295–1306, 2008.
- [MBOE09] C.J.J. Muller, L.E. Black, P.A. O’Gorman, and K.A. Emanuel. A model for the relationship between tropical precipitation and column water vapor. *Geophys. Res. Lett.*, 36(16) :doi :10.1029/2009GL039667, 2009.
- [Mc09] P.A. Mayewski and collaborators. State of the Antarctic and Southern Ocean climate system. *Rev. Geophys.*, 47(RG1003) :doi :10.1029/2007RG000231, 2009.
- [McI01] M.E. McIntyre. Global effects of gravity waves in the middle atmosphere : a theoretical perspective. *Adv. Space Res.*, 27(10) :1723–1736, 2001.
- [McI08] M.E. McIntyre. Potential-vorticity inversion and the wave-turbulence jigsaw : some recent clarifications. *Adv. Geosci.*, 15 :47–56, 2008.
- [MEFL76] G. Mastrantonio, F. Einaudi, D. Fua, and D.P. Lalas. Generation of gravity waves by jet streams in the atmosphere. *J. Atmos. Sci.*, 33 :1730–1738, 1976.
- [MG80] J. C. McWilliams and P. R. Gent. Intermediate models of planetary circulations in the atmosphere and ocean. *J. Atmos. Sci.*, 37(8) :1657–1678, 1980.
- [MG95] A.S. Medvedev and N.M. Gavrilov. The nonlinear mechanism of gravity wave generation by meteorological motions in the atmosphere. *J. Atmos. Terr. Phys.*, 57(11) :1221–1231, 1995.
- [MH01] D.J. Muraki and G.J. Hakim. Balanced asymmetries of waves on the tropopause. *J. Atmos. Sci.*, 58(3) :237–252, 2001.
- [MMY05] M.J. Molemaker, J.C. McWilliams, and I. Yavneh. Baroclinic instability and loss of balance. *J. Phys. Oceanogr.*, 35 :1505–1517, 2005.
- [MS05] C. McLandress and J.F. Scinocca. The gcm response to current parameterizations of non-orographic wave drag. *J. Atmos. Sci.*, 62 :2394–2413, 2005.

-
- [MS07] D.J. Muraki and C. Snyder. Vortex dipoles for surface quasigeostrophic models. *J. Atmos. Sci.*, 64 :2961–2967, 2007.
- [MSR99] D.J. Muraki, C. Snyder, and R. Rotunno. The next-order corrections to quasigeostrophic theory. *J. Atmos. Sci.*, 56 :1547–1560, 1999.
- [Nak88] N. Nakamura. Scale selection of baroclinic instability - effects of stratification and nongeostrophy. *J. Atmos. Sci.*, 45(21) :3253–3267, 1988.
- [NPH09] J.D. Neelin, O. Peters, and K. Hales. The transition to strong convection. *J. Atmos. Sci.*, 66 :2367–2384, 2009.
- [Obu49] A.M. Obukhov. On the question of geostrophic wind (in Russian). *Izv. Akad. Nauk. SSSR Ser. Geograf.-Geofiz.*, 13(4) :281–306, 1949.
- [OD95] D. O’Sullivan and T.J. Dunkerton. Generation of inertia-gravity waves in a simulated life cycle of baroclinic instability. *J. Atmos. Sci.*, 52(21) :3695–3716, 1995.
- [ODV08] E.I. Olafsdottir, A.B. Olde Daalhuis, and J. Vanneste. Inertia-gravity-wave generation by a sheared vortex. *J. Fluid Mech.*, 569 :169–189, 2008.
- [OMH+08] A. Orr, G.J. Marshall, J.C.R. Hunt, J. Sommeria, C.-G. Wang, N.P.M. van Lipzig, D. Cresswell, and J.C. King. Characteristics of summer airflow over the Antarctic Peninsula in response to recent strengthening of westerly circumpolar winds. *J. Atmos. Sci.*, 65 :1396–1413, 2008.
- [Ou84] Hsien Wang Ou. Geostrophic adjustment : a mechanism for frontogenesis. *J. Phys. Oceanogr.*, 14 :994–1000, 1984.
- [PAH+10] R. Plougonven, A. Arsac, A. Hertzog, L. Guez, and F. Vial. Mesoscale simulations of the gravity wave field above antarctica during vorcore. *submitted to Quart. J. Roy. Meteorolog. Soc.*, 2010.
- [Pc00] S. Pawson and collaborators. The GCM-Reality Intercomparison Project for SPARC (GRIPS) : scientific issues and initial results. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 81 :781–796, 2000.
- [PDAH00] C. Piani, D. Durran, M.J. Alexander, and J.R. Holton. A numerical study of three-dimensional gravity waves triggered by deep tropical convection and their role in the dynamics of the QBO. *J. Atmos. Sci.*, 57(22) :3689–3702, 2000.
- [Ped87] Joseph Pedlosky. *Geophysical Fluid Dynamics*. Springer-Verlag, second edition, 1987.
- [PF93] R.B. Pierce and T.D.A. Fairlie. Chaotic advection in the stratosphere : implications for the dispersal of chemically perturbed air from the polar vortex. *J. Geophys. Res.*, 98(D10) :18,589–18,595, 1993.
- [Phi54] N.A. Philips. Energy transformations and meridional circulations associated * with simple baroclinic waves in a two-level, quasi-geostrophic model. *Tellus*, 6 :273–286, 1954.
- [PHT08] R. Plougonven, A. Hertzog, and H. Teitelbaum. Observations and simulations of a large-amplitude mountain wave breaking above the Antarctic Peninsula. *J. Geophys. Res.*, 113(D16113) :doi :10.1029/2007JD009739, 2008.
- [PMS05] R. Plougonven, D.J. Muraki, and C. Snyder. A baroclinic instability that couples balanced motions and gravity waves. *J. Atmos. Sci.*, 62 :1545–1559, 2005.

- [PNS04] C. Piani, W.A. Norton, and D.A. Stainforth. Equatorial stratospheric response to variations in deterministic and stochastic gravity wave parameterizations. *J. Geophys. Res.*, 109(D14101) :doi :10.1029/2004JD004656, 2004.
- [Pon04] Claude Ponti. *Blaise et le Robinet*. L'Ecole des Loisirs, lutin poche edition, 2004.
- [Pro21] Marcel Proust. *Sodome et Gomorrhe*. 1921.
- [PS05] R. Plougonven and C. Snyder. Gravity waves excited by jets : propagation versus generation. *Geoph. Res. Lett.*, 32(L18892) :doi :10.1029/2005GL023730, 2005.
- [PS07] R. Plougonven and C. Snyder. Inertia-gravity waves spontaneously generated by jets and fronts. Part I : Different baroclinic life cycles. *J. Atmos. Sci.*, 64 :2502–2520, 2007.
- [PSS86] T.N. Palmer, G.J. Shutts, and R. Swinbank. Alleviation of a systematic westerly bias in general circulation and numerical weather prediction models through an orographic gravity wave drag parametrization. *Q.J.R. Meteorol. Soc.*, 112 :1001–1039, 1986.
- [PSZ09] R. Plougonven, C. Snyder, and F. Zhang. Comments on 'application of the Lighthill-Ford theory of spontaneous imbalance to clear-air turbulence forecasting'. *J. Atmos. Sci.*, 66 :2506–2510, 2009.
- [PT03] R. Plougonven and H. Teitelbaum. Comparison of a large-scale inertia-gravity wave as seen in the ECMWF and from radiosondes. *Geophys. Res. Lett.*, 30(18) :1954, 2003.
- [PTZ03] R. Plougonven, H. Teitelbaum, and V. Zeitlin. Inertia-gravity wave generation by the tropospheric mid-latitude jet as given by the fastex radiosoundings. *J. Geophys. Res.*, 108(D21) :4686, 2003.
- [PWV01] E. Pavelin, J. Whiteway, and G. Vaughan. Observation of gravity wave generation and breaking in the lowermost stratosphere. *J. Geophys. Res.*, 106(D6) :5173–5179, 2001.
- [PZ02] R. Plougonven and V. Zeitlin. Internal gravity wave emission from a pancake vortex : an example of wave-vortex interaction in strongly stratified flows. *Phys. of Fluids*, 14(3) :1259–1268, 2002.
- [PZ05] R. Plougonven and V. Zeitlin. Lagrangian approach to the geostrophic adjustment of frontal anomalies in a stratified fluid. *Geophys. Astr. Fluid Dyn.*, 99(2) :101–135, 2005.
- [PZ07] R. Plougonven and F. Zhang. On the forcing of inertia-gravity waves by synoptic-scale flows. *J. Atmos. Sci.*, 64 :1737–1742, 2007.
- [PZ09] R. Plougonven and V. Zeitlin. Nonlinear development of inertial instability in a barotropic shear. *Phys. Fluids*, 21(10) :DOI : 10.1063/1.3242283, 2009.
- [QDPE95] H. Qi, R.A. DeSoezke, C.A. Paulson, and C.C. Eriksen. The structure of near-inertial waves during ocean storms. *J. Phys. Oceanogr.*, 25 :2853–2871, 1995.
- [RDF92] C. Rivest, C.A. Davis, and B.F. Farrell. Upper-tropospheric synoptic-scale waves. Part I : maintenance as eady normal modes. *J. Atmos. Sci.*, 49(22) :2108–2119, 1992.
- [RG96] M. J. Reeder and M. Griffiths. Stratospheric inertia-gravity waves generated in a numerical model of frontogenesis. Part II : Wave sources, generation mechanisms and momentum fluxes. *Q.J.R. Meteorol. Soc.*, 122 :1175–1195, 1996.

-
- [Rie09] Xavier Riedinger. *Instabilité radiative d'un tourbillon dans un fluide stratifié*. Université de Provence, Aix-Marseille I, 2009.
- [RLM10] X. Riedinger, S. LeDizès, and P. Meunier. Viscous stability properties of a Lamb-Oseen vortex in a stratified fluid. *submitted to J. Fluid Mech.*, 2010.
- [RML10] X. Riedinger, P. Meunier, and S. LeDizès. Instability of a columnar vortex in a stratified fluid. *submitted to Exp. Fluids*, 2010.
- [RMS00] R. Rotunno, D.J. Muraki, and C. Snyder. Unstable baroclinic waves beyond quasi-geostrophic theory. *J. Atmos. Sci.*, 57 :3285–3295, 2000.
- [Ros38] C.G. Rossby. On the mutual adjustment of pressure and velocity distributions in certain simple current systems II. *J. Mar. Res.*, 1 :239–263, 1938.
- [RSG10] J. Richter, F. Sassi, and R.R. Garcia. Toward a physically based gravity wave source parameterization in a general circulation model. *J. Atmos. Sci.*, 67(doi :10.1175/2009JAS3112.1) :136–156, 2010.
- [RSS94] R. Rotunno, C. Snyder, and W.C. Skamarock. An analysis of frontogenesis in numerical simulations of baroclinic waves. *J. Atmos. Sci.*, 51(23) :3373–3398, 1994.
- [RZJ01] G.M. Reznik, V. Zeitlin, and M. Ben Jelloul. Nonlinear theory of geostrophic adjustment. Part 1. Rotating shallow-water model. *J. Fluid Mech.*, 445 :93–120, 2001.
- [Saf92] Philip G. Saffman. *Vortex Dynamics*. Cambridge Monographs on Mechanics, 1992.
- [Sak89] S. Sakai. Rossby-kelvin instability : a new type of ageostrophic instability caused by a resonance between rossby waves and gravity waves. *J. Fluid Mech.*, 202 :149–176, 1989.
- [Sat94] K. Sato. A statistical study of the structure, saturation and sources of inertio-gravity waves in the lower stratosphere observed with the MU radar. *J. Atmos. Terr. Phys.*, 56(6) :755–774, 1994.
- [SC08] I.-S. Song and H.-Y. Chun. A lagrangian spectral parameterization of gravity wave drag induced by cumulus convection. *J. Atmos. Sci.*, 65(doi :10.1175/2007JAS2369.1) :1204–1224, 2008.
- [Sch08] D.A. Schecter. The spontaneous imbalance of an atmospheric vortex at high Rossby number. *J. Atmos. Sci.*, 65 :2498–2521, 2008.
- [SCL03] I.-S. Song, H.-Y. Chun, and T.P. Lane. Generation mechanisms of convectively forced internal gravity waves and their propagation to the stratosphere. *J. Atmos. Sci.*, 60 :1960–1980, 2003.
- [SF00] J.F. Scinocca and R. Ford. The nonlinear forcing of large-scale internal gravity waves by stratified shear instability. *J. Atmos. Sci.*, 57 :653–672, 2000.
- [SH78] A. Simmons and B.J. Hoskins. The life cycles of some nonlinear baroclinic waves. *J. Atmos. Sci.*, 35 :414–432, 1978.
- [SH80] A. Simmons and B.J. Hoskins. Barotropic influences on the growth and decay on nonlinear baroclinic waves. *J. Atmos. Sci.*, 37 :1679–1684, 1980.
- [SHDF80] W.H. Schubert, J.J. Hack, P.L. Silva Dias, and S.R. Fulton. Geostrophic adjustment in an axisymmetric vortex. *J. Atmos. Sci.*, 37 :1464–1484, 1980.
- [Shu01] G. Shutts. A linear model of back-sheared flow over an isolated hill in the presence of rotation. *J. Atmos. Sci.*, 58 :3293–3311, 2001.

- [Shu03] G. Shutts. Inertia-gravity wave and neutral eady wave trains forced by directionnally sheared flow over isolated hills. *J. Atmos. Sci.*, 60 :593–606, 2003.
- [SII08] N. Sugimoto, K. Ishioka, and K. Ishii. Parameter sweep experiments on spontaneous gravity wave radiation from unsteady rotational flow in an f-plane shallow water system. *J. Atmos. Sci.*, 65 :235–249, 2008.
- [SKD⁺05] W.C. Skamarock, J.B. Klemp, J. Dudhia, D.O. Gill, D.M. Barker, W. Wang, and J. G. Powers. A description of the Advanced Research WRF Version 2. *NCAR Technical Note*, June 2005.
- [SKT99] K. Sato, T. Kumakura, and M. Takahashi. Gravity waves appearing in a high-resolution gcm simulation. *J. Atmos. Sci.*, 56 :1005–1018, 1999.
- [SLTL98] C.M. Scavuzzo, M.A. Lamfri, H. Teitelbaum, and F. Lott. A study of the low-frequency inertio-gravity waves observed during the Pyrénées experiment. *J. Geophys. Res.*, 103(D2) :1747–1758, 1998.
- [SM03] D.A. Schecter and M.T. Montgomery. On the symmetrization rate of an intense geophysical vortex. *Dyn. Atmos. Ocean*, 37 :55–88, 2003.
- [SM06] D.A. Schecter and M.T. Montgomery. Conditions that inhibit the spontaneous radiation of spiral inertia-gravity waves from an intense mesoscale cyclone. *J. Atmos. Sci.*, 63 :435–456, 2006.
- [SMPZ07] C. Snyder, D.J. Muraki, R. Plougonven, and F. Zhang. Inertia-gravity waves generated within a dipole vortex. *J. Atmos. Sci.*, 64 :4417–4431, 2007.
- [Sol99] S. Solomon. Stratospheric ozone depletion : a review of concepts and history. *Rev. of Geophys.*, 37(3) :275–316, 1999.
- [SP95] B.R. Sutherland and W.R. Peltier. Internal gravity wave emission into the middle atmosphere from a model tropospheric jet. *J. Atmos. Sci.*, 52 :3214–3235, 1995.
- [SPM09] C. Snyder, R. Plougonven, and D.J. Muraki. Forced linear inertia-gravity waves on a basic-state dipole vortex. *J. Atmos. Sci.*, 66(11) :3464–3478, 2009.
- [SS02] S. Saujani and T.G. Shepherd. Comments on "Balance and the slow manifold : some explicit results". *J. Atmos. Sci.*, 59 :2874–2877, 2002.
- [SSK⁺03] T. Shibata, K. Sato, H. Kobayashi, M. Yabuki, and M. Shiobara. Antarctic polar stratospheric clouds under temperature perturbations by nonorographic inertia-gravity waves observed by micropulse lidar at Syowa Station. *J. Geophys. Res.*, 108(D3) :4105, 2003.
- [SSR93] C. Snyder, W.C. Skamarock, and R. Rotunno. Frontal dynamics near and following frontal collapse. *J. Atmos. Sci.*, 50(18) :3194–3211, 1993.
- [Ste75] M.E. Stern. Minimal properties of planetary eddies. *J. Mar. Res.*, 33 :1–13, 1975.
- [STL91] H. Segur, S. Tanveer, and H. Levine, editors. *Asymptotics beyond all orders*. Plenum Press, 1991.
- [Sto66] P.H. Stone. On non-geostrophic baroclinic instability. *J. Atmos. Sci.*, 23 :390–400, 1966.
- [Sto70] P.H. Stone. On non-geostrophic baroclinic instability : Part II. *J. Atmos. Sci.*, 27 :721–726, 1970.
- [STWW06] R. Sharman, C. Tebaldi, G. Wiener, and J. Wolff. An integrated approach to mid-and upper-level turbulence forecasting. *Weather and Forecasting*, pages 268–287, 2006.

-
- [Sut06] B.R. Sutherland. Rayleigh wave - internal wave coupling and internal wave generation above a model jet stream. *J. Atmos. Sci.*, 63 :1042–1055, 2006.
- [THM93] C.D. Thorncroft, B.J. Hoskins, and M.E. McIntyre. Two paradigms of baroclinic-wave life-cycle behaviour. *Q.J.R. Meteorol. Soc.*, 119 :17–55, 1993.
- [Tho87] W. Thomson. Stability of fluid motion – rectilinear motion of viscous fluid between two parallel planes. *Philos. Mag.*, 24 :188–196, 1887.
- [Tok70] T. Tokioka. Non-geostrophic and non-hydrostatic stability of a baroclinic fluid. *J. Meteorol. Soc. Japan*, 48 :503–520, 1970.
- [TWM99] L. Thomas, R.M. Worthington, and A.J. McDonald. Inertia-gravity waves in the troposphere and lower stratosphere associated with a jet stream exit region. *Ann. Geophysicae*, 17 :115–121, 1999.
- [TY82] A. Van Tuyl and J.A. Young. Numerical simulation of nonlinear jet streak adjustment. *Mon. Wea. Rev.*, 110 :2038–2054, 1982.
- [UK87] L.W. Uccellini and S.E. Koch. The synoptic setting and possible energy sources for mesoscale wave disturbances. *Mon. Wea. Rev.*, 115 :721–729, 1987.
- [Van04] J. Vanneste. Inertia-gravity wave generation by balanced motion : revisiting the Lorenz-Krishnamurty model. *J. Atmos. Sci.*, 61 :224–234, 2004.
- [Van08] J. Vanneste. Exponential smallness of inertia-gravity-wave generation at small rossby number. *J. Atmos. Sci.*, 65 :1622–1637, 2008.
- [Vc09] J. Vialard and collaborators. Cirene : Air-Sea interactions in the Seychelles-Chagos thermocline ridge region . *Bull. Am. Met. Soc.*, 90 :45–61, 2009.
- [VD06] A. Viúdez and D.G. Dritschel. Spontaneous generation of inertia-gravity wave packets by geophysical balanced flows. *J. Fluid Mech.*, 553 :107–117, 2006.
- [VF01] S.L. Vadas and D.C. Fritts. Gravity wave radiation and mean responses to local body forces in the atmosphere. *J. Atmos. Sci.*, 58(16) :2249–2279, 2001.
- [VFA03] S.L. Vadas, D.C. Fritts, and M.J. Alexander. Mechanism for the generation of secondary waves in wave breaking regions. *J. Atmos. Sci.*, 60(1) :194–214, 2003.
- [VHBV07] R.A. Vincent, A. Hertzog, G. Boccara, and F. Vial. Quasi-Lagrangian superpressure balloon measurements of gravity-wave momentum fluxes in the polar stratosphere of both hemispheres. *Geophys. Res. Lett.*, 34(L19804) :doi :10.1029/2007GL031072, 2007.
- [Viu07] A. Viudez. The origin of the stationary frontal wave packet spontaneously generated in rotating stratified vortex dipoles. *J. Fluid Mech.*, 593 :359–383, 2007.
- [Viu08] A. Viudez. The stationary frontal wave packet spontaneously generated in mesoscale dipoles. *jpo*, 38 :243–256, 2008.
- [VL86] R. Vautard and B. Legras. Invariant manifolds, quasi-geostrophy and initialization. *J. Atmos. Sci.*, 43(4) :565–584, 1986.
- [VP10] J. Vanneste and R. Plougonven. Quasi-geostrophic dynamics of a finite-depth tropopause. *in preparation*, 2010.
- [VY04] J. Vanneste and I. Yavneh. Exponentially small inertia-gravity waves and the breakdown of quasi-geostrophic balance. *J. Atmos. Sci.*, 61 :211–223, 2004.
- [VY07] J. Vanneste and I. Yavneh. Unbalanced instabilities of rapidly rotating stratified shear flows. *J. Fluid Mech.*, 584 :373–396, 2007.

- [WB95] R. Wu and W. Blumen. Geostrophic adjustment of a zero potential vorticity flow initiated by a mass imbalance. *J. Phys. Oceanogr.*, 25 :439–445, 1995.
- [WF04] C. Wunsch and R. Ferrari. Vertical mixing energy and the general circulation of the oceans. *Annu. Review Fluid Mech.*, 36 :281–314, 2004.
- [WGA05] L. Wang, M.A. Geller, and M.J. Alexander. Spatial and temporal variations of gravity wave parameters, Part I : Intrinsic frequency, wavelength and vertical propagation direction. *J. Atmos. Sci.*, 62(doi :10.1029/2002JD002786) :125–142, 2005.
- [WHR05] P.D. Williams, T.W.N. Haine, and P.L. Read. On the generation mechanisms of short-scale unbalanced modes in rotating two-layer flows with vertical shear. *J. Fluid Mech.*, 528 :1–22, 2005.
- [WK99] M. Wheeler and G.N. Kiladis. Convectively coupled equatorial waves : Analysis of clouds and temperature in the wavenumber-frequency domain. *J. Atmos. Sci.*, 56 :374–399, 1999.
- [WM86] T. Warn and R. M enard. Nonlinear balance and gravity-inertial wave saturation in a simple atmospheric model. *Tellus*, 38A :285–294, 1986.
- [WM01] C.D. Warner and M.E. McIntyre. An ultrasimple spectral parametrization for non-orographic gravity waves. *jas*, 58 :1837–1857, 2001.
- [WST06] S. Watanabe, K. Sato, and M. Takahashi. A general circulation model study of the orographic gravity waves over Antarctica excited by katabatic winds. *J. Geophys. Res.*, 111 :D18104, 2006.
- [WT05] S. Watanabe and M. Takahashi. Kelvin waves and ozone kelvin waves in the quasi-biennial oscillation and semiannual oscillation : a simulation by a high-resolution chemistry-coupled general circulation model. *J. Geophys. Res.*, 110(D18303) :doi :10.1029/2004JD005424, 2005.
- [WZS09] S. Wang, F. Zhang, and C. Snyder. Generation and propagation of inertia-gravity waves from vortex dipoles and jets. *J. Atm. Sci.*, 66 :1294–1314, 2009.
- [YMM01] I. Yavneh, J.C. McWilliams, and M.J. Molemaker. Non-axisymmetric instability of centrifugally stable stratified taylor-couette flow. *J. Fluid Mech.*, 448 :1–21, 2001.
- [YP01a] Y.H. Yamazaki and W.R. Peltier. Baroclinic instability in an Euler equations-based column model : the coexistence of a deep synoptic scale mode and shallow subsynoptic scale modes. *J. Atmos. Sci.*, 58 :780–792, 2001.
- [YP01b] Y.H. Yamazaki and W.R. Peltier. The existence of subsynoptic-scale baroclinic instability and the nonlinear evolution of shallow disturbances. *J. Atmos. Sci.*, 58 :657–683, 2001.
- [Zei88] V. Zeitlin. Acoustic radiation from distributed vortex structures. *Sov. Phys. Acoust.*, 34(2) :188–190, 1988.
- [Zei91] V. Zeitlin. On the backreaction of acoustic radiation for distributed two-dimensional vortex structures. *Phys. Fluids*, A3(6) :1677–1680, 1991.
- [Zei07] V. Zeitlin, editor. *Nonlinear dynamics of rotating shallow water : methods and advances*. Elsevier, 2007.
- [Zha04] F. Zhang. Generation of mesoscale gravity waves in upper-tropospheric jet-front systems. *J. Atmos. Sci.*, 61(4) :440–457, 2004.

-
- [ZKDK01] F. Zhang, S.E. Koch, C.A. Davis, and M.L. Kaplan. Wavelet analysis and the governing dynamics of a large amplitude mesoscale gravity wave event along the east coast of the united states. *Q.J.R. Meteorol. Soc.*, 127 :2209–2245, 2001.
- [ZMP03] V. Zeitlin, S.B. Medvedev, and R. Plougonven. Frontal geostrophic adjustment, slow manifold and nonlinear wave phenomena in one-dimensional rotating shallow-water. Part 1 : Theory. *J. of Fluid Mech.*, 481 :269–290, 2003.
- [ZP06] C. Zülicke and D. Peters. Simulation of inertia-gravity waves in a poleward breaking Rossby wave. *J. Atmos. Sci.*, 63 :3253–3276, 2006.
- [ZRJ03] V. Zeitlin, G.M. Reznik, and M. Ben Jelloul. Nonlinear theory of geostrophic adjustment. Part 2 : Two-layer and continuously stratified primitive equations. *J. Fluid Mech.*, 491(10.1017/S0022112003005457) :207–228, 2003.
- [ZV01a] F. Zink and R. Vincent. Wavelet analysis of stratospheric gravity wave packets over Macquarie Island, 1. Wave parameters. *J. Geophys. Res.*, 106(10) :10,275–10,288, 2001.
- [ZV01b] F. Zink and R. Vincent. Wavelet analysis of stratospheric gravity wave packets over Macquarie Island, 2. Intermittency and mean-flow accelerations. *J. Geophys. Res.*, 106(10) :10,289–10,297, 2001.
- [ZY07] S.D. Zhang and F. Yi. Latitudinal and seasonal variations of inertial gravity wave activity in the lower atmosphere over central China. *J. Geophys. Res.*, 112(D05109) :doi :10.1029/2006JD007487, 2007.

Résumé

Les jets et fronts demeurent mal compris comme sources d'ondes de gravité, et ceci freine le développement de paramétrisations physiques des ondes dans les modèles de circulation générale. Une difficulté fondamentale vient de la séparation dynamique entre ondes de gravité et mouvements équilibrés, les jets et les fronts appartenant à cette dernière catégorie.

Trois mécanismes possibles d'émission spontanée sont passés en revue et discutés. Ils soulignent l'importance de l'advection pour obtenir un couplage de ces deux types de mouvements très différents, mais ne décrivent que des cas d'émission où les ondes sont d'échelle égale ou supérieure à l'écoulement qui les génère.

Des simulations numériques idéalisées permettent d'identifier dans des écoulements plus réalistes des ondes émises par les jets et les fronts, et comparables aux cas décrits dans les observations. Ces simulations idéalisées d'instabilité barocline et de dipole montrent quels ingrédients essentiels façonnent les ondes émises (déformation, cisaillement vertical), et permettent de proposer un mécanisme pour l'émission de ces ondes.

Pour tester la pertinence du mécanisme proposé, des simulations méso-échelles d'écoulement réels, en parallèle de la campagne Vorcore (septembre 2005-février 2006) ont été mises en place et sont actuellement exploitées. Les premiers résultats de ces travaux, notamment un détour à propos des ondes de montagne de forte amplitude, sont décrits.

Mots-clés: ondes de gravité, approximations équilibrées, atmosphère

Abstract

Jets and fronts remain poorly understood as sources of gravity waves, and this hinders the development of physical parameterizations of these waves in General Circulation Models. A fundamental difficulty comes from the dynamical separation between gravity waves and balanced motions, jets and fronts belonging to the latter.

Three possible mechanisms of spontaneous emission are reviewed and discussed. They emphasize the importance of advection for coupling these two very different types of motions, but only describe cases in which the waves are of scale equal to or larger than the scale of the balanced flow.

Idealized simulations allow the identification, in more realistic flows, of waves emitted by jets and fronts which are comparable to those described in observations. These simulations of baroclinic instability and of dipoles show which are the essential ingredients (deformation, vertical shear) influencing the waves' characteristics, and we propose a mechanism for the emission of these waves.

In order to test the relevance of the theoretical results, real case simulations in parallel of the Vorcore field campaign (Sept. 2005 - Feb. 2006) are set up and are presently analyzed. Preliminary results associated to this project, and in particular a case study of a large-amplitude mountain wave, are presented.

Keywords: gravity waves, balance, atmosphere

