

Licence-Master Sciences de la planète Terre

LICENCE (L3)

Physique de l'atmosphère

**TD 2 - Equilibre radiatif de l'atmosphère**

RIWAL PLOUGONVEN

Ecole Normale Supérieure - Laboratoire de Météorologie Dynamique  
bureau LMD5 - 01 44 32 27 31 - plougou@lmd.ens.fr

Jeudi 17 novembre 2005

*Ce TD a été rédigé, pour l'essentiel, par Vincent DANIEL, ancien caïman à l'ENS.*

# 1 Quelques rappels sur le rayonnement thermique

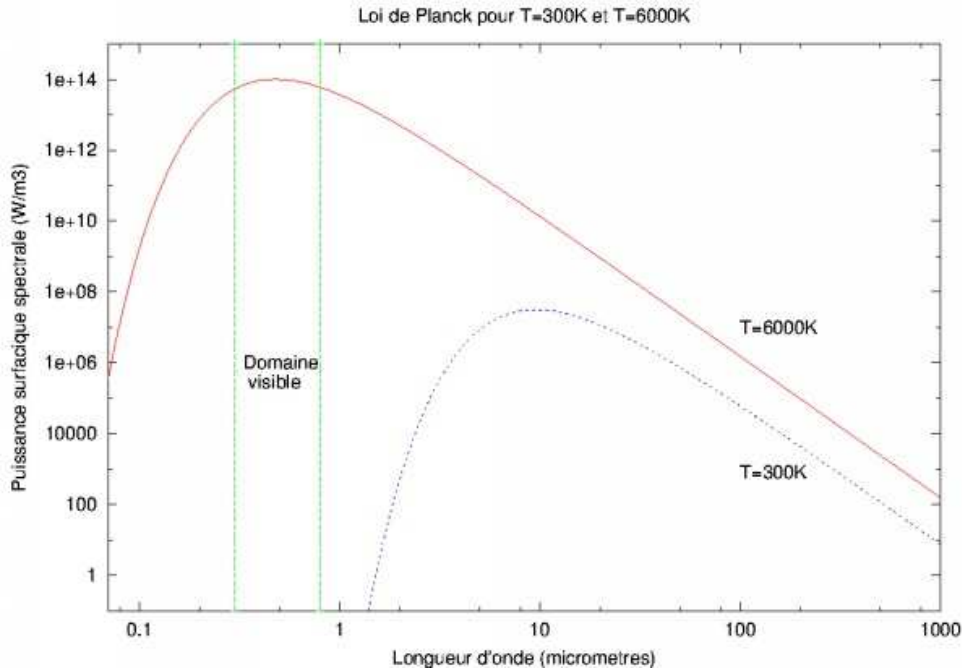


FIG. 1 – Courbes de Planck pour  $T = 288\text{K}$  et  $T = 5770\text{K}$

- Q1. Rappelez les lois de Stefan-Boltzmann et du déplacement de Wien.
- Q2. Calculez les longueurs d'onde maximum d'émission du soleil et de la Terre.
- Q3. Calculez la puissance émise par mètre carré de la surface solaire. Comparez avec la surface terrestre. On donne la constante de Stefan :  $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$
- Q4. La constante solaire, souvent notée  $E_0$ , est par définition la puissance reçue du soleil par une surface unité, normale aux rayons solaires et située au sommet de l'atmosphère (voir figures 2).  
Montrez que la constante solaire est donnée par la formule :

$$E_0 = \sigma \left[ \frac{R_s}{D} \right]^2 T_s^4 \quad (1)$$

Application numérique pour  $R_s = 0,7 \cdot 10^6 \text{km}$  et  $D_t = 146 \cdot 10^6 \text{km}$ .

- Q5. Montrez que la moyenne spatiale et temporelle de la puissance reçue, par unité de surface, par la Terre au sommet de son atmosphère vaut :  $E_1 = \frac{E_0}{4}$ . Application numérique, que constate-t-on ?  
Cette grandeur peut être vue localement dans un modèle plan comme le flux radiatif apporté par des rayons normaux à la surface considérée.

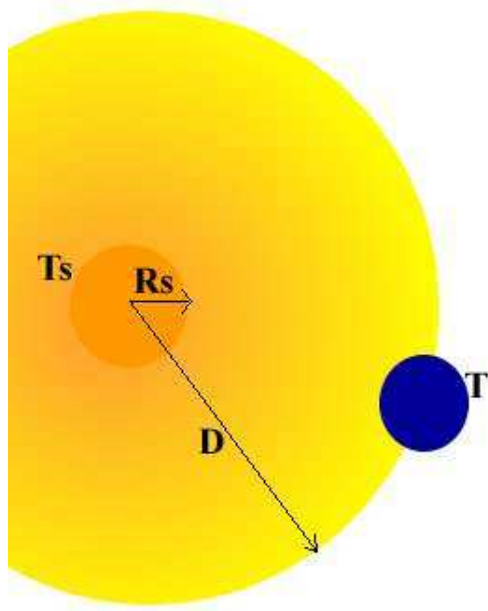


FIG. 2 – Le système Terre-Soleil

## 2 Modèles simplifiés de l’atmosphère terrestre

### 2.1 Equilibre radiatif de quelques planètes

Le tableau 1 présente, pour quelques planètes du système solaire, la distance au soleil, l’albédo (ie les propriétés réfléchissantes), et la température moyenne à la surface :

	Mercure	Vénus	Terre	Mars
$D(10^6 km)$	58	108	146	228
Albédo(%)	7	71	34	20
$T_s$ (K)	440	730	288	218

TAB. 1 – Caractéristiques de 4 planètes.

- Q6. A l’aide des résultats de la partie précédente, écrivez l’équilibre radiatif de la surface terrestre en l’absence de l’atmosphère.
- Q7. Pour chacune de ces planètes, calculez la température moyenne d’équilibre  $T_e$  (ou température effective d’émission vers l’espace) et l’effet de serre (que l’on définira ici comme la différence  $T_s - T_e$ ).
- Q8. Déterminer la nouvelle température de surface de la Terre si on place au dessus de la surface une vitre transparente dans le visible et opaque dans l’infra-rouge (cf. Fig.3).

### 2.2 Rappels sur l’approximation *plan parallèle*

On considère une couche horizontale de l’atmosphère dont l’épaisseur est  $dz$ . Cette couche possède les propriétés suivantes :

- La couche est éclairée par un rayonnement solaire normal.
- La couche est transparente autour du maximum de l’émission solaire.
- Les propriétés de la couche ne dépendent que de  $z$ , i.e. la couche est horizontalement homogène. On note  $T(z)$  la température et  $\rho(z)$  la masse volumique de la couche.

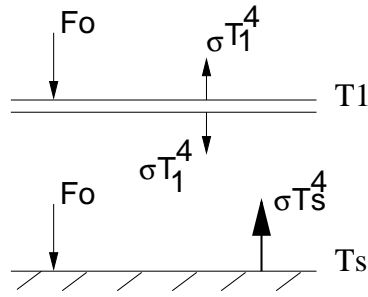


FIG. 3 – Modèle à une vitre transparente

– On appelle  $k$  le coefficient d'absorption supposé constant.

On suppose que la surface terrestre émet un rayonnement de type corps noir. On rappelle que dans ces conditions, les flux infrarouges ascendants et descendants sont découplés et vérifient les équations :

$$\begin{cases} \frac{dF^\uparrow(z)}{dz} = k\rho(z) [\sigma T^4(z) - F^\uparrow(z)] \\ -\frac{dF^\downarrow(z)}{dz} = k\rho(z) [\sigma T^4(z) - F^\downarrow(z)] \end{cases} \quad (2)$$

Q9. Explicitez la nature physique des 2 termes de droite dans les équations 2.

Q10. Ecrivez la condition d'équilibre radiatif pour la couche.

Q11. Ecrivez les conditions aux limites en  $z = 0$  et  $z \rightarrow +\infty$ .

### 2.3 Le modèle à température constante ou modèle à une couche

On suppose que l'atmosphère est constituée de multiples couches à la même température. On note  $T(z) = T_a$ .

Ces multiples couches peuvent être considérées comme une seule couche.  $T_s$  est la température de surface (sol).

$$\text{On note : } \begin{cases} \tau = k \int_0^{+\infty} \rho(z) dz & : \text{ la profondeur optique de l'atmosphère} \\ t = e^{-\tau} & : \text{ la transmittivité de l'atmosphère} \\ \epsilon = 1 - t & : \text{ l'émissivité de l'atmosphère} \end{cases}$$

Q12. Intégrez le système 2.

Exprimez le résultat en fonction de l'émissivité de l'atmosphère  $\epsilon$ .

Q13. Exprimer le flux infrarouge sortant vers l'espace au sommet de l'atmosphère  $F_\infty^\uparrow$  et le flux infrarouge émis par l'atmosphère vers la surface  $F_o^\downarrow$  en fonction de  $T_s$ ,  $T_a$  et  $\epsilon$ .

Q14. Ecrivez l'équilibre radiatif à la surface de la Terre et au sommet de l'atmosphère. Déduisez-en  $T_s$  et  $T_a$  en fonction du flux solaire entrant  $E$  et de  $\epsilon$ .

Interprétez le cas  $\epsilon = 1$ .

Application numérique pour  $\epsilon = 1/2$  et  $E = 240\text{W/m}^2$ .

Q15. On définit désormais l'effet de serre  $G$  comme "la quantité de flux infrarouge piégée" par l'atmosphère :

$$G = \sigma T_s^4 - F_\infty \quad (3)$$

Déterminer  $G$  en fonction de  $\epsilon$ ,  $T_a$  et  $T_s$ , puis en fonction de  $E$  et de  $\epsilon$ .

*Remarque* : A l'aide des expressions analytiques des 2 flux on peut montrer qu'il n'y a équilibre radiatif qu'en une altitude  $z$  à l'intérieur de l'atmosphère. Cela est dû à la contrainte  $T_a = \text{constante}$ , qui n'est pas réaliste.

## 2.4 Le modèle à 2 couches

On considère maintenant une atmosphère à deux couches d'interface à l'altitude  $H$ . Les couches inférieure et supérieure sont caractérisées, respectivement, par une température  $T_2$  et  $T_1$  et une émissivité  $\epsilon_2$  et  $\epsilon_1$ . La température de la surface est  $T_s$  et le flux infrarouge sortant au sommet de l'atmosphère est  $F_\infty$ .

Q16. Donnez l'expression des flux montants et descendants aux différentes interfaces en fonction de  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  et  $T_s$ .

Q17. Exprimer le l'effet de serre  $G$  en fonction de  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  et  $T_s$ .

Q18. Ecrire les conditions de l'équilibre radiatif :

- au sommet de l'atmosphère
- à l'interface entre les 2 couches
- à la surface

Déduisez en un système linéaire de 3 équations dont  $T_1$ ,  $T_2$  et  $T_s$  sont solutions.

Q19. Calculez  $T_1$ ,  $T_2$  et  $T_s$  en fonction de  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$ , et  $F_\infty$ .

Application numérique :  $\epsilon_1 = 0.85$ ,  $\epsilon_2 = 0.52$ ,  $F_\infty = 240 \text{ W/m}^2$ .

Q20. Calculer  $\frac{\partial G}{\partial \epsilon_1}$  et  $\frac{\partial G}{\partial \epsilon_2}$  en supposant que les températures  $T_1$ ,  $T_2$  et  $T_s$  s'adaptent au changement de  $\epsilon_1$  ou  $\epsilon_2$  pour retrouver l'équilibre radiatif global avec  $F_\infty$ . Quelle est la couche la plus sensible ?

Application numérique.

## 2.5 Etude simple du changement climatique : augmentation des gaz à effet de serre et rétroactions climatiques.

### 2.5.1 Augmentation des gaz à effet de serre

On estime qu'un doublement de la charge atmosphérique en gaz à effet de serre réduirait le flux infrarouge sortant au sommet de l'atmosphère ( $F_\infty$ ) de  $2 \text{ W/m}^2$ .

Q21. En prenant un modèle d'atmosphère à une couche, estimer (en fonction de  $\Delta F_\infty$  et  $T_s$ ) le changement de l'absorption atmosphérique  $\Delta \epsilon$  équivalent au doublement de la concentration en gaz carbonique dans l'atmosphère.

Q22. En fait, pour rester en équilibre énergétique, la température de la Terre va s'ajuster de sorte que l'on retrouve un bilan radiatif nul au sommet de l'atmosphère. Quelle est la nouvelle température d'équilibre  $T'_s$  à la surface de la Terre ?

Application numérique : réchauffement de la Terre  $\Delta T_{rad}$  dû à l'augmentation du  $\text{CO}_2$  ( $T_s = 288 \text{ K}$ ,  $F_\infty = 240 \text{ W/m}^2$ ) ?

Nous allons maintenant étudier quelques rétroactions climatiques. Pour simplifier, on calcule l'effet de chacune des rétroactions indépendamment les unes des autres (on suppose qu'elles agissent "en parallèle" et non "en série"). D'autre part, pour introduire les différentes rétroactions, on considère une atmosphère à deux couches.

L'augmentation de la température de surface induite par l'augmentation de l'effet de serre tend à augmenter l'évaporation de la surface et l'humidité de l'atmosphère (expliquer pourquoi). L'augmentation de la vapeur d'eau dans l'atmosphère augmente l'absorptivité des basses couches de l'atmosphère (la vapeur d'eau est elle-même un gaz à effet de serre). On suppose que  $\alpha = \frac{\Delta \epsilon_2}{\epsilon_2} = \frac{\Delta r_{sat}}{r_{sat}}$ .

Q23. Sachant que  $r_{sat} = cste \cdot \frac{P}{P} \cdot \exp(-L/RT)$ , estimer  $\alpha$  pour une augmentation de la température de surface de  $\Delta T_{rad}$  (on ne considèrera pas la dépendance en pression de  $r_{sat}$ ). Application numérique.

Q24. Calculer la nouvelle température d'équilibre de la surface. Montrer que la rétroaction vapeur d'eau amplifie d'un facteur 2 environ le réchauffement global de la planète.

Q25. On suppose que la vapeur d'eau (et donc  $\epsilon_1$ ) augmente également dans les hautes couches de l'atmosphère, d'une quantité relative :  $\frac{\Delta \epsilon_1}{\epsilon_1} = \alpha/2$ . Calculer le nouveau réchauffement de la planète. Comparer avec l'effet de l'augmentation de la vapeur d'eau dans les basses couches.