Licence-Master Sciences de la planète Terre

LICENCE (L3)

Physique et dynamique de l'atmosphère

TD 1 - Structure verticale et thermodynamique de la troposphère - Stabilité hydrostatique - Convection

RIWAL PLOUGONVEN Ecole Normale Supérieure - Laboratoire de Météorologie Dynamique bureau LMD12 - 01 44 32 27 31 - plougon@lmd.ens.fr

Jeudi 19 octobre 2006

Ce TD est adapté du TD préparé par Vincent DANIEL, ancien caïman à l'ENS.

1 Etude d'un radiosondage

1.1 Tracé d'un radiosondage

1.1.1 Le radiosondage

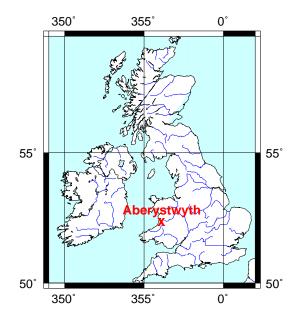
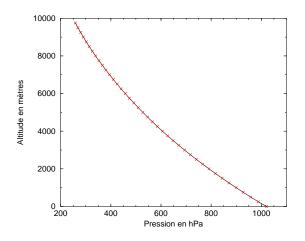


Fig. 1 – Localisation de la station de mesures d'Aberystwyth

temps (secondes)	altitude (mètres)	pression (hPa)	température (°C)	humidité (g/kg)
0	0	1019.92	6.12	4.58
82	250	987.60	3.06	3.78
153	500	957.46	0.58	3.70
256	750	927.98	-1.34	3.41
392	1000	899.17	-3.34	2.77
510	1250	871.07	-5.07	2.51
637	1500	843.78	-6.66	2.37
718	1750	817.14	-8.56	2.25
819	2000	791.14	-10.25	2.04
932	2250	765.82	-12.31	1.77
1052	2500	741.00	-13.60	1.61
1261	2750	716.98	-16.32	0.60
1378	3000	693.49	-17.41	0.53
1489	3250	670.60	-18.70	0.37
1612	3500	648.38	-20.40	0.20
1742	3750	626.82	-21.84	0.18
1900	4000	605.72	-23.39	0.18
2083	4250	585.36	-25.21	0.12
2240	4500	565.54	-25.60	0.03
2369	4750	546.35	-27.38	0.04
2500	5000	527.53	-29.71	0.07

Tab. 1 – Données expérimentales interpolées tous les 250m.



10000 8000 6000 4000 2000 0 1 2 3 4 9

Fig. 2 – Profil vertical de pression

Fig. 3 – Profil vertical d'humidité

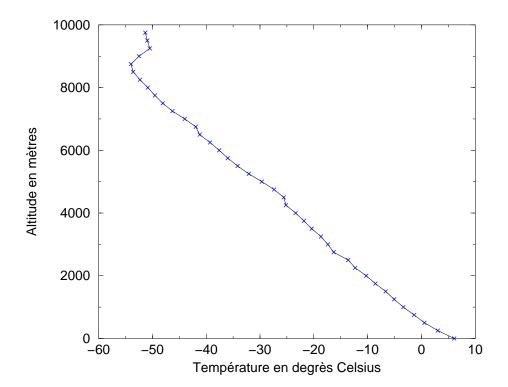


Fig. 4 – Profil vertical de température

1.1.2 Problématique et objectifs du TD

Essayer d'expliquer simplement :

- La décroissance de la pression en fonction de l'altitude.
- La décroissance de la température avec l'altitude.
- La décroissance du contenu en vapeur d'eau avec la température.

1.2 Etude de la pression

1.2.1 Décroissance de la pression avec l'altitude

Si l'on adopte l'approximation hydrostatique, la pression en un point d'un fluide est la mesure du poids de la colonne de fluide située au dessus. Une différence de pression entre 2 points situés à la verticale l'un de l'autre (ou n'importe si le fluide est au repos) est donnée par la loi de l'hydrostatique :

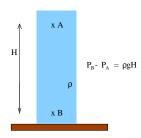


Fig. 5 – Loi de l'hydrostatique

- Q1. Expliquez qualitativement pourquoi la pression diminue avec l'altitude dans l'atmosphère.
- Q2. Exprimez la loi des gaz parfaits pour l'air atmosphérique.

On rappelle que l'air atmosphérique est un mélange de 20% de dioxygène et de 80% de diazote. D'autre part la constante des gaz parfaits vaut : $R = 8.314 J.K^{-1} mol^{-1}$.

On donne la masse molaire de l'oxygène et de l'azote : $M_O = 16g/mol$ et $M_N = 14g/mol$.

Q3. On rappelle la loi de l'hydrostatique sous sa forme différentielle :

$$\mathrm{d}p = -\rho g \mathrm{d}z \tag{1}$$

En écrivant que la température est une fonction de l'altitude z, écrivez la relation 1 sous la forme suivante :

$$\frac{\mathrm{d}p}{p} = F(z)\mathrm{d}z\tag{2}$$

où F(z) est une fonction de z que l'on déterminera.

- Q4. A l'aide de la figure 4, trouvez les coefficients α et T_0 tels que : $T(z) = \alpha z + T_0$.
- Q5. Intégrez l'équation différentielle 2 et exprimez la pression en fonction de z.
- Q6. Rappelez la variation verticale de la pression pour une atmosphère isotherme. Montrez que pour de petits déplacements verticaux on retrouve les mêmes variations de la pression en suivant la loi obtenue à la question précédente ou en utilisant la loi pour une atmosphère isotherme.
- Q7. A l'aide de la question précédente, remplissez le tableau 2 et comparez les pressions calculées avec les pressions mesurées.

altitude (mètres)	Pression calculée (Pa)	Pression mesurée (Pa)
0	101992	101992
500		95746
1000		89917
1500		84378
2000		79114

Tab. 2 – Compraraison pression calculée et mesurée.

- Q8. En gardant la même valeur pour α , calculez la pression partielle de dioxygène au sommet du Mont-Blanc quand la température à Chamonix (z=1000m) est de $10^{\circ}C$ et la pression atmosphérique de 900hPa.
- Q9. Expliquez le fonctionnement d'un altimètre.

1.2.2 Mesure de la pression

La figure 6 illustre le principe de fonctionnement d'un baromètre à Mercure.

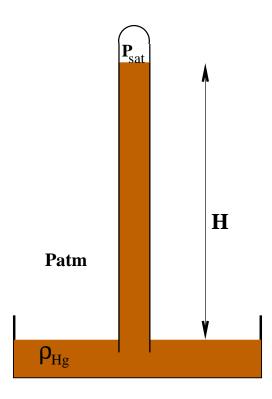


Fig. 6 – Principe de fonctionnement d'un baromètre à Mercure.

- Q10. Expliquez comment la valeur de H peut être reliée à la valeur de la pression atmosphérique.
- Q11. Quelles sont les raisons pour lesquelles on utilise du mercure dans un baromètre?

1.3 Etude de la température

On considère une particule de fluide sphérique de rayon r, de température T_p dans un environnement plus froid à la température T_{ext} telle que :

$$T_p \geq T_{ext}$$

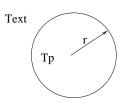


Fig. 7 – Parcelle chaude dans un environnement froid

1.3.1 Etude qualitative

- Q12. Faites un inventaire des forces qui s'exercent sur la particule et montrez que la particule est entrainée vers le haut.
- Q13. La particule s'élève assez rapidement pour quelle n'ait pas le temps d'échanger de la chaleur avec le milieu extérieur.
 - Qualifiez physiquement la transformation que subit le système lorsqu'il s'élève.
- Q14. Qualitativement, montrez que le gaz qui s'élève doit se refroidir. Exemples de la vie courante?

1.3.2 Calcul du gradient adiabatique sec

- Q15. A l'aide de la première loi de la thermodynamique, exprimez la quantité de chaleur δq échangée par une parcelle de gaz avec le milieu ambiant. On donnera une expression de δq en fonction de dT et dp.
- Q16. Dans le cas particulier de la transfomation étudiée, exprimez le taux de decroisannce avec l'altitude de la température de la parcelle :

$$\Gamma_{\text{sec}} = -\left(\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z}\right)_{\text{parcelle sèche}}$$
(3)

Q17. Faites l'application numérique en prenant : $g = 9.81 m/s^2$ et $C_p = 1005 J/kg/K$. Comparez la valeur de $\Gamma_{\rm sec}$ avec la valeur de $-\alpha$.

1.3.3 Définition et calcul de la température potentielle

- Q18. Pour un gaz parfait, exprimez la variation d'entropie ds en fonction de dT et dp.
- Q19. Que devient cette égalité dans le cas d'une transformation adiabatique réversible? Integrez l'égalité précédente depuis l'état $E_0(T_0, p_0)$ et l'état $E_1(T, p)$.

6

Q20. Déduisez-en que la quantité :

$$\Theta = T \left(\frac{p_0}{p}\right)^{R_a/c_p} \tag{4}$$

est invariante lors d'une transformation adiabatique révérsible.

- Q21. Montrez que Θ est homogène à une température et donnez une interprétation physique de cette température dite température potentielle.
- Q22. Sur l'emagramme présenté en annexe (20), suivant quelles courbes vont s'élever les parcelles d'air sec?

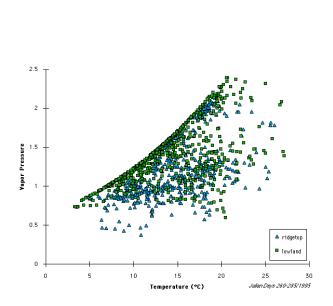
1.4 Etude de l'air humide

1.4.1 Etude du contenu en vapeur d'eau

On mesure le contenu en vapeur d'eau d'une parcelle d'air atmosphérique en donnant son rapport de mélange, c'est à dire la masse de vapeur d'eau contenue dans une parcelle d'un kg d'air sec. Ce rapport est souvent exprimé en g/kg:

$$r = \frac{\text{Masse de vapeur d'eau}}{\text{Masse d'air sec}} \tag{5}$$

- Q23. Dessinez le diagramme de phase (température en abscisse, pression en ordonnée) d'un corps pur et montrez que la pression de vapeur saturante est une fonction croissante de la température.
- Q24. Interprétez le graphique de la figure 8.



LCL (w)

FIG. 8 – Pression de vapeur en fonction de la température. Observations dans 2 stations au sol.

Fig. 9 — Evolution du contenu en vapeur d'eau r pour une parcelle s'élevant depuis le sol.

- Q25. A l'aide de la figure 9, décrivez l'évolution du contenu en vapeur d'eau d'une parcelle s'élevant depuis le sol avec un rapport de mélange r_0 .
- Q26. Expliquez la décroissance observée de l'humidité avec l'altitude dans les données du radiosondage.

Q27. Sur l'emagramme présenté en annexe (20), comment peut on savoir si une parcelle est saturée ou non?

On remarquera que sur l'emagramme, la notation $r_{\rm w}$ est équivalente à notre notation $r_{\rm sat}$.

Quand l'air atmosphérique ne contient pas d'eau dans sa phase liquide, il se comporte avec un bon niveau d'approximation comme de l'air sec. On dit que l'air est humide et non saturé. Par abus, on parle aussi d'air sec.

Quand l'air atmosphérique contient de l'eau dans sa phase liquide, ses propriètés changent. On dit que l'air humide est à saturation.

1.4.2 Calcul du gradient adiabatique saturé (ou pseudo adiabatique)

- Q28. Pouvez-vous expliquer simplement pourquoi une parcelle d'air à saturation qui s'élève se refroidit moins vite qu'une parcelle d'air sec.
- Q29. Exprimez la quantité de chaleur δq gagneé par la particule lors d'une transformation comportant la condensation d'une quantité dr de vapeur d'eau, une variation de la température dT et une variation de la pression dp.
- Q30. La quantité de vapeur d'eau dans une atmosphère à saturation est donnée par la formule :

$$r_{\rm sat} = r_{\rm sat}(T, p) = \frac{C^{ste}}{p} \cdot e^{-\frac{L}{R_a T}}$$
(6)

L: chaleur latente de vaporisation de l'eau $(L=2.5\,10^6\,J/kg)$

Montrez que le taux de décroissance de la température avec l'altitude d'une parcelle d'air à saturation est donné par la formule :

$$\Gamma_{\text{sat}} = -\left(\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z}\right)_{\text{sat}} = \Gamma_{\text{sec}} \frac{1 + \frac{Lr_{\text{sat}}}{R_a T}}{1 + \frac{L^2 r_{\text{sat}}}{c_p R_a T^2}} \tag{7}$$

Q31. Faites l'application numérique avec les données caractéristiques de la troposphère moyenne : $\theta = -10^{\circ}C$, p = 600hPa et $r_{\text{sat}} = 3g/kg$. Comparez le résultat avec la valeur de $-\alpha$.

1.4.3 Définition et calcul de la température potentielle équivalente

- Q32. Pour de l'air à saturation, exprimez la variation d'entropie ds en fonction de dT, dp et dr_{sat} .
- Q33. Que devient cette égalité dans le cas d'une transformation adiabatique réversible? Montrez que si l'on approxime $\mathrm{d} r_{\mathrm{sat}}/T$ par $\mathrm{d} (r_{\mathrm{sat}}/T)$, l'égalité précédente peut s'ecrire sous la forme :

$$d\ln\Theta = -d\left(\frac{Lr_{\text{sat}}}{c_p T}\right) \tag{8}$$

Q34. Déduisez-en que la quantité:

$$\Theta_e = \Theta \exp\left(\frac{Lr_{\text{sat}}}{c_p T}\right) \tag{9}$$

est invariante lors d'une transformation pseudo-adiabatique révérsible.

- Q35. Montrez que Θ_e est homogène à une température et donnez une interprétation physique de cette température dite température potentielle équivalente.
- Q36. Sur l'emagramme présenté en annexe (20), suivant quelles courbes vont s'élever les parcelles d'air saturé?

2 Travail sur un emagramme (Fig. 20)

2.1 Le brouillard à l'aube

Un observateur se trouve au fond d'une vallée en soirée.

La température de la masse d'air est $10^{\circ}C$, sa pression 1000hPa et son contenu en vapeur d'eau r = 4g/kg.

- Q37. L'air doit-il être considéré comme sec ou saturé?
- Q38. En l'absence de vent, comment va se déplacer le point d'état durant la nuit?
- Q39. Quelle est la température maximale au lever du jour qui permet d'observer l'apparition de brouillard?

2.2 Le cumulonimbus

Un observateur se trouve en un point de la surface terrestre au niveau de l'Equateur en début d'après-midi.

La température de la masse d'air est $20^{\circ}C$, sa pression 900hPa et son contenu en vapeur d'eau r=10g/kg.

- Q40. L'air doit-il être considéré comme sec ou saturé?
- Q41. En supposant que la convection est très forte, dessinez sur l'emagramme la trajectoire suivie par une parcelle s'élevant depuis le sol.
- Q42. A quelle altitude se forme la base du nuage? Selon vous quelles sont les conditions pour qu'il pleuve?

2.3 L'effet de foehn

L'effet de foehn caractérise la situation météorologique décrite sur la figure 10. Un flux humide arrive sur le versant d'une montagne. On observe alors des précipitations intenses sur le versant "au vent" et un temps sec et chaud sur le versant "sous le vent".

A Courmayer, souffle un vent d'Est humide. La température de la masse d'air est $13^{\circ}C$, sa pression 880hPa et son contenu en vapeur d'eau r = 8g/kg.

Le vent d'Est impose à l'air de franchir le Mont-Blanc où la pression est de 550hPa.

Q43. Dessinez sur l'emagramme la trajectoire d'une parcelle partant de Courmayer.

- Q44. Dessinez sur l'emagramme sa trajectoire lorsqu'elle descend sur Chamonix si l'on considère que toute l'eau liquide de la parcelle a précipité avant son passage au sommet.
- Q45. A Chamonix, la pression est de 900hPa. Calulez la température et l'humidité. Concluez.

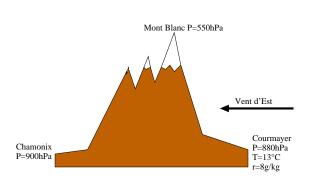


Fig. 10 – Schématisation de l'effet de foehn sur la massif du Mont-Blanc.

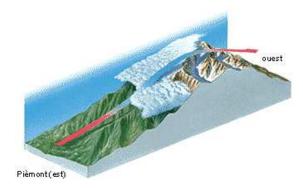


Fig. 11 – Effet de foehn : trajectoire de l'air et précipitations.

3 Stabilité statique de l'atmosphère

Dans cette partie, on s'intéresse à la stabilité statique de parcelles atmosphériques.

- Une parcelle est dite *absolument stable* si quand on la perturbe légérement (ie. quand on la déplace infinitésimalement), elle revient à son état initial.
- Au contraire, une parcelle est dite absolument instable si quand on la perturbe légérement elle s'écarte irreversiblement de son état de départ. Les parcelles d'air se déplacent alors verticalement suivant les lois adiabatiques sèches ou saturées.
- Un profil vertical dont toutes les parcelles sont absolument stables est dit absolument stable

3.1 Stabilité statique de l'air sec (ou non saturé)

On considère une parcelle à l'équilibre avec son environnement à l'altitude z. Sa température est $T_p(z)$, sa pression $p_p(z)$ et son volume massique $\alpha_p(z)$.

L'air environnant a un profil de température $\bar{T}(z)$, de pression $\bar{p}(z)$ et de volume massique $\bar{\alpha}(z)$.

A l'instant intial, on déplace isentropiquement la parcelle jusqu'à l'altitude z + dz. Conformément à la figure 12, les variables de la parcelle sont de la forme : $X_p(z + dz)$ et celles de son environnement $\bar{X}(z + dz)$.

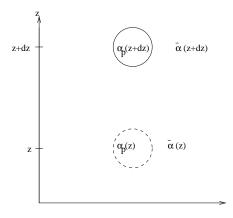


Fig. 12 – Déplacement d'une parcelle depuis l'altitude z jusqu'à l'altitude z+dz.

Q46. Faites un bilan des forces exercées sur la parcelle de masse δm en $z + \mathrm{d}z$ et appliquez le principe fondamental de la dynamique.

Q47. En différentiant logarithmiquement l'équation d'état des gaz parfaits, montrez la relation suivante :

$$\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t} = g \left[\frac{\delta T_p - \delta \bar{T}}{\bar{T}} \right] \qquad w : \text{vitesse verticale de la parcelle}$$
 (10)

Q48. A l'aide des calculs effectués au paragraphe 1.3.2 , établissez l'équation différentielle suivante :

$$\frac{\mathrm{d}^2 \delta z}{\mathrm{d}t^2} + N^2 \delta z = 0 \qquad \text{avec} : N^2 = \frac{g}{\bar{T}} \left[\frac{g}{c_p} + \frac{\mathrm{d}\bar{T}}{\mathrm{d}z} \right] = \frac{g}{\bar{\Theta}} \frac{\mathrm{d}\bar{\Theta}}{\mathrm{d}z}$$
 (11)

Q49. En étudiant le signe de N^2 (appelée fréquence de Brunt-Väissäillä), montrez que le profil est stable si :

$$\frac{\mathrm{d}\bar{T}}{\mathrm{d}z} \ge -\Gamma_{\mathrm{sec}}, \ \left(\Gamma_{\mathrm{sec}} = \frac{g}{c_p}\right) \qquad \text{ou}: \ \frac{\mathrm{d}\bar{\Theta}}{\mathrm{d}z} \ge 0$$
 (12)

Q50. Sur le graphe 13, dessinez la droite de séparation entre les profils stables et instables au point A pour de l'air sec.

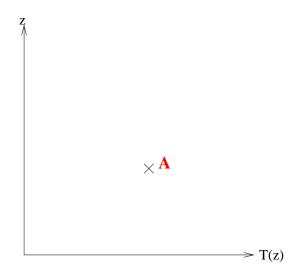


Fig. 13 – Température en fonction de l'altitude.

3.2 Stabilité statique de l'air saturé

Q51. Montrez que si l'on considère de l'air saturé, l'équation différentielle 11 s'ecrit :

$$\frac{\mathrm{d}^2 \delta z}{\mathrm{d}t^2} + N_e^2 \delta z = 0 \qquad \text{avec} : N_e^2 = \frac{g}{\bar{T}} \left[\Gamma_{sat} + \frac{\mathrm{d}\bar{T}}{\mathrm{d}z} \right] = \frac{g}{\bar{\Theta}_e} \frac{\mathrm{d}\bar{\Theta}_e}{\mathrm{d}z}$$
(13)

Q52. En étudiant le signe de N_e^2 , montrez que le profil est stable si :

$$\frac{\mathrm{d}\bar{T}}{\mathrm{d}z} \ge -\Gamma_{\mathrm{sat}} \qquad \mathrm{ou}: \frac{\mathrm{d}\bar{\Theta}_e}{\mathrm{d}z} \ge 0$$
 (14)

- Q53. Sur le graphique 13, dessinez la droite de séparation entre les profils stables et instables au point A pour de l'air saturé.
- Q54. L'atmosphère humide est-elle plus ou moins stable que l'atmosphère sèche?

3.3 Influence des mouvements verticaux grande échelle sur la stabilité d'une couche atmosphérique

Une couche d'air est soumise à des mouvements atmosphériques de grande échelle dans différentes situations courantes telles que :

- le passage d'un relief
- le passage d'un front
- une situation cyclonique (ascendance) ou anticyclonique (subsidence).

Dans cette partie, nous étudions l'effet d'un tel mouvement vertical sur la stabilité d'une couche atmosphérique.

3.3.1 Effet de la compression (décompression) adiabatique

On considère la couche atmosphérique décrite sur les figures 14 et 15. Elle est soumise soit à une ascendance soit à une subsidence.

On suppose la couche sèche et les transformations isentropiques.

- Q55. Dans chacun des 2 cas, représentez la couche atmosphérique à un instant ultérieur.
- Q56. Dites dans quel cas la stabilité statique augmente et dans quel cas elle diminue.
- Q57. Montrez que lors d'une situation anticyclonique, un tel phénomène peut aboutir à une inversion thermique.

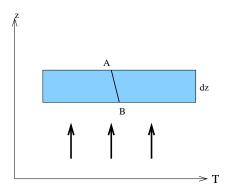


Fig. 14 – Ascendance

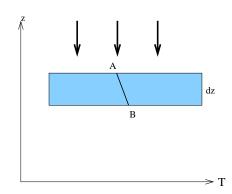


Fig. 15 – Subsidence

3.3.2 Effet de la stratification verticale de l'humidité

Cette fois nous negligeons l'effet de la compression (décompression) adiabatique pour n'étudier que l'effet de la stratification verticale dans une couche atmosphérique.

On considère la couche atmosphérique représentée sur la figuer 16 avec r(A) > r(B). Les parcelles en A et B sont sèches. La couche est entrainée dans un mouvement ascendant.

- Q58. Représentez la couche à 2 instants clés ultérieurs.
- Q59. Montrez que la couche peut être déstabilisée, et selon quelle condition.

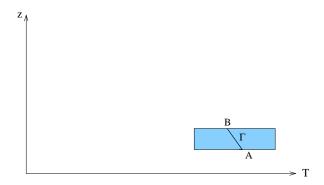


Fig. 16 – Couche stratifiée verticalement pour l'humidité

3.4 Influence de la chaleur sensible et du rayonnement solaire

- Q60. Rappelez les différents modes de transport de la chaleur.
- Q61. Le phénomène d'inversion nocturne est illustré par la figure 17. Expliquez la formation et la disparition de cette couche d'inversion.

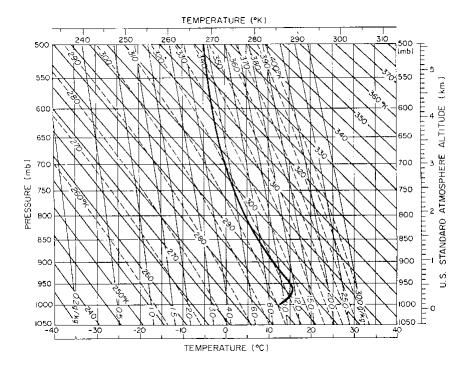


Fig. 17 – Inversion nocturne du profil de température

Q62. On modèlise le profil thermique d'une inversion matinale par les expressions suivante :

Si le soleil réchauffe le sol de 3K/h, estimez le temps au bout duquel l'inversion a disparu.

Q63. Pouvez vous expliquer le maximum de température présent au sommet de la stratosphère visible sur la figure 18.

Que pouvez-vous en déduire quant à la stabilité de la stratosphère?

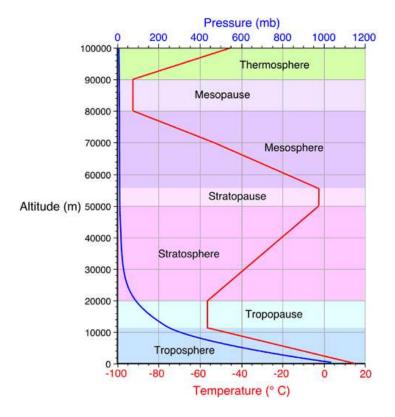


Fig. 18 – Profil moyen de température dans l'atmosphère

3.5 Convective Available Potential Energy (CAPE)

La figure 19-a decrit en pointillé le parcours d'une parcelle issue du point de pression p_0 et de température $T_O=30^{\circ}C$.

- Q64. Décrivez les différentes étapes du parcours de la trajectoire. Cette parcelle est-elle absolument ou conditionnellement instable?
- Q65. Montrez que la force ascensionnelle à laquelle est soumise une particule de masse unité est donnée par la relation :

$$\vec{F}_b = -\left(\frac{\bar{\alpha} - \alpha_p}{\bar{\alpha}}\right) g \, \vec{u}_z$$
 où α est le volume massique, (16)

et que l'on peut définir l'énergie potentielle de la parcelle par la formule :

$$E_p = \int_{p_0}^p \left(\frac{\bar{\alpha} - \alpha_p}{\bar{\alpha}}\right) g \, \mathrm{d}z_p \tag{17}$$

Q66. Montrez que l'énergie potentielle E_p peut s'ecrire sous la forme :

$$E_p = -R_a A(p) \tag{18}$$

où A(p) est l'aire comprise entre la courbe en pointillés (T_p) et la courbe continue (\bar{T}) depuis le niveau $p = p_0$ jusqu'au niveau p.

Q67. Interprétez alors la courbe 19-b donnant ${\cal E}_p$ en fonction de p.

La région achurée en sombre sur la figure 19-a est la Convective Available Potential Energy. Elle est transfomée en énergie cinétique lors de l'élévation de la particule.

La région achurée en clair sur la figure 19-a est la *Convective INhibition*. Il s'agit de la barrière énergétique qu'il faut vaincre pour déclacher la convection.

- Q68. Donnez des exemples de phénomènes physiques apportant l'énergie nécessaire pour vaincre la CIN.
- Q69. En supposant que la vitesse de la particule est nulle au point p_{LFC} , calculez la vitesse verticale de la particule en p_c à l'aide du théorème de l'énergie cinétique. Que se passe-t-il aux points p_c et p_p ?

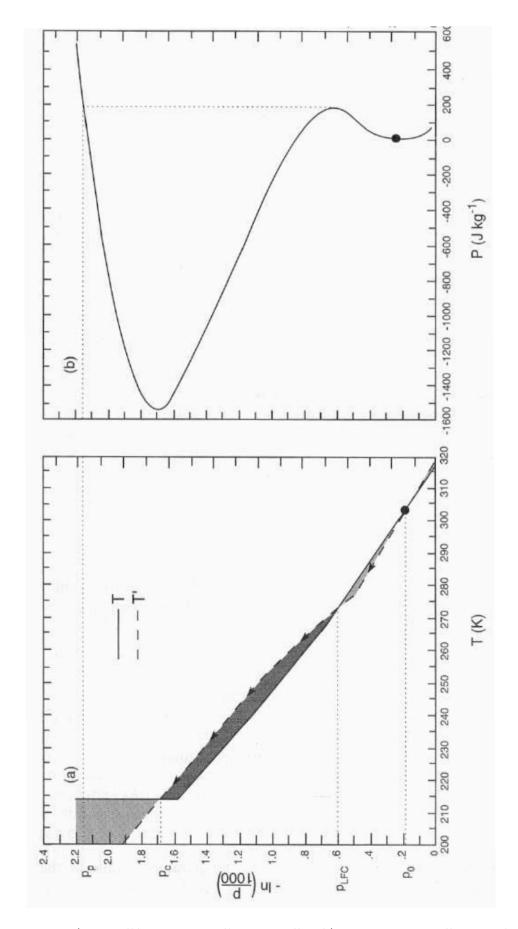
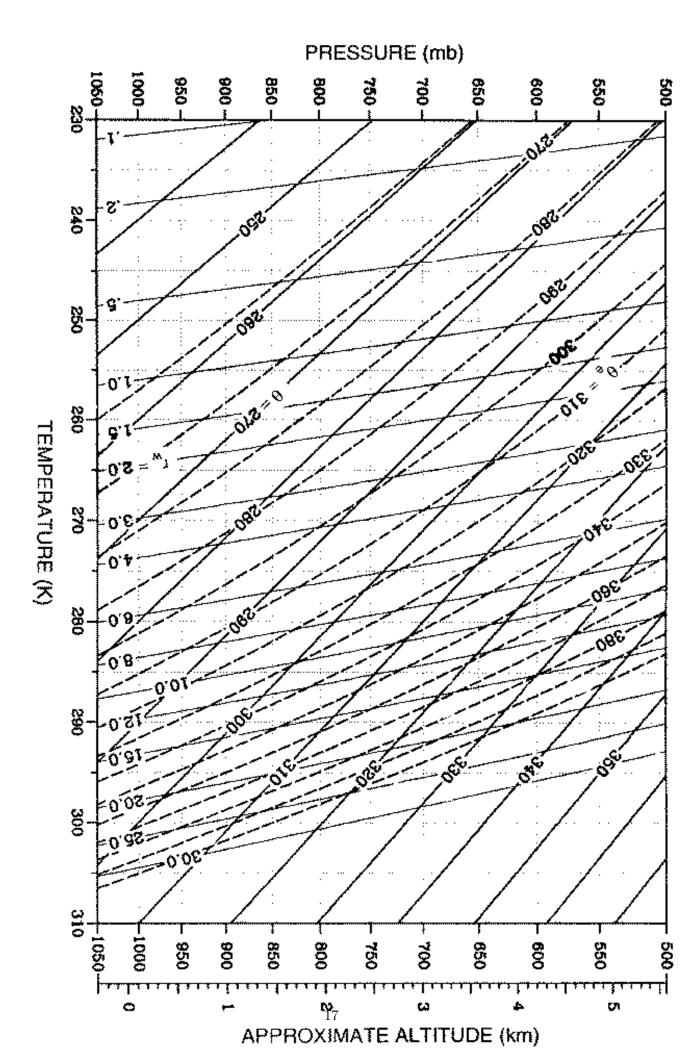


Fig. 19 – a) Pointillés : parcours d'une parcelle - b) Energie potentielle associée



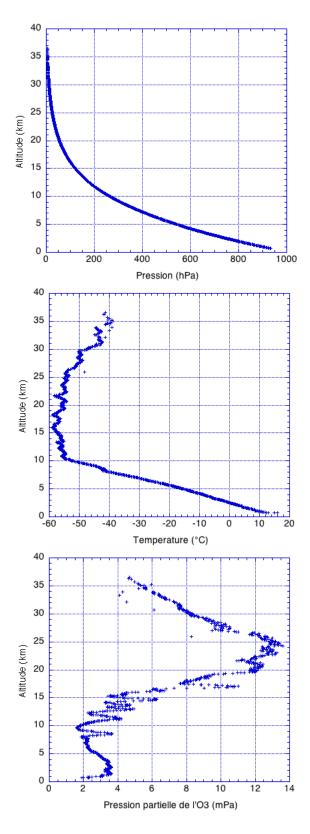


Fig. 21 – Données du radiosondage de l'observatoire de Provence. Profiles de pression, de température et de pression partielle d' O_3 en fonction de l'altitude.