Géosciences - ENS

Automne 2018

# M1: Introduction à l'océanographie physique Cours 4: Dynamique de la thermocline

bruno.deremble@ens.fr

jerome.vialard@ird.fr

Nous avons étudié la dynamique océanique barotrope forcée par le vent via la couche de surface d'Ekman. Cette circulation barotrope correspond à la circulation stationnaire moyennée sur la verticale. Pour en savoir plus sur la structure verticale de l'océan, on va décomposer la colonne d'eau en plusieurs couches verticales et regarder la dynamique dans chacune des couches. L'objectif est de comprendre comment s'établit la stratification verticale.

La figure 4.1 est une section verticale de température prise au milieu de l'atlantique. La hauteur de l'isotherme  $4^{o}$  nous indique que l'océan profond est beaucoup moins stratifié que l'océan de surface. Cette zone de variation rapide de la température est appelée la thermocline et joue un rôle important pour la dynamique océanique. Il existe plusieurs théories pour la dynamique de la thermocline mais nous allons nous concentrer sur la dynamique inviscide de Luyten et al. (1983).



Figure 4.1: Section WOCE (A16) au milieu de l'océan Atlantique. L'axe des x mesure la distance sur la section: x = 0 km est un point au milieu de l'ACC et x = 13500 km est en Islande (Source: http://woceatlas.ucsd. edu/).

# 4.1 Équilibre de Sverdrup en gravité réduite

La différence principale entre le modèle barotrope et le modèle à gravité réduite est que g est remplacé par g'. L'autre différence est que l'épaisseur de la couche active n'est plus du même ordre de grandeur que l'épaisseur totale (on ne peut donc plus faire la simplification que l'on avait fait pour obtenir l'équation 3.14). L'équilibre de Sverdrup que l'on avait écrit au cours précédent s'écrit

$$\frac{g'}{f}\beta h\frac{\partial h}{\partial x} = f\nabla \times \left(\frac{\tau}{\rho_0 f}\right). \tag{4.1}$$

Si on utilise le même profil de vent qu'au cours précédent, on obtient

$$h^{2} = -h_{0}^{2} \frac{x}{L} \sin \frac{\pi y}{L} + g(y), \quad \text{avec} \quad h_{0}^{2} = \frac{2\tau_{0} f^{2} \pi}{\rho_{0} \beta g' f_{0}}, \qquad (4.2)$$

avec, comme précédemment, g(y) une fonction qui permet de satisfaire la condition d'imperméabilité à un des bords (est ou ouest). On note que cette solution n'a de sens que si le membre de droite est positif. La structure de la solution est très similaire à celle du modèle barotrope sauf que l'échelle de variation de la hauteur de la couche active varie avec la racine carée du rotationel du vent (au lieu d'une variation linéaire pour le modèle barotrope).

## 4.2 Modèle avec outcropping

Dans le modèle ci-dessus, nous avons exploré la dynamique pour une couche active qui n'est finalement pas très différente du modèle barotrope. Une grosse limitation de ce modèle est l'absence d'outcropping. En effet, seule la couche active reçoit le pompage d'Ekman; la couche du dessous n'est, elle, pas forcée et ne peut pas se mettre en mouvement. En réalité les couches de fluide sont rarement complètement isolées de la surface. Lorsque qu'une couche de fluide est en contact avec la surface, elle fixe ses propriétés puis dès que la couche se retrouve isolée de la surface, la couche évolue de manière adiabatique (la masse d'eau conserve ses propriétés de température et salinité). Ce caractère adiabatique de l'océan peut se voir par la conservation de la vorticité potentielle.

#### 4.2.1 Conservation de la vorticité potentielle

Pour une couche de fluide i qui n'est ni forcée ni dissipée, les équations de la dynamique sont

$$\frac{Du_i}{Dt} - fv_i = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P_i}{\partial x}$$

$$\frac{Dv_i}{Dt} + fu_i = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P_i}{\partial y}$$

$$\frac{Dh_i}{Dt} + h_i \nabla u_i = 0$$
(4.3)

Ces équations étant les mêmes pour toutes les couches i, on fait le raisonnement suivant sans les indices. En prenant le rotationel des deux première équations et en définissant la vorticité comme

$$\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}, \qquad (4.4)$$

on obtient

$$\frac{D}{Dt}(\zeta+f) + (\zeta+f)\nabla \cdot \boldsymbol{u} = 0.$$
(4.5)

Par ailleurs, on peut écrire l'équation de continuité comme

$$\nabla \cdot \boldsymbol{u} = -\frac{1}{h} \frac{Dh}{Dt} \,. \tag{4.6}$$

En combinant les deux dernières équations, on obtient

$$\frac{D}{Dt}\left(\frac{\zeta+f}{h}\right) = 0\,,\tag{4.7}$$

qui correspond à l'équation de conservation de la vorticité potentielle (PV) pour le système shallow water. La conservation de la vorticité potentielle a permis de mettre en place de nombreux modèles conceptuels de la circulation océanique.

### 4.2.2 Application au cas de la thermocline

On considère un modèle à deux couches et demi pour lequel la couche 2 entre en contact avec la surface au delà d'une latitude critique  $y_c$  (cf. Fig. 4.2). La partie au nord de  $y_c$  correspond à la situation décrite précédemment (modèle à gravité réduite). La partie au sud de  $y_c$  est plus compliquée: la couche 1 est exposée au forçage de surface et est donc en mouvement. La couche 2 n'est pas au repos non plus puisqu'elle communique avec la surface.



Figure 4.2: Modèle avec deux couches actives et un outcropping. Cette illustration schématise la section de la figure 4.1.

Dans la couche 2, on utilise l'équation de la conservation de la vorticité potentielle en négligeant la vorticité relative  $\zeta$  par rapport à la vorticité planétaire f. Comme on étudie un état stationnaire, on a

$$\boldsymbol{u}_2 \cdot \nabla \frac{f}{h_2} = 0. \tag{4.8}$$

Par ailleurs la vitesse dans la couche 2 s'écrit

$$u_2 = -\frac{g_2'}{f}\frac{\partial h}{\partial y}$$
 et  $v_2 = \frac{g_2'}{f}\frac{\partial h}{\partial x}$ , (4.9)

avec  $h = h_1 + h_2$ , ce qui permet de réécrire l'équation (4.8) comme

$$\frac{g_2'}{f}J(h,\frac{f}{h_2}) = 0 \quad \text{avec} \quad J(a,b) = \frac{\partial a}{\partial x}\frac{\partial b}{\partial y} - \frac{\partial b}{\partial x}\frac{\partial a}{\partial y}.$$
(4.10)

Cette équation admet une infinité de solutions de la forme

$$q_2 = \frac{f}{h_2} = F(h), \qquad (4.11)$$

avec F une fonction quelconque. La seule contrainte est qu'à l'outcropping

$$q_2(y_c) = \frac{f(y_c)}{h} \,. \tag{4.12}$$

On a donc l'expression de la fonction F qui doit être la même partout (sur la ligne d'outcropping et lorsque la couche 2 n'est plus en contact avec l'atmosphère). On en déduit donc que dans la région où la couche 2 est isolée de la surface, on a

$$\frac{f}{h_2} = \frac{f(y_c)}{h_1 + h_2} \,. \tag{4.13}$$

Il nous faut une autre équation pour résoudre ce problème. On va utiliser l'équilibre de Sverdrup dans la région au sud de  $y_c$ 

$$\beta(h_1v_1 + h_2v_2) = fw_e \,. \tag{4.14}$$

L'expression des vitesse dans chaque couche est donné par l'équilibre géostrophique et l'équilibre hydrostatique

$$fv_1 = g'_2 \frac{\partial h}{\partial x} + g'_1 \frac{\partial h_1}{\partial x}, \qquad (4.15)$$

et cf. Eq. (4.9) pour la couche 2. On en déduit donc

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(g_2'h^2 + g_1'h_1^2\right) = \frac{2f^2}{\beta}w_e.$$
(4.16)

Toujours avec le même profil de vent, on obtient

$$h^{2} + \frac{g_{1}'}{g_{2}'}h_{1}^{2} = -h_{0}^{2}\frac{x}{L}\sin\frac{\pi y}{L} + g(y), \quad \text{avec} \quad h_{0}^{2} = \frac{2\tau_{0}f^{2}\pi}{\rho_{0}\beta g_{2}'f_{0}}, \tag{4.17}$$



Figure 4.3: Épaisseur du fluide h,  $h_1$  et  $h_2$  (sans unité). La ligne en pointillée rouge marque la position de l'outcropping de la couche 2.

La solution de ces équations est tracée sur la figure 4.3. On voit que la structure de l'épaisseur totale h est très similaire au solutions trouvées précédemment. Si on regarde plus en détail la structure de la couche 1 on voit que cette couche est absente au delà de la latitude y = 0.8 (seule la couche 2 est présente au delà). Pour la couche 2, il ne faut pas oublier qu'on a utilisé le fait que la vorticité potentielle est fixée à la ligne d'outcrop. Tracez sur la figure 4.3 les zones pour lesquelles la théorie décrite ici n'est plus valide. Nous regarderons au prochain cours comment la dynamique turbulente régit la dynamique de ces zones.

### 4.3 Exercices

- Retrouver l'expression de  $P_1$  et  $P_2$  en fonction de  $h_1$  et  $h_2$
- En déduire l'expression des vitesses donné par les équation (4.9) et (4.15).

## Bibliographie

Luyten, J., J. Pedlosky and H. Stommel (1983). "The ventilated thermocline". J. Phys. Oceanogr. 13.2, pp. 292– 309.