

EXAMEN DU COURS DE DYNAMIQUE DE LA TROPOSPHERE

Session 2005

B. Legras, A. Martin & J.-Y. Grandpeix

17 février 2005, Durée 2h30
sans documents

1

Au dessus d'une station située dans les tropiques, la température décroît de 7 K par km de 1000 à 200 hPa et le profil est isotherme au-dessus. A la surface, la température est de 30°C et l'humidité relative est suffisante pour assurer presque immédiatement la saturation si un mouvement vertical se produit. En approximant la décroissance de température de l'adiabatique saturée par 6,5 K par km, calculez la vitesse maximale atteinte au sein des tours convectives.

2

On considère un taux de décroissance de la température $\Gamma = 7 \text{ K km}^{-1}$ et un rapport de mélange de la vapeur d'eau $r = r_0 e^{-z/h}$ avec $h = 2 \text{ km}$. Caractérisez l'instabilité de la troposphère vis à vis d'un soulèvement de grande échelle (par exemple au passage d'une montagne ou d'un front) avec une humidité typique pour (a) les latitudes tempérées, $r_0 = 5 \text{ g kg}^{-1}$, (b) les tropiques, $r_0 = 25 \text{ g kg}^{-1}$. On utilisera $L = 2,5 \times 10^6 \text{ J kg}^{-1}$, $R = 287 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ et $C_p = 1005 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

3

La figure 1 présente une configuration de confluence pour un jet d'altitude supposé en équilibre géostrophique. Complétez le panneau de droite en indiquant le vecteur $\vec{Q}$ et la circulation agéostrophique induite. Où va se former le front de température (a) si on ne tient compte que de l'advection par la circulation géostrophique, (b) si on tient compte également de la circulation agéostrophique.

4

Comment sont distribués les nuages le long d'un front froid ? Quels types d'instabilité peuvent expliquer cette distribution (sur le front et en arrière du front) ?

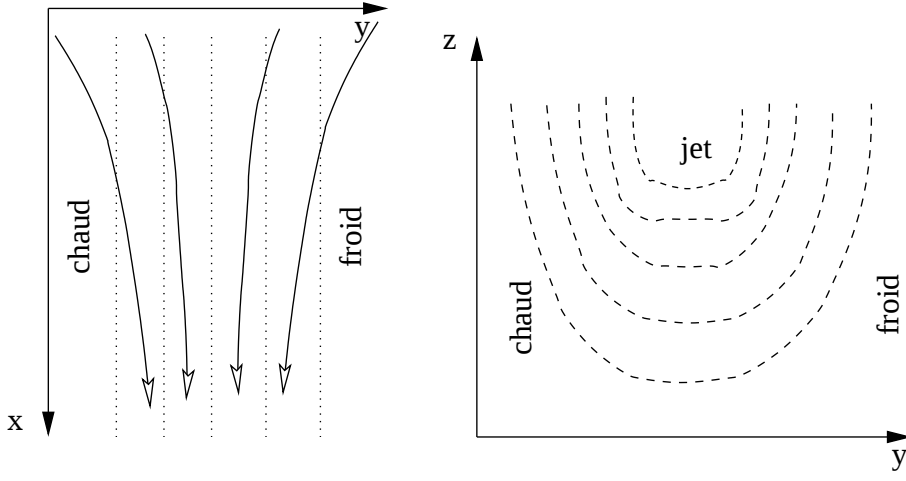


FIG. 1 – Le panneau de gauche représente en trait plein les lignes de courant du jet dans une section horizontale et en traits pointillés les isothermes. Le panneau de droite est une section verticale où les isocontours du jet sont représentées en tiretés. Le jet sort du panneau. Les isothermes sont supposées être des surfaces verticales.

5 Diagnostic quasi-géostrophique d'une perturbation idéalisée

On rappelle que les équations du mouvement horizontal et thermodynamique dans leur approximation QG peuvent s'écrire ainsi, sur le plan β :

$$\frac{D_g u_g}{Dt} - f_0 v_a - \beta y v_g = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D_g v_g}{Dt} + f_0 u_a + \beta y u_g = 0 \quad (2)$$

$$\frac{D_g T}{Dt} - \frac{\sigma p}{R} \omega = \frac{J}{c_p} \quad (3)$$

avec $\sigma \sim -RT_0 p^{-1} d \ln \theta_0 / dp$, et où la température s'écrit $T_{tot}(x, y, p, t) = T_0(p) + T(x, y, p, t)$ avec $T_0(p)$ la température de l'état de repos et T la perturbation. J représente de chauffage.

1. Ecrire l'équation hydrostatique en coordonnées pression, et en déduire les relations scalaires du vent thermique, que l'on résumera sous forme vectorielle.
2. Définir la vorticité relative QG ζ_g en fonction de $\mathbf{v}_g$. Etablir l'équation de la vorticité QG ci-dessous :

$$\frac{\partial \zeta_g}{\partial t} = -\mathbf{v}_g \cdot \nabla (\zeta_g + f) + f_0 \frac{\partial \omega}{\partial p} \quad (4)$$

Interpréter cette équation.

On s'intéresse à une perturbation superposée à un écoulement de base, l'ensemble étant modélisé de façon idéalisée par le géopotentiel suivant :

$$\Phi = \Phi_0(p) - f_0 c \{ y [\cos(\pi p / p_0) + 1] + k^{-1} \sin k(x - ct) \} \quad (5)$$

où p_0 est la pression au sol.

3. Calculer le vent géostrophique $\mathbf{v}_g = (u_g, v_g)$. Identifier et décrire les deux contributions à l'écoulement provenant de (5).
4. Un des moyens possibles pour calculer la vitesse verticale est d'intégrer l'équation de la vorticité (4). Appliquez cette méthode au cas idéalisé ci-dessus, et donner l'expression de

ω . On supposera que la vitesse verticale est nulle au sol, et on négligera l'effet β .

Qu'est-ce qui en pratique fait que cette méthode n'est pas très précise d'un point de vue numérique ?

5. Une autre méthode consiste à combiner l'équation de la vorticité (4) avec l'équation thermodynamique (3), pour obtenir l'équation *omega* (ci-dessous). Etablir cette équation, en utilisant notamment la relation hydrostatique :

$$\left(\nabla^2 + \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial^2}{\partial p^2} \right) \omega = \frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial}{\partial p} \left[\mathbf{v}_g \cdot \nabla \left(\frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) \right] + \frac{1}{\sigma} \nabla^2 \left[\mathbf{v}_g \cdot \nabla \left(-\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right) \right] - \frac{\kappa}{\sigma p} \nabla^2 J \quad (6)$$

Quel est l'intérêt de cet équation par rapport à celle de la vorticité pour la détermination de ω ?

6. On admet que le second membre peut se simplifier ainsi (dans le cas adiabatique $J = 0$) et qu'on obtient :

$$\left(\nabla^2 + \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial^2}{\partial p^2} \right) \omega \approx \frac{f_0}{\sigma} \left[\frac{\partial \mathbf{v}_g}{\partial p} \cdot \nabla \left(\frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) \right] \quad (7)$$

Donner une interprétation de ce second membre et montrez qu'il mélange effectivement les effets de vorticité et de température.

En déduire ω pour l'exemple (5) que l'on cherchera sous la forme $\omega = W_0 \cos kx \sin(\pi p/p_0)$. On l'appliquera au cas d'une onde de longueur d'onde "optimale", c'est-à-dire égale au rayon de déformation.

7. Sur Fig. 2, on a représenté le géopotential à 500 hPa (traits pleins) et les isothermes (tirets) correspondant à une onde barocline idéalisée de ce type. On a aussi indiqué le pattern de la vitesse verticale (traits-points et pointillés).

En se souvenant que le vent thermique est parallèle aux isothermes, et en indiquant (en le justifiant) le signe du second membre de l'équation oméga simplifiée (7), justifier la forme de ce pattern et indiquer là où il y a ascendance et là où il y a subsidence (on ne s'intéressera pas aux effets de bords en y mais juste à la variation selon x , c'est à dire entre $y = -500$ et $y = +500$). Pour cela on pourra faire un schéma ou dessiner sur la figure avec des couleurs.

6 Anomalies de vorticité potentielle et ondes de Rossby

On rappelle que si l'on applique les approximations météorologiques typiques (notamment les échelles synoptiques et l'hydrostaticit ), la VP de Ertel écrite en coordonnées isentropes (VPI) (x, y, θ) se réduit à :

$$P = -g \frac{f + \mathbf{k} \cdot \nabla_\theta \times \mathbf{v}}{\frac{\partial p}{\partial \theta}} = -g \frac{f + \zeta_\theta}{\frac{\partial p}{\partial \theta}} \quad \text{avec} \quad \zeta_\theta = \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)_\theta - \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_\theta \quad (8)$$

où $\mathbf{k}$ est le vecteur unitaire et ∇_θ le gradient tri-dimensionnel, en coordonnées isentropes ($\mathbf{k}$ est donc perpendiculaire aux isentropes). ζ_θ est la vorticité relative isentrope verticale.

1. Donnez les conditions pour que cette VP soit conservée.
2. Décrire les caractéristiques générales d'une anomalie localisée (de forme simple... connexe !) de VP selon son signe, et selon son niveau (tropopause ou sol).
3. Expliquer par un schéma simple le mécanisme de propagation d'un paquet d'onde de Rossby créé par une perturbation localisée dans un gradient de VP méridien dirigé vers le pôle nord. On raisonnera dans le référentiel lié à l'écoulement de base, dans le cas général où il y en a un.

Qu'est-ce qui peut créer ce gradient de VP ?

En déduire le sens de propagation du paquet d'onde/de la perturbation.

4. Montrer que dans une zone où le gradient de VP change de signe (devient Nord-Sud lorsqu'on descend vers le sud), deux modes de Rossby se propageant respectivement dans chacune des zones de gradient de PV bien déterminé peuvent interagir de façon constructive et créer une instabilité. On se bornera au cas de modes de grandes longueurs d'ondes. Comment et où peut-on avoir une telle inversion du gradient ?

7

Le but de l'exercice est de retrouver la vitesse maximale dans un cyclone tropical en le considérant comme une machine thermodynamique. Une machine de Carnot comprend deux transformations isothermes avec une source chaude à la température T_c et une source froide à la température T_f , alternant avec deux transformations adiabatiques. Les échanges de chaleur sur les deux branches isothermes sont respectivement Q_c et Q_f . En écrivant le premier et le second principe pour ce cycle thermodynamique, montrez que le travail récupérable est au maximum

$$W = \frac{T_c - T_f}{T_c} Q_c.$$

Quelle est la source chaude dans un cyclone ? Quelle est la transformation adiabatique qui suit la branche isotherme chaude ?

On supposera que l'isotherme froide se situe à la température de la tropopause et qu'elle est suivie d'une compression adiabatique pour retourner au début de l'isotherme chaude. Dans la réalité la circulation du cyclone ne se referme pas ainsi mais on peut le concevoir par la pensée pour former une machine de Carnot fermée. Faites un schéma du cycle de Carnot du cyclone.

Le flux de chaleur à travers la couche limite atmosphérique est donné par l'expression

$$H = C_p C_s \rho |v| (\ln \theta_{es}(0) - \ln \theta_{es}(h)),$$

où h est l'épaisseur de la couche limite, v est la vitesse azimuthale au sommet de la couche limite (base des nuages), $\theta_{es}(0)$ est la température potentielle équivalente saturée à la surface et $\theta_{es}(h)$ est la température potentielle équivalente saturée au sommet de la couche limite. Justifiez cette expression.

Le travail mécanique peut être estimé comme la dissipation par friction dans la couche limite. Justifiez cette assertion et justifiez la forme de la puissance dissipée

$$P = \rho C_D |v|^3.$$

En admettant que le flux de chaleur et la friction sont essentiellement concentrés là où la vitesse est maximale, estimez cette dernière en utilisant la relation de Carnot. On notera T_0 la température à la tropopause et T_s la température de surface.

On tient compte maintenant du fait que l'énergie dissipée par friction se transforme en chaleur et on en tient compte dans le bilan thermique. Comment est transformée l'expression de la vitesse maximale et quel est l'ordre de grandeur de la correction (en utilisant les ordres de grandeur que vous connaissez pour T_0 et T_s) ?

8

Le principe des questions qui suivent est de déterminer approximativement des grandeurs liées à des cas de convection profonde.

On considère deux cas de convection profonde au dessus de la mer, qui diffèrent par l'humidité relative de la troposphère libre. Dans les deux cas, l'humidité spécifique moyenne dans la couche limite sous les nuages est 10 g/kg. L'altitude de la base des nuages est 600m.

L'humidité relative dans la troposphère libre est de l'ordre de 80% dans le premier cas, qui sera dénommé "cas humide". Elle est de l'ordre de 50% dans le second, dénommé "cas sec".

Les simulations avec le schéma d'Emanuel donnent un flux de masse à la base des nuages de $35 \text{ g}/(\text{m}^2 \text{ s})$, dans les deux cas. On ne considère que les processus d'entraînement entre 2000 et 4000 m (en admettant que l'entraînement est nul en dessous de 2000 m et qu'il n'apporte pas d'eau à la colonne convective au dessus de 4000 m). On admettra que le mélange se fait dans la proportion de 2/3 d'air entraîné. Les profils d'entraînement diffèrent entre les deux cas :

- Cas humide : les processus d'entraînement engendrent exclusivement des flux ascendants ; le déentraînement a lieu à des altitudes très supérieures à 4000 m.
- Cas sec : les processus d'entraînement engendrent exclusivement des flux descendants.

1. Commenter et expliquer cette différence dans les processus d'entraînement.
2. On considère maintenant que les flux entraînés dans cette zone sont de $15 \text{ g}/(\text{m}^2 \text{ s})$ dans le cas humide et de $10 \text{ g}/(\text{m}^2 \text{ s})$ dans le cas sec et que dans les deux cas l'humidité spécifique moyenne de l'air entraîné est 3 g/kg . On admet aussi que toute l'eau présente dans le flux ascendant au delà de 4000 m est précipité et on considère qu'aucune précipitation ne se forme en dessous de 4000 m. Calculer les taux de précipitations (en cm/j) dans les deux cas, en supposant que toute l'eau précipitée arrive au sol (Attention : les flux descendants n'engendrent aucune précipitation).
3. Les simulations donnent des taux de précipitations de $2,7 \text{ cm/j}$ dans le cas humide et $1,5 \text{ cm/j}$ dans le cas sec.
 - Expliquer les différences avec les estimations obtenues dans la question précédente.
 - En supposant l'évaporation des pluies localisées en-dessous du niveau de condensation, évaluer le refroidissement moyen de la couche sous-nuageuse. On donne $L_v = 2,5 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$ et $C_p = 1005 \text{ J/(K kg)}$.
4. Déterminer la source apparente de chaleur totale due à la convection au-dessus du niveau de condensation. En supposant ce chauffage réparti uniformément entre 700 hPa et 300 hPa (c'est à dire dT/dt uniforme), évaluer le taux auquel la CAPE est consommée par la convection (en K/j) en supposant que le profil adiabatique saturé est fixé.